FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

# Elektrische Messtechnik

## Vorlesung 4

Prof. Dr. Peter Weber

Wintersemester 2026/27

Im Studiengang Elektro- und Informationstechnik (B.Eng.)

# Spielregeln in der Präsenz-Vorlesung

- Besuch der Vorlesungen erhöht die Chance auf eine gute Note bzw. Klausurbestehen
- Ihre Fragen und Anmerkungen gehen vor - Unterbrechen Sie mich gerne, wenn ich Ihre Meldung übersehen sollte
- Keine „Side Meetings“ in der Vorlesung - Paralleldiskussionen zu zweit verbreiten zu viel Unruhe
  - ➔ Fragen, Ideen oder Anmerkungen bitte immer in die große Runde – keine Hemmungen
  - ➔ Es gibt keine dummen Fragen - Niemand wird für eine Wortmeldung „augebuht“!
- Pünktlich erscheinen - Später hereintröpfelnde Teilnehmer verbreiten Unruhe
- Verlassen der Vorlesung bitte nur zur Pause oder zum Ende (logischerweise ausgenommen Toilettengänge)
- Am Ende der Vorlesung meinen letzten Satz vor dem Aufstehen abwarten.
- Telefone auf „leise“
- Ich wünsche mir immer Ihr Feedback – sofort in der Vorlesung oder gerne auch z.B. per mail

# Organisation

**Vorlesung:**

Mittwochs 08:15 h bis 09:45 h, Raum: Hung C 101

Donnerstags 08:15 h bis 09:45 h, Raum: Hung C 101

Start 12.10.2026

Ende 25.01.2027

**CampUAS – Vorlesung (P. Weber):**

https://campuas.frankfurt-university.de/course/view.php?id=4525

Weber: Elektrische Messtechnik - WiSe 26/27

Enrollment Key: alessandrovolta

**CampUAS – Labor (R. Michalik):**

https://campuas.frankfurt-university.de/course/view.php?id=4433

Michalik: Labor Elektrische Messtechnik - WiSe 26

Enrollment Key: MTLAB-2026

**Labor (Herr Michalik):**

**Wichtig: Vorbesprechung Labor – Termin Kommt von Herrn Michalik**

2. Semester TBD Raum: 8-205

3. Semester Montag 08:15 h bis 11:30 h Raum: 8-205

Terminorganisation bei Herrn Michalik

**Bitte unbedingt in beiden Kursen einschreiben (auch bei Herrn Michalik).**

**Sie verpassen sonst wichtige Infos bzw. werden bei der Laborterminvergabe nicht berücksichtigt**

# Messkette

Zum Beispiel:
- Energieversorgung
- Temperaturstabilisierung

Hilfsgeräte

Zum Beispiel:
- Schnittstelle
- Bildschirm-ausgabe
- Abspeichern in Tabelle bzw. Datenbank



