

# Elektrische Messtechnik

## Vorlesung 9

Prof. Dr. Peter Weber

Wintersemester 2025/26

Im Studiengang Elektro- und Informationstechnik (B.Eng.)

# Spielregeln in der Präsenz-Vorlesung

- Ihre Fragen und Anmerkungen gehen vor - Unterbrechen Sie mich gerne, wenn ich Ihre Meldung übersehen sollte
- Besuch der Vorlesungen erhöht die Chance auf eine Gute Note bzw. Klausurbestehen
- Keine „Side Meetings“ in der Vorlesung - Paralleldiskussionen zu zweit verbreiten zu viel Unruhe
  - ➔ Fragen, Ideen oder Anmerkungen bitte immer in die große Runde – keine Hemmungen
  - ➔ Es gibt keine dummen Fragen - Niemand wird für eine Wortmeldung „augebuht“!
- Pünktlich erscheinen - Später hereintröpfelnde Teilnehmer verbreiten zu viel Unruhe
- Verlassen der Vorlesung bitte nur zur Pause oder zum Ende (logischerweise ausgenommen Toilettengänge)
- Am Ende der Vorlesung meinen letzten Satz vor dem Aufstehen abwarten.
- Telefone auf „leise“
- Ich wünsche mir immer Ihr Feedback – sofort in der Vorlesung oder gerne auch z.B. per mail

# Organisation

## Vorlesung:

Montag 08:15 h bis 11:30 h      Raum: Hung C-101

Start 13.07.2025 - Ende 26.01.2026

## Labor (Herr Michalik):

Montag 11:45 h bis 15:45 h      Raum: 8-205

Terminorganisation bei Herrn Michalik

### CampUAS – Vorlesung (P. Weber):

<https://campuas.frankfurt-university.de/course/view.php?id=4525>

Weber: Elektrische Messtechnik - WiSe 25/26

Enrollment Key: alessandrovolta

### CampUAS – Labor (R. Michalik):

<https://campuas.frankfurt-university.de/course/view.php?id=4433>

Michalik: Labor Elektrische Messtechnik - WiSe 25

Enrollment Key: MTLAB-WiSe2025

**Wichtig: Vorbesprechung Labor – Termin Kommt von Herrn Michalik**

**Bitte unbedingt in beiden Kursen einschreiben (auch bei Herrn Michalik).**

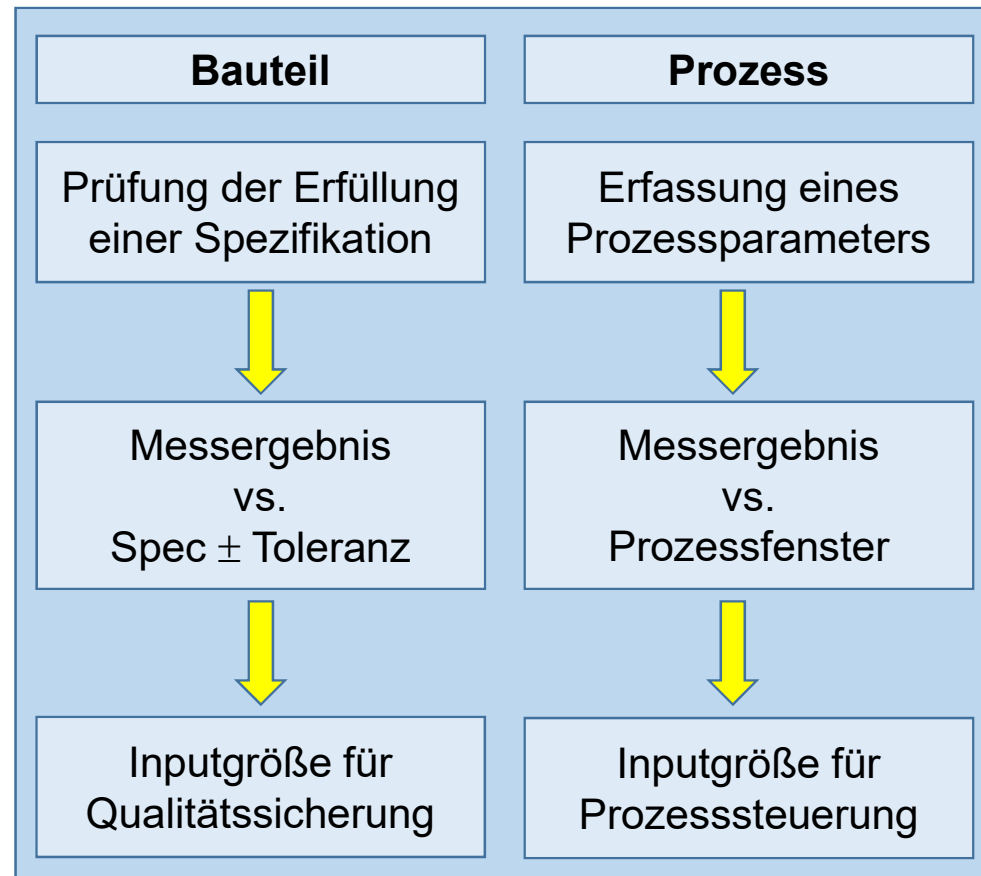
**Sie verpassen sonst wichtige Infos bzw. werden bei der Laborterminvergabe nicht berücksichtigt**

