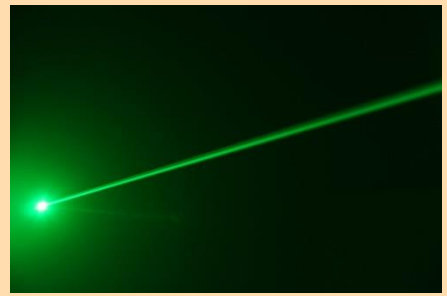
FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Willkommen zur Lasertechnik 13. ten VL, 14.07.2020



Studiengang Mechatronik

Vorlesung & Labor Sommersemester 2020

VL: Dr. Thomas Hebert (thebert@fb2.fra-uas.de)

Labor: Hans-Peter Tögel, Lutz Zimmermann, Dr. Thomas Hebert

Lasertechnik SoSe 2020

- Zusammenfassung & Rückschau
- Vorlesung
- Laborversuche

Lasertechnik im SoSe 2020: Themenübersicht

Laser: Erster grober Überblick, Lasertypen, Laseranwendungen

Licht – Grundlagen: Welleneigenschaften von Licht: Elektromagnetische Welle, Wellengleichung, Grundgrößen der EM-Welle, Thermisches Licht (Sonne, Hohlraumstrahler), elektromagnetisches Gesamtspektrum, Teilchencharakter von Licht: Photonen, Photoeffekt,
Welle-Teilchen Dualismus: Welleneigenschaften von Teilchen (De Broglie Wellenlänge)

Atomphysik: Rutherford'sches / Bohr'sches Atommodell / H-Atom, Spektren und Termschemata anderer Atome, Quantenmechanik und Quantenzahlen High-Level-Überblick, Pauli-Prinzip, Auswahlregeln, Unschärfe Relation

Laser Prinzip: Absorption, Induzierte Emission und Spontane Emission, Laserprinzip: Besetzungsinversion, metastabile Zustände, Bilanzgleichung statisch, Laser-Schwelle

Laser Resonator: Longitudinale Moden, Stabilitätskriterium, Gauss'sche Strahlen, Transversale Moden

Lasertypen und -eigenschaften: Gas-Laser: **Helium-Neon-Laser, CO2 Laser;** Festkörperlaser: **Rubinlaser, Nd:YAG Laser,** Laserpulse; Spiking, Nicht-Lineare Optik: Freq. Verdopplung, Q-Switch-Verfahren, Erbium Faserlaser, **Halbleiterlaser**

Laseranwendungen (Labor): Michelson-Interferometer, Holographie, Laser-Doppler-Anemometrie (LDA), He-Ne-Laser, Nd:YAG Laser

Literatur (update)

DOHL_LAS2015: Lasertechnik, R. Dohlus, 2015 De Gruyter, e-ISBN (PDF) 978-3-11-035140-8

EICH_LAS2015: Laser – Bauformen, Strahlführung, Anwendungen, J. Eichler, H.J. Eichler (2015, 8. Auflage, Springer ISBN 978-3-642-41438-1 (eBook)

EICH_LASBAS2018: Lasers – Basics, Advances and Applications, H.J. Eichler, J. Eichler, O. Lux (2018, Springer Series in Optical Sciences, ISBN 978-3-319-99893-0)

TRAD_LAS1983: Laser, K. Tradowsky, (1983, Vogel Verlag, 4. Auflage ISBN 3-8023-0021-1)

SIGR_LAS2018: Laser: Theorie, Typen und Anwendungen, M.W, Sigrist, Springer, 8. Auflage 2018, ISBN 978-3-662-57515-4 (eBook)

SIEG_LAS1986: Lasers, A.E. Siegmann (1986, University Science Books, ISBN 0-935702-11-5)

KNEU_LAS1995: Laser, F.K. Kneubühl, M.W. Sigrist, Teubner, ISBN 978-3-663-01450-8 (eBook)

BLMÜBA_LAS2013: Lasermaterialbearbeitung, J. Bliedtner, H. Müller, A. Barz, Fachbuchverlag Leipzig, 2013, E-Book-ISBN 978-3-446-42929-1

ZIMM_ATOM1978: Einführung in die Atom- und Molekülphysik, P. Zimmermann (1978, Akadem. Verlagsgesellschaft ISBN 3-400-00400-6)

https://www.leifiphysik.de/

https://de.wikipedia.org/wiki/Kategorie:Laserphysik

Lasertechnik, Vorlesung und Labor, K. Jansen FRA-UAS (2009-2019)

EICH_PHYS2007: Physik – Grundlagen für das Ingenieurstudium, J. Eichler (2007, 3. Auflage, Vieweg ISBN 978-3-8348-0223-1)

PITK_PHYS2013: Physik – Der Grundkurs, R. Pitka (2013, 5. Auflage, Verlage Europs Lehrmittel ISBN 978-3-8085-5621-4)