Sensor

Analoge Signalvrarbeitung

AD-Wandler

Digitale Signalverarbeitung

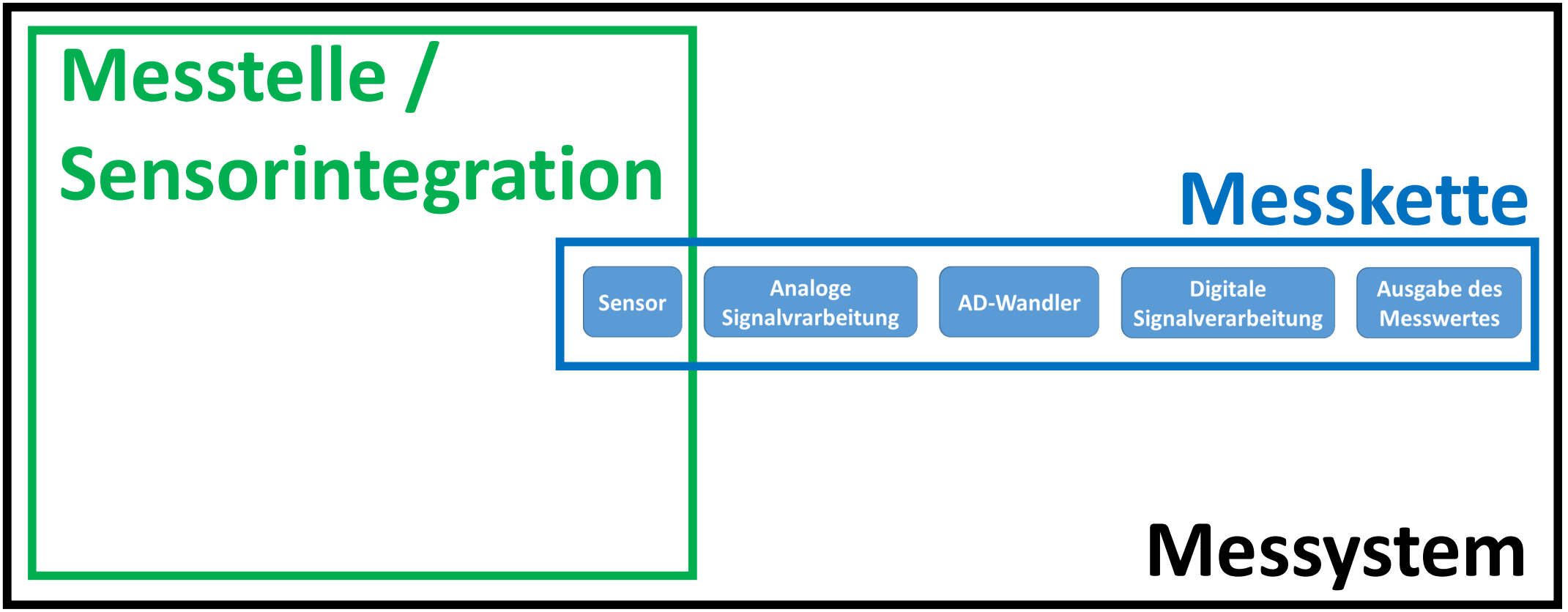
Ausgabe des Messwertes

Zum Beispiel:
- Umwandlung in ein Spannungssignal
- Konditionierung auf den AD-Wandler
- Analoge Filter
- Verstärker

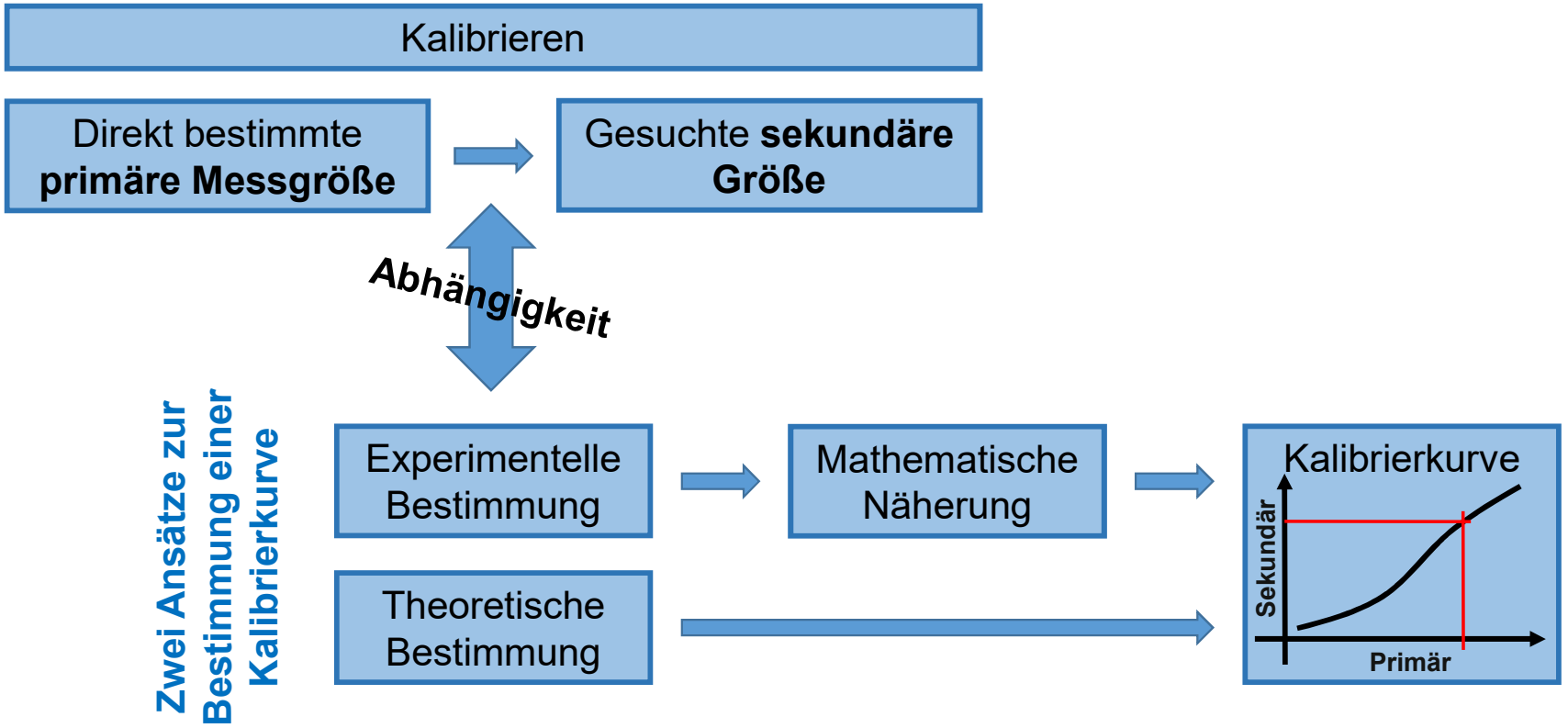
Zum Beispiel:
- Digitale Filter
- Kalibrierkurve