# Inhalte der Vorlesung

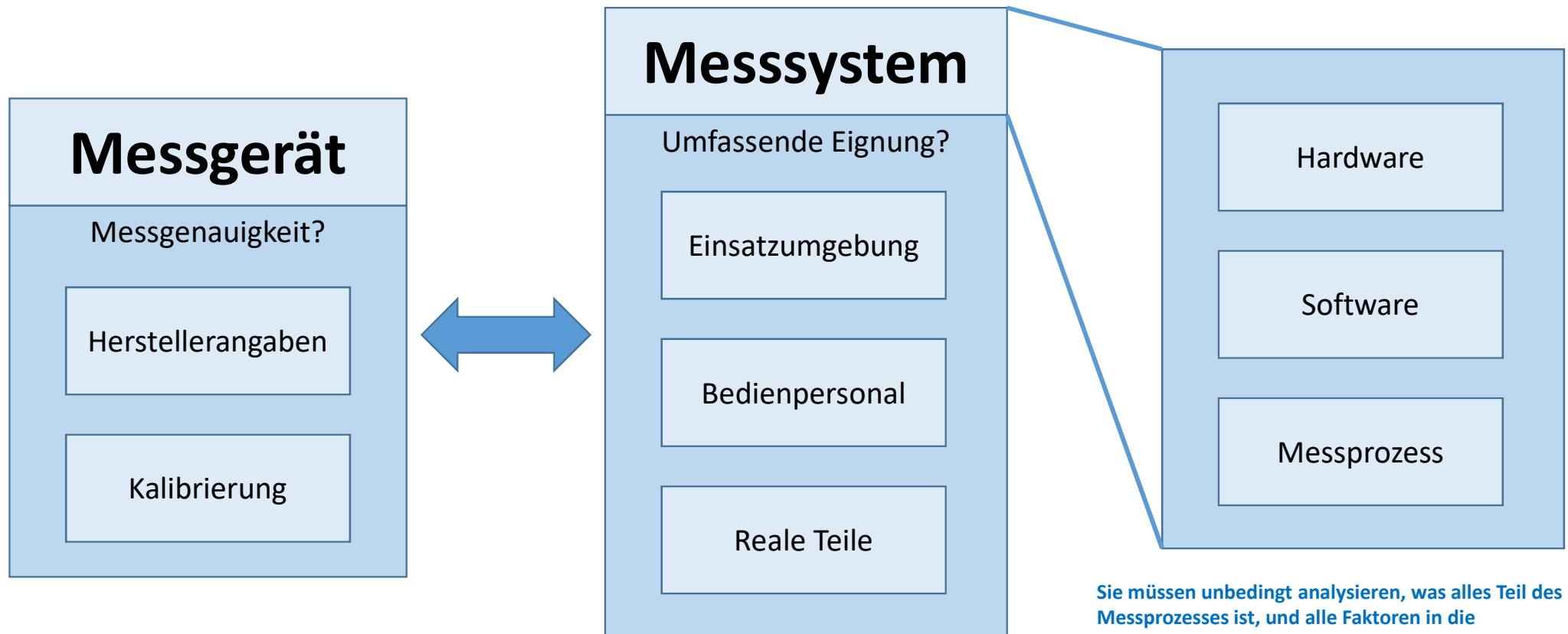
---

Messung von Prozessparametern  
Prozessstreuung und Streuung des Messsystems  
Messsystemanalyse  
Messmittelfähigkeit