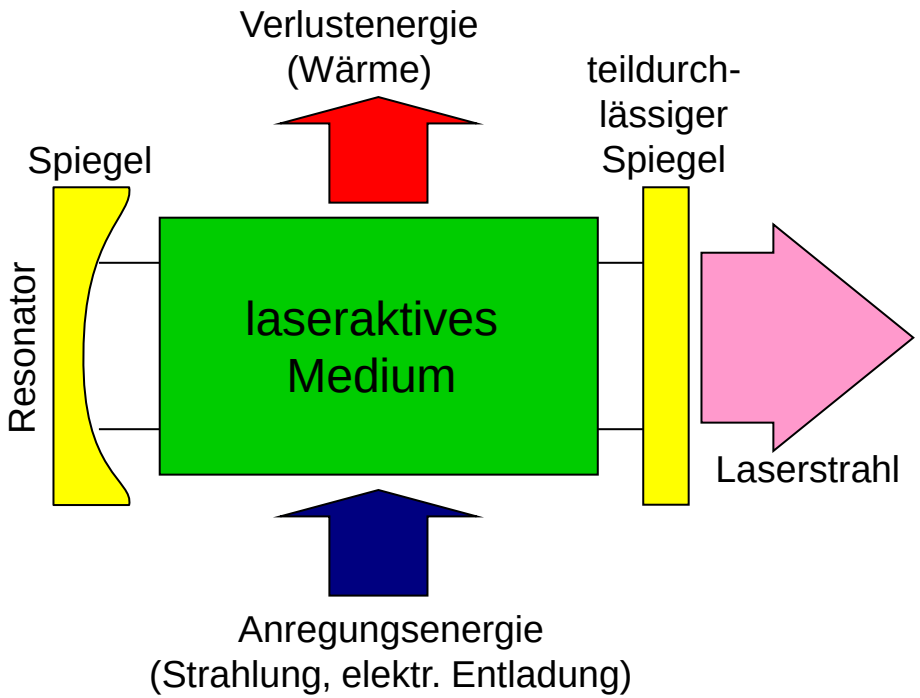
DOHL_PHYS2018: Physik - Basiswissen für Studierende technischer Fachrichtungen, R. Dohlus (2018, 2. Auflage, Springer ISBN 978-3-658-22779-1)

OSTE_PHYS2018: Eine Rundreise durch die Physik - Ein kompakter Überblick von der Kinematik zum Quantencomputer, W.W. Osterhage (2018, 2. Auflage, Springer ISBN 978-3-662-57836-0)

MESCH_OPTIK2008: Optil, Licht und Laser, D. Meschede, 2008, Vieweg Teubner, ISBN 978-3-8351-0143-2

Die fett markierten Bücher sind als z.B. e-Book in der U A S Bibliothek verfügbar

Laser Aufbau Schema



Aufbau:
- Laseraktives Medium
- Resonator
- Quelle zur Anregung

↓

Quelle zur Energie Anregung erzeugt Besetzungsinversion im laseraktiven Medium

↓

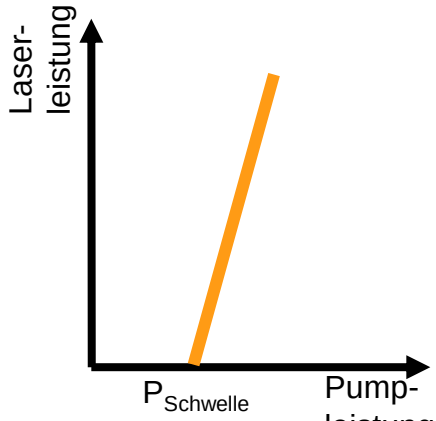
Stimulierte Emission findet statt

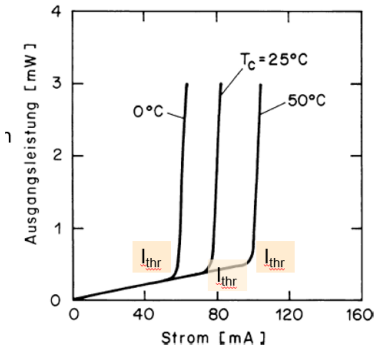
↓

Verstärkung der Strahlung im Resonator bis zur Überschreitung der Laserschwelle

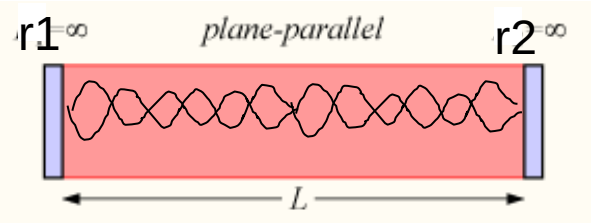
↓

Teil der Strahlung Wird ausgekoppelt





Resonator



Was ist Licht?