➔ Umwandlung des primären in den sekundären Messwert
- Vergabe eines „Zeitstempels“

# Messkette


Messtelle / Sensorintegration
Messkette
Sensor
Analoge Signalvrarbeitung
AD-Wandler
Digitale Signalverarbeitung
Ausgabe des Messwertes
Messystem

# Kalibrierkurven



# Kalibrierkurven

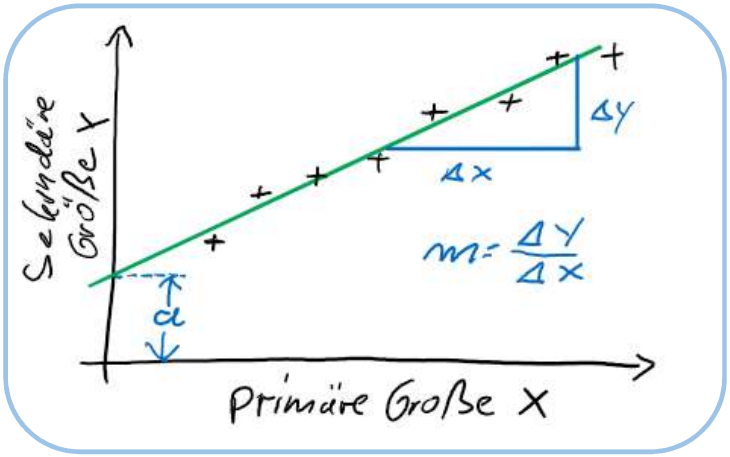
**Messysteme lassen sich rein theoretisch häufig nicht oder nicht ausreichend genau beschreiben. Messsysteme verändern sich mit der Zeit.**