# Messung in der Industrie



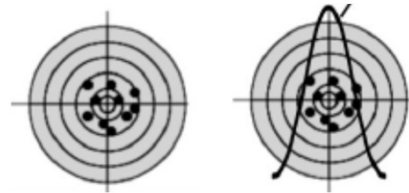
# Vom Messgerät zum Messsystem



Sie müssen unbedingt analysieren, was alles Teil des Messprozesses ist, und alle Faktoren in die Messsystemanalyse einbeziehen.  
Zum Beispiel Einlegereproduzierbarkeit berücksichtigen.

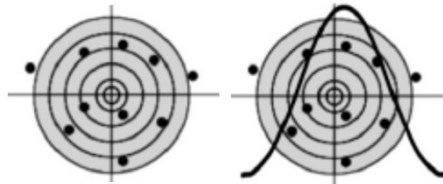
# Messung in der Industrie

Hohe Präzision  
Hohe Genauigkeit



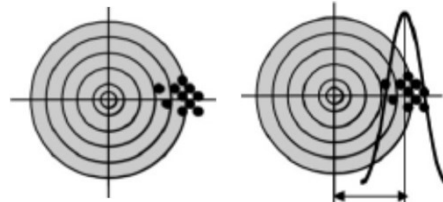
Ein Messsystem muss eine ausreichend hohe Präzision und Genauigkeit aufweisen.

Geringe Präzision  
Hohe Genauigkeit



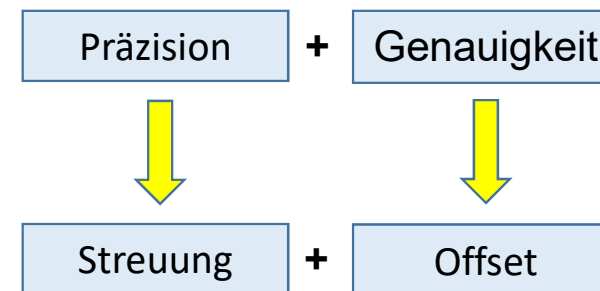
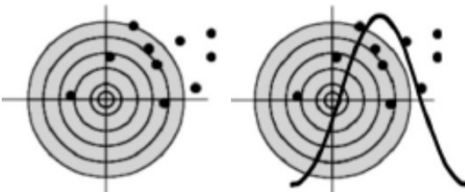
Die **Präzision** des Messsystems fasst die statistischen Variationen des Messergebnisses zusammen.

Hohe Präzision  
Geringe Genauigkeit



Die **Genauigkeit** des Messsystems stellt den Offset des Messergebnisses dar, also die Abweichung vom „wahren“ Wert.