Antwort 1: Licht ist eine elektromagnetische Welle

Antwort 2: Licht besteht aus Teilchen = Photonen

Die ebene, elektromagnetische Welle und ihre Kenngrößen

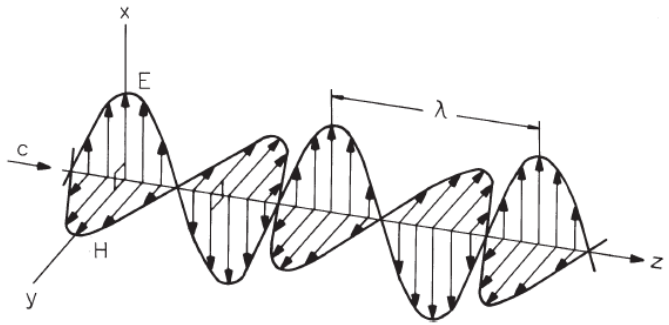


Bild 1.1. Elektrische (E) und magnetische Feldstärke (H) in einer Lichtwelle zu einem festen Zeitpunkt. Die Welle breitet sich in z-Richtung aus. Der Abstand zur Lichtquelle ist als groß angenommen (Fernfeld)

Wellenlänge:

- λ (Lambda) [m]

Wellenzahl:

- $k = \frac{2*\pi}{\lambda}$ (Anzahl der Wellenzüge pro m mal 2π [1/m])

Frequenz:

- f = 1/T bzw. $f = \frac{\omega}{2\pi}$ (mit T = Schwingungsdauer, ω = Kreisfrequenz = $2\pi f$) [1/s oder Hz)

Phasengeschwindigkeit:

- v = $\frac{\omega}{k}$ [m/s] (Licht im Vakuum: v = c Lichtgeschwindigkeit) bzw. **$c = f * \lambda$**

Darstellung einer ebene Welle, die sich in z Richtung ausbreitet und deren E-Feld in x-Richtung zeigt:

(1) $E_x(z, t) = E_0 \cos(k z - \omega t + \varphi)$ (hier dann E_y, $E_z = 0$)

Alternative Schreibweise

(2) $E_x(z, t) = E_0\, e^{i(k z - \omega t + \varphi)}$ mit $e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$

Übereinkunft: physikalische Größen ←→ Realteil

Beide Schreibweisen (1) und (2) erfüllen die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 * \mu_0} * \left(\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}\right)$$

Für das B-Feld gilt dann: $\vec{B} = c \cdot \vec{e}_{\vec{k}} \times \vec{E}$ und $\boldsymbol{B} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H}$