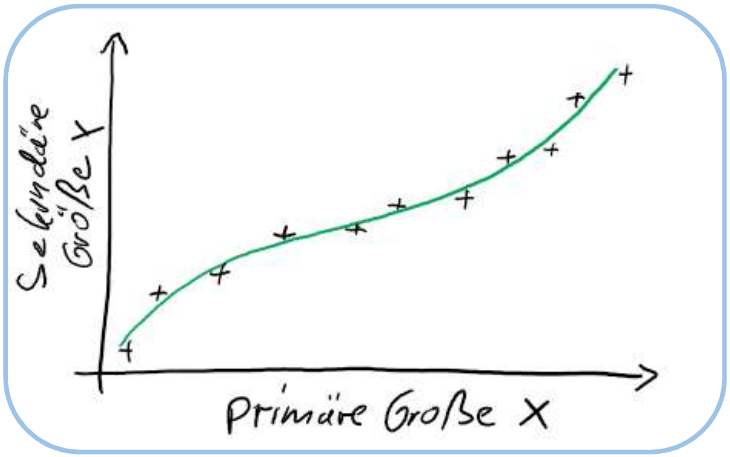
**Folglich spielt die experimentelle Bestimmung von Kalibrierkurven eine wesentliche Rolle.**

**Ermitteln einer Kalibrierkurve:**

- **Punktweise Zuordnung eines mit dem Messgerät ermittelten primären Wertes zur sekundären Größe.**
- **Bestimmung der sekundären Größe mit einem kalibrierten Messgerät ausreichender Genauigkeit.**
- **Interpolation der Messpunkte, um eine kontinuierliche Kurve zu erhalten.**

**In der Industrie unterliegen Messgeräte der Prüfmittelüberwachung, d.h. nach einem festen Plan müssen alle Messgeräte turnusmäßig kalibriert werden**



# Kalibrierkurven

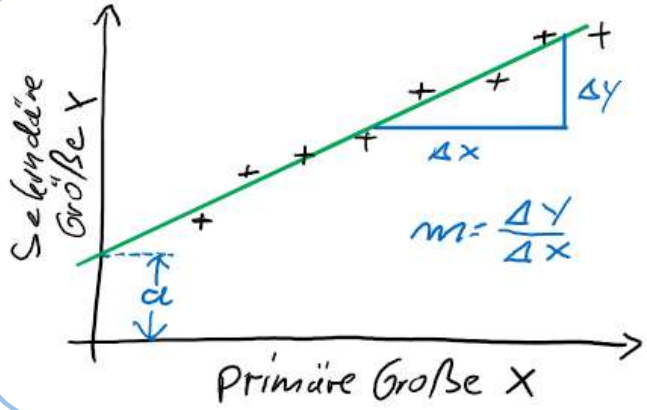
## Einfachste Form der Interpolation: Lineare Regression

**Mittelwerte** $\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$ $\mu_y = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{N}$

**Regressionsgerade**

**Steigung** $m = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)^2}$

**Y-Achsenabschnitt** $a = \mu_y - m \cdot \mu_x$



# Kalibrierkurven

**Beispiel 1:**
Ein altes Temperaturmessgerät mit unbekanntem Messprinzip (Blackbox) zeigt die Temperatur auf einer analogen Skala in Skalenteilen an.

Mit einem zweiten kalibrierten Temperaturmessgerät wollen Sie die Anzeige in Skalenteilen so kalibrieren und beschriften, dass sie in Zukunft direkt die Temperatur ablesen können.

Nun haben Sie bei 5 verschiedenen Temperaturen die Anzeige des alten Messgerätes in Skalenteilen und den respektiven Messwert des kalibrieten Messgerätes in °C tabellarisch festgehalten.

**A) Stellen Sie die Datenpunkte graphisch dar.**
**B) Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade graphisch (schätzen).**
**C) Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade rechnerisch und zeichnen Sie diese dann in Ihrer Graphik ein.**
**D) Stellen Sie tabellarisch dar, wie die Temperaturbeschriftung Ihrer Skala für 5, 10, 15, 20 und 25 Skalenteile ausfällt.**

**Steigung** $$m = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)^2}$$

**Y-Achsenabschnitt** $$a = \mu_y - m \cdot \mu_x$$

| Skalen-teile | °C |
|---|---|
| 4 | 8 |
| 9 | 22 |
| 17 | 33 |
| 22 | 38 |
| 24 | 54 |