Geringe Präzision  
Geringe Genauigkeit



# Streuung als Überlagerung von Prozess- und Messtechnik

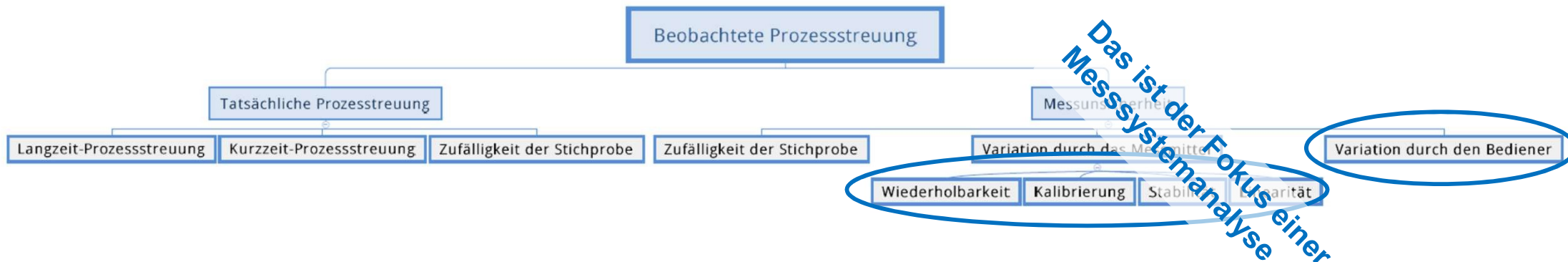
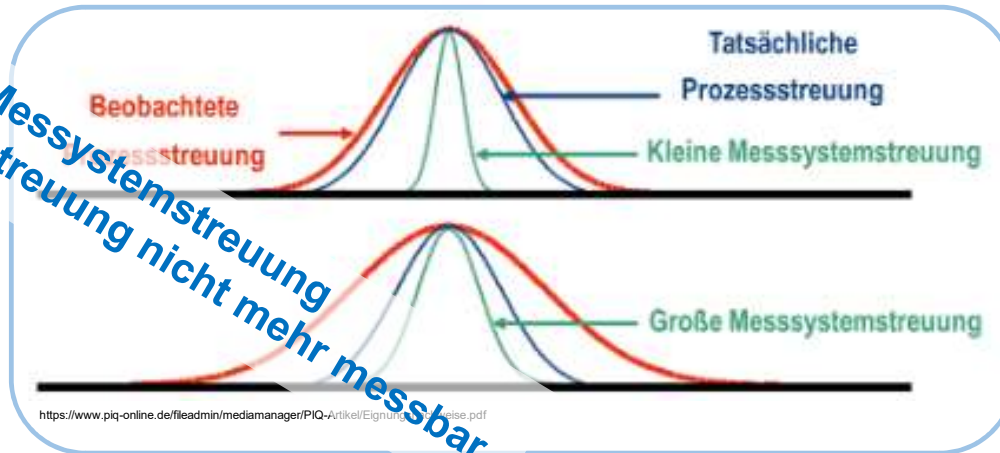
In einer Produktionsserie gibt es

- Variationen von Teil zu Teil
- Parameterschwankungen im Prozess

Streuung und Offset eines Messergebnisses vom Sollwert können also abhängen von

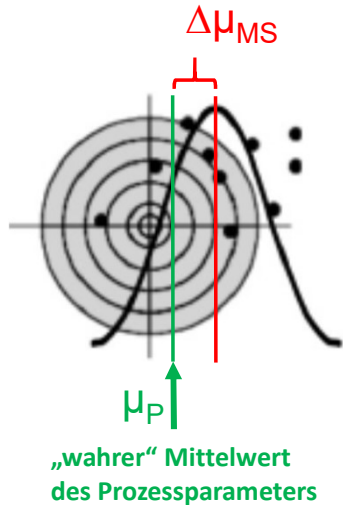
- Produktionsbedingten Schwankungen
- Streuung und Offset des Messsystems

Zu große Messsystemstreuung  
→ Prozessstreuung nicht mehr messbar





# Streuung und Mittelwert



Offset ist charakterisiert durch den Mittelwert  
Beobachteter Gesamt-Mittelwert ist die Summe von Mittelwert

$\mu_P$  = Mittelwert des Fertigungsprozesses

$\Delta\mu_{MS}$  = Offset des Messsystems

$\mu_{ges}$  = Mittelwert der gemessenen Werte

$$\mu_{ges} = \mu_P + \Delta\mu_{MS}$$



Streuung ist charakterisiert durch die Standardabweichung  
Beobachtete Gesamtstreuung = Geometr. Mittel der Einzelstreuungen

$\sigma_P$  = Streuung des Fertigungsprozesses

$\sigma_{MS}$  = Streuung des Messsystems

$$\sigma_{ges} = \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_{MS}^2}$$

# Beispiel Offset und Streuung

In der Fertigung wurden an 10 entnommenen Teilen die in der Tabelle angegebenen Längen gemessen. Sollwert ist 0,85 mm mit einer Toleranz von  $\pm 0,05$  mm. Laut vorangegangener Messsystemanalyse trägt Ihr Messsystem mit einem Offset von -0,050 mm und einer Streuung (Standardabweichung) von 0,020 mm bei.

- Bestimmen Sie auf der Basis der Daten den Mittelwert des Prozesses.
- Um welche Länge weicht das mittlere Prozessergebnis vom Sollwert ab?
- Mit welcher Streuung ist der Prozess behaftet?
- Bestimmen Sie Prozessfähigkeit und Prozesspotential.

	Messung [mm]
1	0,75
2	0,75
3	0,8
4	0,8
5	0,65
6	0,8
7	0,75
8	0,75
9	0,75
10	0,7

Mittelwert der  
gemessenen Werte

$$\mu_{ges} = 0,75 \text{ mm}$$

Standardabweichung der  
gemessenen Werte

$$\sigma_{ges} = 0,045 \text{ mm}$$

„Wahrer“ Mittelwert der Länge in der Produktion:

$$\mu_P = \mu_{ges} - \Delta\mu_{MS} = 0,75 \text{ mm} - (-0,05 \text{ mm}) = 0,80 \text{ mm}$$

„Wahre“ Streuung des Prozesses:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_{ges}^2 - \sigma_{MS}^2} = \sqrt{0,0020 - 0,0004} \text{ mm} = 0,040 \text{ mm}$$

Das mittlere Prozessergebnis weicht  
um -0,05 mm vom Sollwert ab.

# Beispiel Offset und Streuung

In der Fertigung wurden an 10 entnommenen Teilen die in der Tabelle angegebenen Längen gemessen. Sollwert ist 0,85 mm mit einer Toleranz von  $\pm 0,05$  mm. Laut vorangegangener Messsystemanalyse trägt Ihr Messsystem mit einem Offset von -0,050 mm und einer Streuung (Standardabweichung) von 0,020 mm bei.

- Bestimmen Sie auf der Basis der Daten den Mittelwert des Prozesses.
- Um welche Länge weicht das mittlere Prozessergebnis vom Sollwert ab?
- Mit welcher Streuung ist der Prozess behaftet?
- Bestimmen Sie Prozessfähigkeit und Prozesspotential.

	Messung [mm]
1	0,75
2	0,75
3	0,8
4	0,8
5	0,65
6	0,8
7	0,75
8	0,75
9	0,75
10	0,7

## Prozesspotential

$$C_p = \frac{\text{Toleranzbreite}}{\text{Prozessstreuung}} = \frac{2 \cdot 0,05 \text{ mm}}{2 \cdot 3 \cdot 0,040 \text{ mm}} = 0,4(17)$$

$C_{pk}$	ppm	Sigma Level
1,00	2699	3
1,33	66	4
2	0,002	6

## Prozessfähigkeit

$$C_{po} = \frac{\text{Obere Toleranzgrenze} - \text{Mittelwert}}{\text{halbe Prozessstreuung}} = \frac{0,90 \text{ mm} - 0,80 \text{ mm}}{3 \cdot 0,040 \text{ mm}} = \frac{0,10 \text{ mm}}{3 \cdot 0,040 \text{ mm}} = 0,8(33)$$

$$C_{pu} = \frac{\text{Mittelwert} - \text{Untere Toleranzgrenze}}{\text{halbe Prozessstreuung}} = \frac{0,80 \text{ mm} - 0,80 \text{ mm}}{3 \cdot 0,040 \text{ mm}} = \frac{0}{3 \cdot 0,040} \rightarrow 0$$

$$C_{pk} = \min(C_{po}; C_{pu}) = 0$$

= Messmittelfähigkeit

# Vorarbeit: Kalibrieren + Type-1 Study

Vor dem Start der eigentlichen Messsystemanalyse ist unbedingt die sog. **Type-1 Study** durchzuführen.

**Überprüfung des Offsets:**

An einem Normal wird mindestens 25 mal der komplette Messprozess durchgeführt. Sie bestimmen den Mittelwert und vergleichen ihn mit dem Wert des Normals.

*Also nicht: Ich lege das Teil ein und drücke 25 mal auf den „Messen“ Knopf → Z.B. Einlegereproduzierbarkeit*

**Überprüfung der (statischen) Streuung**

Anhand des zuvor erzeugten Datensatzes bestimmen Sie die Streuung (Standardabweichung) der Messergebnisse .

Schließlich vergleichen Sie Offset und Streuung mit Ihren vorgegebenen Toleranzen bzw. Prozessfenstern. Nur wenn das Ergebnis zufriedenstellend ist, machen Sie weiter mit der Messsystemanalyse.

*Anderenfalls müssen Sie erst einmal Ihr Messsystem optimieren.*

(Zufriedenstellend bedeutet: Offset und Streuung sollten um einen Faktor 5 bis 10 schmäler als Ihre Toleranzen bzw. Prozessfenster sein.)