# Kalibrierkurven

| | Skalen-teile | T [°C] | $x_i - \mu_x$ [SKT] | $y_i - \mu_y$ [°C] | Summanden Zähler [SKT*°C] | Summanden Nenner [SKT^2] | Probe [°C] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 8 | -11 | -23 | 2,6E+02 | 1,3E+02 | 9 |
| | 9 | 22 | -6 | -9 | 6E+01 | 4E+01 | 19 |
| | 17 | 33 | 2 | 2 | 4E+00 | 3E+00 | 35 |
| | 22 | 38 | 7 | 7 | 5E+01 | 5E+01 | 44 |
| | 24 | 54 | 9 | 23 | 2E+02 | 8E+01 | 48 |
| Summen | 76 | 155 | | | | | |
| | | | | | 6E+02 | 2,9E+02 | Summen |

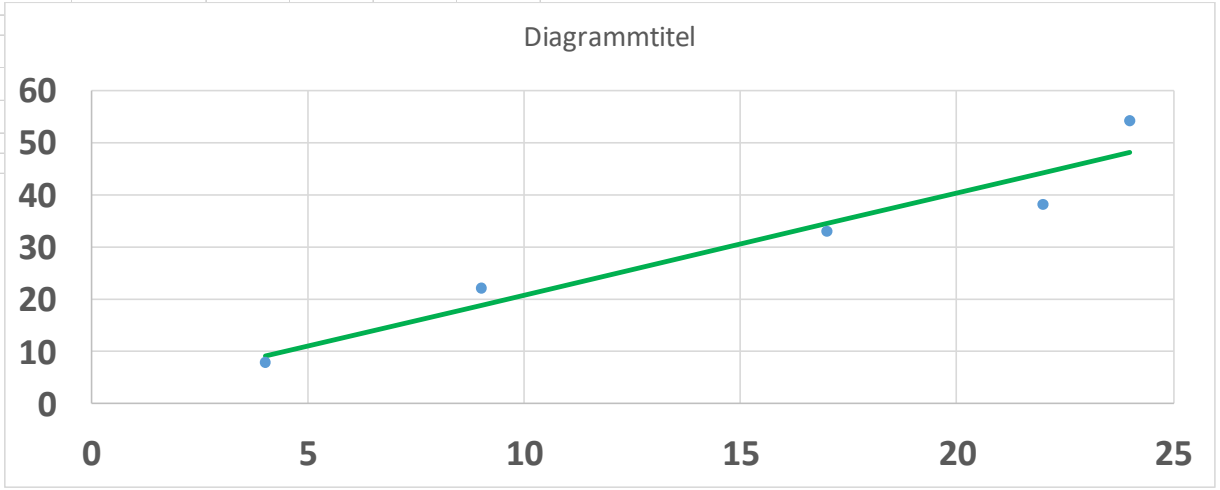
| | $\mu_x$[SKT] | $\mu_y$[°C] |
|---|---|---|
| Mittelwert | 15 | 31,0 |

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)^2}$$

| | | |
|---|---|---|
| Steigung m | 1,9 | [°C/SKT] |
| $m \cdot \mu_x$ | 30 | [°C] |
| Achsabschnitt a | 1 | [°C] |

$$a = \mu_y - m \cdot \mu_x$$

| Skalen-teile | m*SKT [°C] | T [°C] |
|---|---|---|
| 5 | 1,E+01 | 11 |
| 10 | 19 | 21 |
| 15 | 29 | 31 |
| 20 | 39 | 40 |
| 25 | 49 | 50 |



# Inter- / Extrapolieren

**Randbemerkung:**
Das Tool der linearen Regression können Sie auch in anderen Bereichen als nur zur Kalibrierung nutzen.

**Sie können (vermutete) kausale Zusammenhänge untersuchen.**

**Beispiel 2:**
Sie sind verantwortlich für einen Hochpräzisions-Fertigungsbereich. Bei 20 °C zählen Sie 15 Ausschussteile pro Stunde, bei 22 °C sind es 18 und bei 25 °C sind es 24 Ausschussteile pro Stunde.