Eine weitere verbreitete Definition ist die Folgende.  
Auch hier wird, wie beim P/T-Wert darauf verzichtet, die reale Fertigungsstreuung zu berücksichtigen

## Messmittelpotential

$$c_g = \frac{0,2 \cdot \text{Toleranz}}{6 \cdot \sigma}$$

## Messmittelfähigkeit

$$c_g = \frac{0,1 \cdot \text{Toleranz} - (x_m - \bar{x})}{3 \cdot \sigma}$$

$\bar{x}$ : Mittelwert der Wiederholmessungen am Normal

$x_m$ : Nennmaß des Normals

## Ausreichende Auflösung des Messsystems

- Bestimmen und bewerten Sie die Zahl der Inkremente im zu erwartenden Messbereich

### Negativ-Beispiel:

- Meterstab (1 m Länge) mit 1 mm Skalenteilungswert
- Ihr Produkt hat eine Nenn-Länge von 500 mm, sie erwarten eine Prozessvariation zwischen 495 und 505 mm.
- Das wären nur 10 Inkremente im zu erwartenden Variationsbereich, das ist möglicherweise zu wenig

## Ausreichende Linearität des Messsystems

- Überprüfen Sie, ob Ihr Messsystem über den zu erwartenden Variationsbereich konstante Messabweichungen hat, oder ob zum Beispiel im oberen und unteren Randbereich die Messunsicherheit inakzeptabel zunimmt.

## Ausreichende zeitliche Stabilität des Messsystems

- Überprüfen Sie, ob Ihr Messsystem über relevante Zeiträume eine Drift im Messergebnis aufweist.

### Negativ-Beispiel:

- Sie Wiederholen die Messung an einem Normal alle zwei Stunden und erkennen einen tageszeitabhängigen veränderlichen Offset.

# Messsystemanalyse (MSA, Type-2 Study)

Mit der Messsystemanalyse bestimmen Sie die Präzision (Streuung) des Messsystems.  
Zuvor muss eine Kalibrierung des Systems vorgenommen werden.

Die Präzision setzt sich zusammen aus

- Wiederholbarkeit → Einfluss des Messsgerätes (Repeatability)
- Reproduzierbarkeit → Einfluss des Bedieners (Reproducibility)

Oft wird für die MSA der Begriff aus dem englischen verwendet: GR&R (Sprich „Gäidsch Ar’n Ar“ 😊)  
Gauge Repeatability & Reproducibility  
[Gauge = Messgerät]

[Oder: Type-2 Study]

Weiterhin prüft die Messsystemanalyse die Fähigkeit des Messsystems:  
Das Verhältnis der Streuung des Messsystems zur Streuung des Prozesses.

Wichtig:  
Eine vollständige Messsystemanalyse bewertet die Fähigkeit eines Messsystems konkret in Bezug auf einen bestimmten existierenden Prozess.

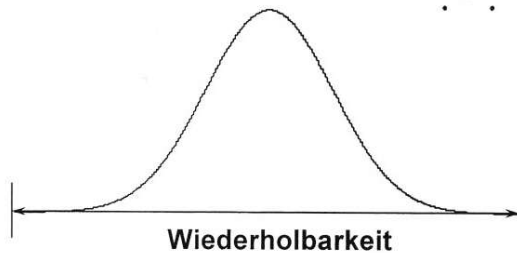
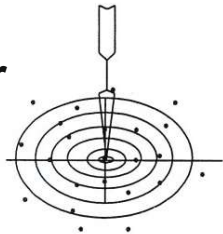
Damit teilt sich die Messsystemanalyse in drei Teile

- Variation der Messergebnisse, wenn derselbe Prüfer dasselbe Teil wiederholt misst.
- Variation der Mittelwerte pro Prüfer, wenn verschiedene Prüfer dasselbe Teil wiederholt messen.
- Alle o.g. Messungen werden an einer repräsentativen Stichprobe aus der aktuellen Fertigung wiederholt (also an verschiedenen Teilen)

# Präzision

## Wiederholbarkeit – Streuung bei

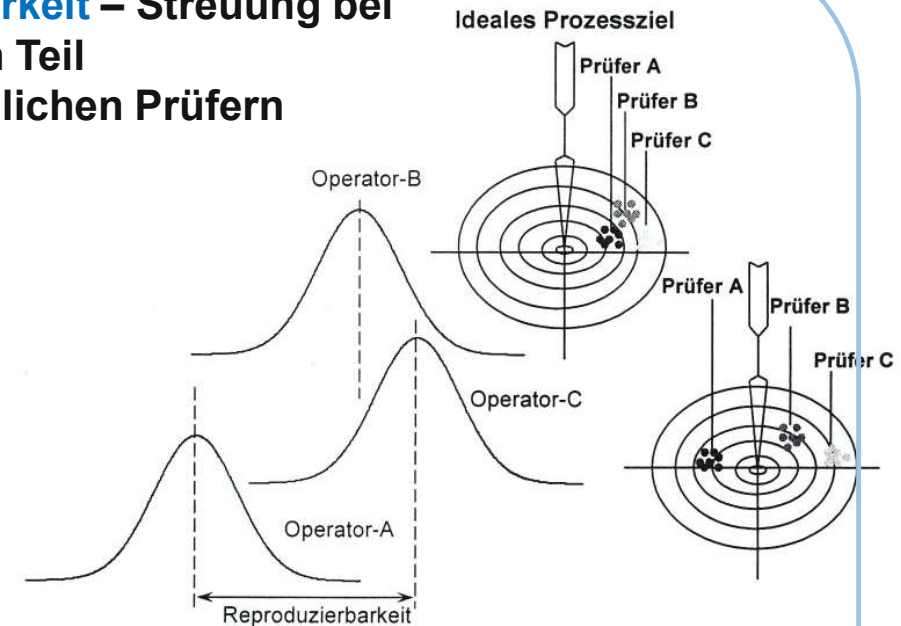
- Identischem Teil
- Identischem Prüfer
- Streuung  $\sigma_{WH}$



$$\sigma_{MS} = \sqrt{\sigma_{WH}^2 + \sigma_{RP}^2}$$

## Reproduzierbarkeit – Streuung bei

- Identischem Teil
- Unterschiedlichen Prüfern



## Vorgehen in 2 Schritten

- Bestimme die Mittelwerte pro Operator
- Bestimme die Streuung der Mittelwerte  $\sigma_{RP}$



## %R&R

Variation des Messsystems im Verhältnis zur gemessenen Gesamtvariation

$$\%R\&R = 100 \cdot \frac{\sigma_{MS}}{\sigma_{ges}} \%$$

$\sigma_{MS}$ : Streubreite des Messsystems, wie aus der MSA ermittelt

$\sigma_{ges}$ : Gesamte Streubreite von Prozess + Messsystem

Für Wert  $\sigma_{ges}$  betrachtet man nun die Gesamtheit aller Messergebnisse, die mit verschiedenen Teilen erzeugt wurden.

Die Messmittelfähigkeit kann immer nur im Bezug zu einem konkreten Fertigungsprozess angegeben werden. Das ist der Grund, warum der Aufwand getrieben werden muss, die Messungen mit verschiedenen repräsentativen Teilen zu wiederholen.

Im Gegensatz zur Präzision (vorhergehende Folie) werden hier alle Messergebnisse mit unterschiedlichen Teilen herangezogen (bei der Präzision nur die mit gleichen Teilen)

%R&R beantwortet die Frage: Kann ich Prozessvariationen ausreichen messen, d.h. auflösen?

Ein Messmittelfähigkeitsindex < 30 % wird als annehmbar bewertet, ein Messmittelfähigkeitsindex < 10 % als gut.

## P/T („PT“) Index

Auch üblich ist die Betrachtung der Präzision relativ zur Toleranz oder zur Breite des Prozessfensters

$$P/T = 100 \cdot \frac{6 \cdot \sigma_{MS}}{\text{Toleranz}} \%$$

$\sigma_{MS}$ : Streubreite des Messsystems, wie aus der MSA ermittelt

Dieser Wert ist aber mit Vorsicht zu genießen, da Toleranzen und Prozessfenster mangels Prozessverständnis häufig nichts mit der natürlichen Streuung des Prozesses zu tun haben.

P/T beantwortet die Frage: Kann ich gute von schlechten Teilen unterscheiden? Kann ich erkennen, wenn mein Prozess aus dem Prozessfenster läuft?