**Vermutung:**
Die steigende Temperatur führt zu einer Erhöhung des Ausschusses.

**Extrapolation:**
Sie möchten nun wissen, wie viel Ausschuss Sie im kommenden Sommer bei 30 °C erwarten können. Berechnen Sie dies mithilfe der gerade kennen gelerneten Ausgleichsgeraden

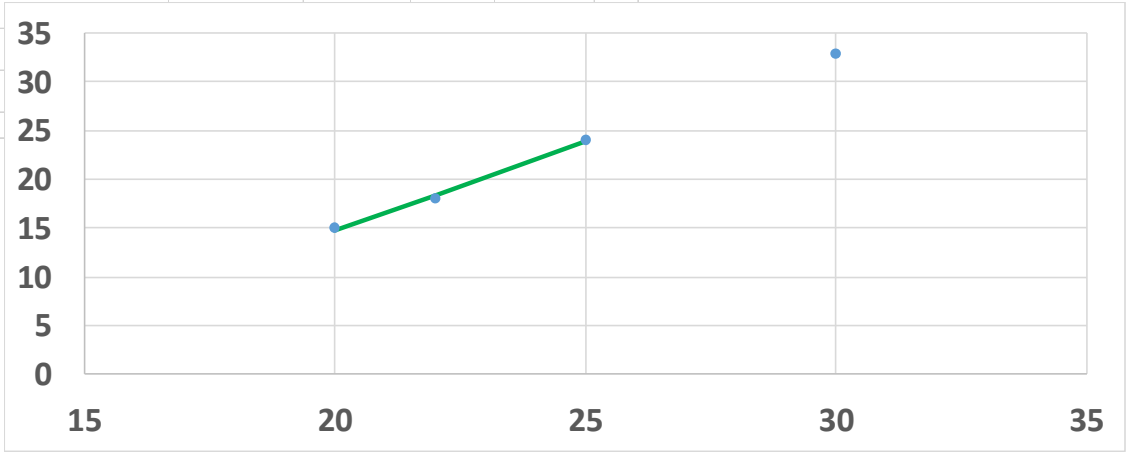
**Oft nur Näherungen:**
Die Datenlage ist in diesem Falle allerdings sehr dünn und es ist fragwürdig, ob der Zusammenhang wirklich linear ist. Dennoch kann eine solche Extrapolation mangels weiterer Daten die beste Näherung sein.

# Kalibrierkurven

| | T [°C] | # | $x_i - \mu_x$ [°C] | $y_i - \mu_y$ [#] | Summanden Zähler [°C*#] | Summanden Nenner [°C^2] | Probe [#] | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20 | 15 | -2 | -4 | 9 | 5 | 15 | | | |
| | 22 | 18 | 0 | -1 | 0 | 0 | 18 | | | |
| | 25 | 24 | 3 | 5 | 1,E+01 | 7 | 24 | | | |
| Summen | 67 | 57 | | | | | | 30 | 5,E+01 | 33 |
| | | | | | 2,E+01 | 1,E+01 | Summen | | | |
| | $\mu_x$[°C] | $\mu_y$[#] | | | | | | | | |
| Mittelwert | 22 | 19 | | | | | | | | |
| Steigung m | 2 | #/°C | | | | | | | | |
| $m \cdot \mu_x$ | 4,E+01 | # | | | | | | | | |
| Achsabschnit a | -22 | # | | | | | | | | |