Der Aufwand der Messsystemanalyse reduziert sich ganz erheblich, da die Teilevariation in der Versuchsmatrix nicht durchgeführt werden braucht. Die Bestimmung der Präzision reicht aus.  
Da aufgrund des großen Aufwandes die Durchführung von Messsystemanalysen in der Praxis oft schwer durchzusetzen ist, ist jeder Kompromiss besser, als gar keine Erkenntnisse über die Messmittelfähigkeit zu gewinnen.

# Messmittelfähigkeit

%R&R	P/T	Folgerung
< 5 %	< 5 %	Sehr gut
$\leq 10$ %	$\leq 10$ %	Messsystem OK
10..30 %	10..30 %	Ggf. akzeptabel
> 30 %	> 30 %	Messsystem muss optimiert werden

# Ablaufübersicht MSA

Messung der Länge eines Bauteils:

Sollmaß: 20,0 mm

Toleranz:  $\pm 2,0$  mm

## Vorbereitung der Messsystemanalyse

1. Prüfung der Auflösung
  - Der Abstand der Inkremente der Skala bzw. Anzeige sollte nicht größer als 1/10 der Toleranz sein
  - Hier also nicht größer als 0,2 mm ... Wir nehmen an, dass die Auflösung hier OK ist
2. Prüfung der Zeitlichen Stabilität
  - Wiederholmessungen am Normal über einen sinnvollen Zeitraum
3. Prüfung der Linearität
  - Messung mit mehreren Normalen, die die erwartete Streubreite der Fertigung abdecken
  - Hier z.B. 10 Parallelendmaße zwischen 18,0 mm und 22,0 mm je einmal gemessen
4. Type-1 Study
  - Messung eines Normal, hier Parallelendmaß 20 mm (möglichst nah an der zu messenden Größe)
  - Idealerweise >25 Wiederholungen (des gesamten Messprozesses)
  - Im Beispiel aus Gründen der Nachrechenbarkeit 10 Messungen
  - Type- Study liefert
    - Offset
    - Streuungohne Berücksichtigung der Einflüssen von Bedienern und Fertigungsstreuung

# Ablaufübersicht MSA

## Durchführung der Messsystemanalyse

1. Entnehmen Sie eine ausreichend große Anzahl Teile aus der realen Fertigung
  - Die Teile müssen die natürliche Streuung des Prozesses widerspiegeln
  - In unserem Beispiel nur 5 Teile, real sollten es mindestens 10 sein
2. Wähle Sie eine Anzahl Mitarbeiter (MA) aus, die die Messung typischerweise durchführen
  - In unserem Beispiel 3 MA
3. Mitarbeiter (MA) 1 misst alle Teile in zufälliger Reihenfolge
4. Mitarbeiter (MA) 2 misst alle Teile in zufälliger Reihenfolge
5. Mitarbeiter (MA) 3 misst alle Teile in zufälliger Reihenfolge
6. Schritte 3. 4. und 5. wiederholen Sie 3 bis 5 mal, so dass jeder MA jedes Teil eben 3 bis 5 mal gemessen hat

## Auswertung der Messsystemanalyse

1. Wiederholbarkeit
  - Bestimmen Sie Mittelwert und Standardabweichung für jede Messreihe, in der ein und der selbe Prüfer ein und das selbe Teil gemessen hat
  - Sie erhalten für jeden Prüfer so viele Mittelwerte, wie er verschiedene Teile gemessen hat
  - Diese Mittelwerte sollten sich nicht allzu sehr unterscheiden und geben Ihnen Aufschluss über die mitarbeiterunabhängige Streuung der Messung
2. Reproduzierbarkeit
  - Sie bilden nun die Mittelwerte und Standardabweichungen der Mittelwerte, welche Sie zuvor ermittelt haben (1.) (für jeweils dieselben Teile aber gemittelt über die Resultate der verschiedenen Operators.
  - Diese Werte geben Ihnen Aufschluss über den Einfluss des MA auf die Messung
3. Messfähigkeitsindex (%R&R)
  - Der geometrische Mittelwert der beiden oben ermittelten Standardabweichungen liefert Ihnen die Streuung des Messsystems
  - Diesen Wert setzen Sie ins Verhältnis zur Streuung über alle gemessenen Werte (alle Teile, alle Prüfer)