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu_x)^2}$$

$$a = \mu_y - m \cdot \mu_x$$

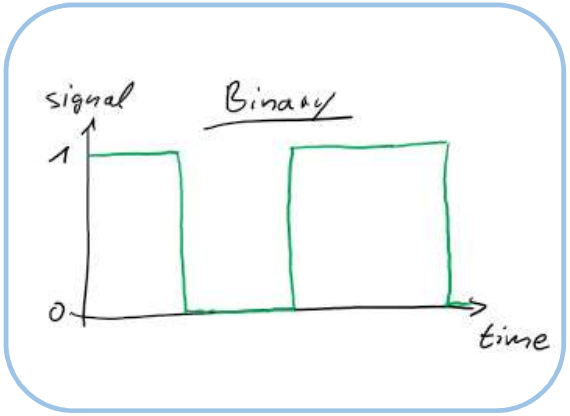


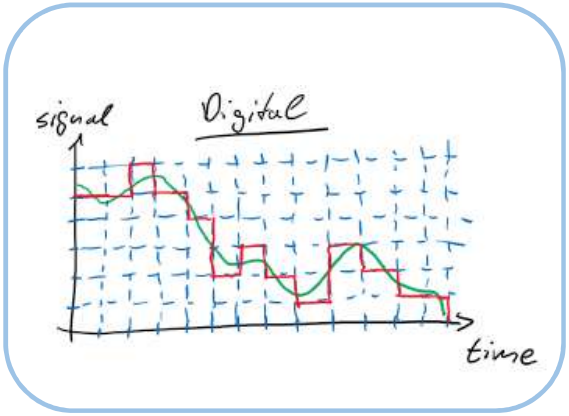
# Darstellung von Messsignalen

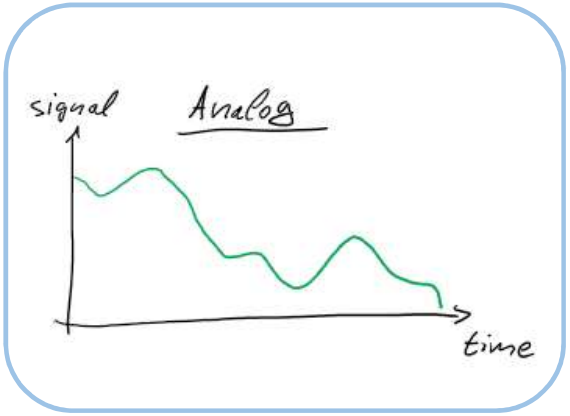
- Output einer Messung ist ein Messsignal
- Ein Messsignal ist eine in der Regel zeitlich veränderliche Information

**Arten von Messsignalen:**

- Analoge Signale
- Digitale Signale
- Binäre Signale



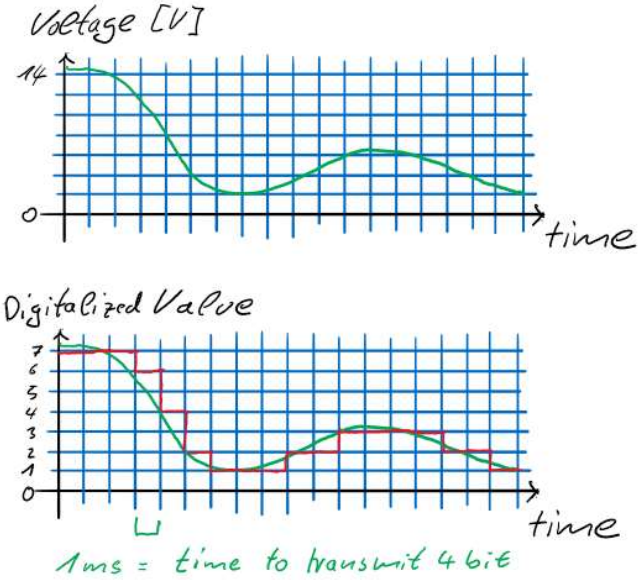
# Digitalisierte Messsignale

## Digitalisierung eines 0-14 V Spannungssignales mit 3 Bit

| $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ | |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | 1 | 1 | 3 |
| 1 | 0 | 0 | 4 |
| 1 | 0 | 1 | 5 |
| 1 | 1 | 0 | 6 |
| 1 | 1 | 1 | 7 |

Binärcode

Zahl im 10er System




**Es können die diskreten Zahlen von 0 bis 7 dargestellt werden.**

**Das 0-14 V Signal muss in 7 Schritte aufgeteilt werden:**

$$\frac{14V}{7} = 2V$$

**Es kann also maximal die Schrittweite von 2 V aufgelöst werden.**

**Mit anderen Worten: Bei der AD Wandlung geht ggf. Genauigkeit verloren.**

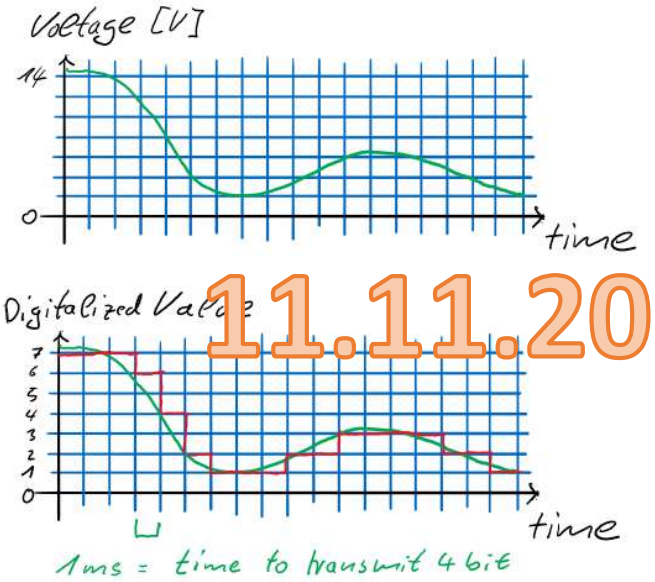
# Digitalisierte Messsignale

## Digitalisierung eines 0-14 V Spannungssignales mit 3 Bit

| $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ | |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | 1 | 1 | 3 |
| 1 | 0 | 0 | 4 |
| 1 | 0 | 1 | 5 |
| 1 | 1 | 0 | 6 |
| 1 | 1 | 1 | 7 |

Binärcode

Zahl im 10er System




11.11.2026

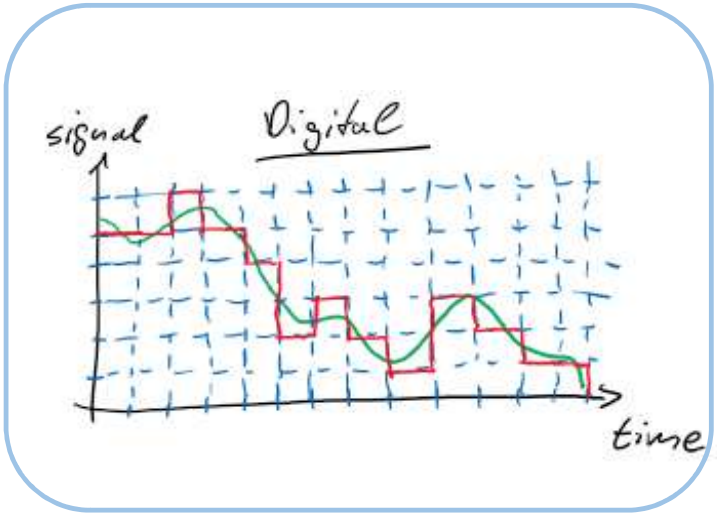
**Allgemein gilt für die Auflösung ΔU eines mit n binären Stellen digitalisierten Spannungssignals:**

$$\Delta U = \frac{U_{max}}{2^n - 1}$$

**Man spricht in dem Zusammenhang auch vom Diskretisierungsfehler.**

# Digitalisierte Messsignale

**Aufgabe:**
**Betrachten Sie nun ein Messsystem, welches Ihnen proportional zum Messwert ein analoges Signal zwischen 0 und 5 V ausgibt. Bestimmen Sie die Auflösung der AD-Konversion, wenn Sie ein 4 Bit System verwenden.**




4 - bit - signal

Digitalization

| $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ | |
|---|---|---|---|---|
| 8 | 4 | 2 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 4 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 5 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 6 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 9 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 11 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 12 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 13 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 14 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 15 |

Consider a 0..5V analog output voltage to be converted into a 4-bit digital signal.

The maximum representable number in 4-bit is 15.

Thus, the maximum possible output voltage of 5V is represented by 15 [1111].

$5V \triangleq 15$

$\Rightarrow \frac{5V}{15} \triangleq 1$

$\Rightarrow \frac{1}{3}V \triangleq 1 \quad [0001]$

The resolution of this A->D conversion with 4-bit bandwidth is 0,33V.