Transversalwelle

E schwingt senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

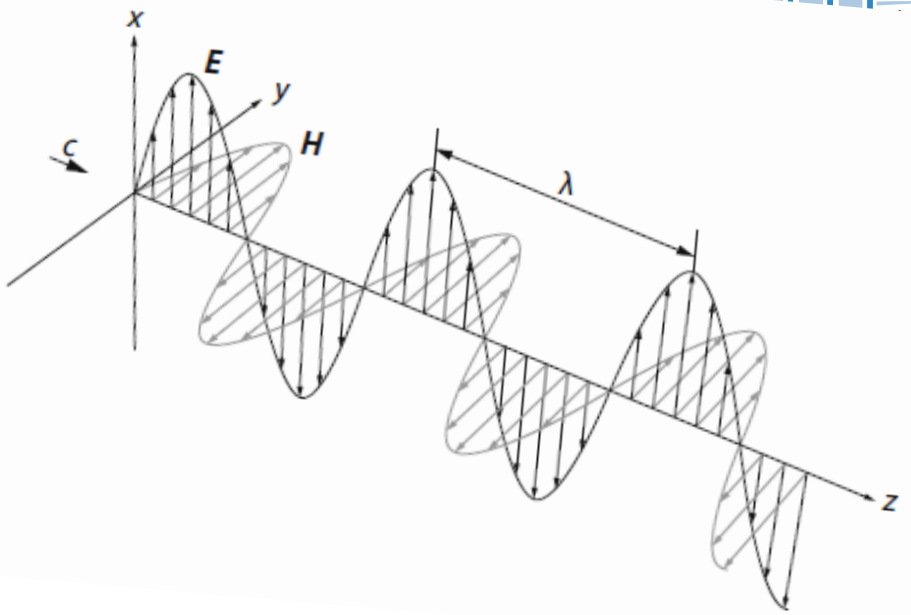
Polarisation

Gibt die konkrete Schwingungsrichtung von ***E*** an

Polarisiertes Licht

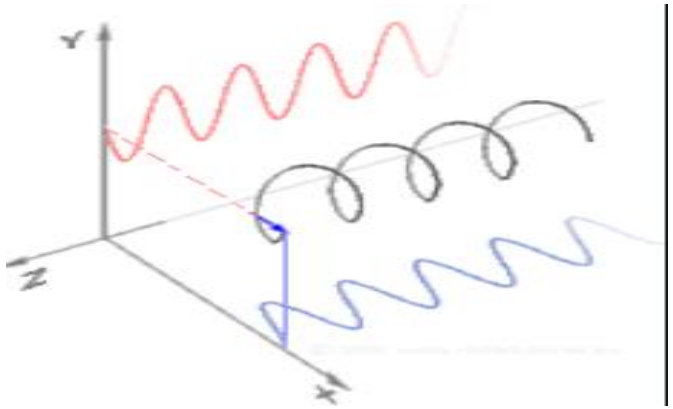
Linear polarisiertes Licht

- **E-Feld schwingt ein EINER festen Richtung**
  - Z.B. nur in x-Richtung (Abbildung)
  - Oder nur in y-Richtung
  - Oder auch eine Linearkombination von x- und y-Richtung



Zirkular polarisiertes Licht

- **E-Feld schwingt in BEIDEN Richtungen (x, y) + Phasenverschiebung**
  - Komponente in x-Richtung
  - Komponente in y-Richtung
  - **Phasenverschiebung ist π/2 bzw. λ/4**
  - **Rechts zirkular ~ + π/2**
  - **Links zirkular ~ - π/2**



Auch das Phänomen der Interferenz lässt aus der Darstellung der elektromagnetischen Welle herleiten

Lassen wir zwei Lichtwellen $E_1(z, t)$ und $E_2(z, t)$ sich Überlagern,

Annahmen: Frequenz und Wellenzahl beider Wellen gleich

$$E_1(z, t) = E_0 * \cos(\omega t - k z)$$

$$E_2(z, t) = E_0 * \cos(\omega t - k z + \phi)$$

$$\mathbf{E_1(z, t) + E_2(z, t) = 2*E_0 * \cos\left(\frac{2*(\omega t - kz) + \phi}{2}\right) * \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

Interferenzterm

$$E(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz) = (E_0/2) \exp -\mathrm{i}\,(kz - \omega t) + \mathrm{c.c.}.$$

Dabei verwendet

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

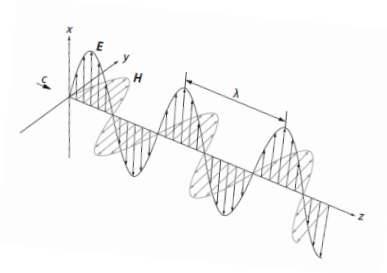
Auslöschung wenn $\cos(\frac{\phi}{2}) = 0$, d.h. wenn $\frac{\phi}{2} = \frac{\pm 1\pi}{2}, \frac{\pm 3\pi}{2}, \frac{\pm 5\pi}{2}$, …., bzw. Δz= ungradzahlige Vielfache von $\lambda/2$

Konstruktive Interferenz wenn $\cos(\frac{\phi}{2}) = 1$ oder -1, d.h. $\frac{\phi}{2} = 0, \pm 1\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi$, … bzw. Δz=ganzzahlige Vielfache von λ

Mit $\phi = \frac{\Delta z}{\lambda} * 2\pi$, Δz = Gangunterschied der beiden Wellen

Siehe auch Dohlus, Kap 5.2

Voraussetzung für Interferenz ist kohärentes Licht



Unser Interferenzterm: $\cos(\frac{\phi}{2})$ mit $\phi = \frac{\Delta z}{\lambda} * 2\pi$, Δz = Gangunterschied der Teilwellen

Die Phasendifferenz ϕ bzw. der Gangunterschied Δz dürfen nicht fluktuieren (dann wäre cos im Mittel = 0).

Das ist mit kohärentem Licht erfüllt.

Ein Maß dafür ist die sog. **Kohärenzlänge**, in der Optik der maximale Weglängen- oder Laufzeitunterschied, den zwei Lichtstrahlen aus derselben Quelle haben dürfen, damit bei ihrer Überlagerung noch ein (räumlich und zeitlich) stabiles Interferenzmuster entsteht. https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=koh%C3%A4renzl%C3%A4nge+physik

Tabelle 9.3 Kohärenzlänge l_K verschiedener Lichtquellen

Lichtquelle	Δf in Hz	l_K
Sonne	$5 \cdot 10^{14}$	0,6 μm
Spektrallampe	10^9	30 cm

Laser	Δf in Hz	l_K
He-Ne-Laser	10^9	30 cm
" " stabilisiert	$1{,}5 \cdot 10^5$	2 km

Thermisches Licht =
nicht/wenig kohärent, Kohärenzlänge gering

Laserlicht =
kohärent, Kohärenzlänge hoch

Siehe auch
Eichler, Physik Grundlagen

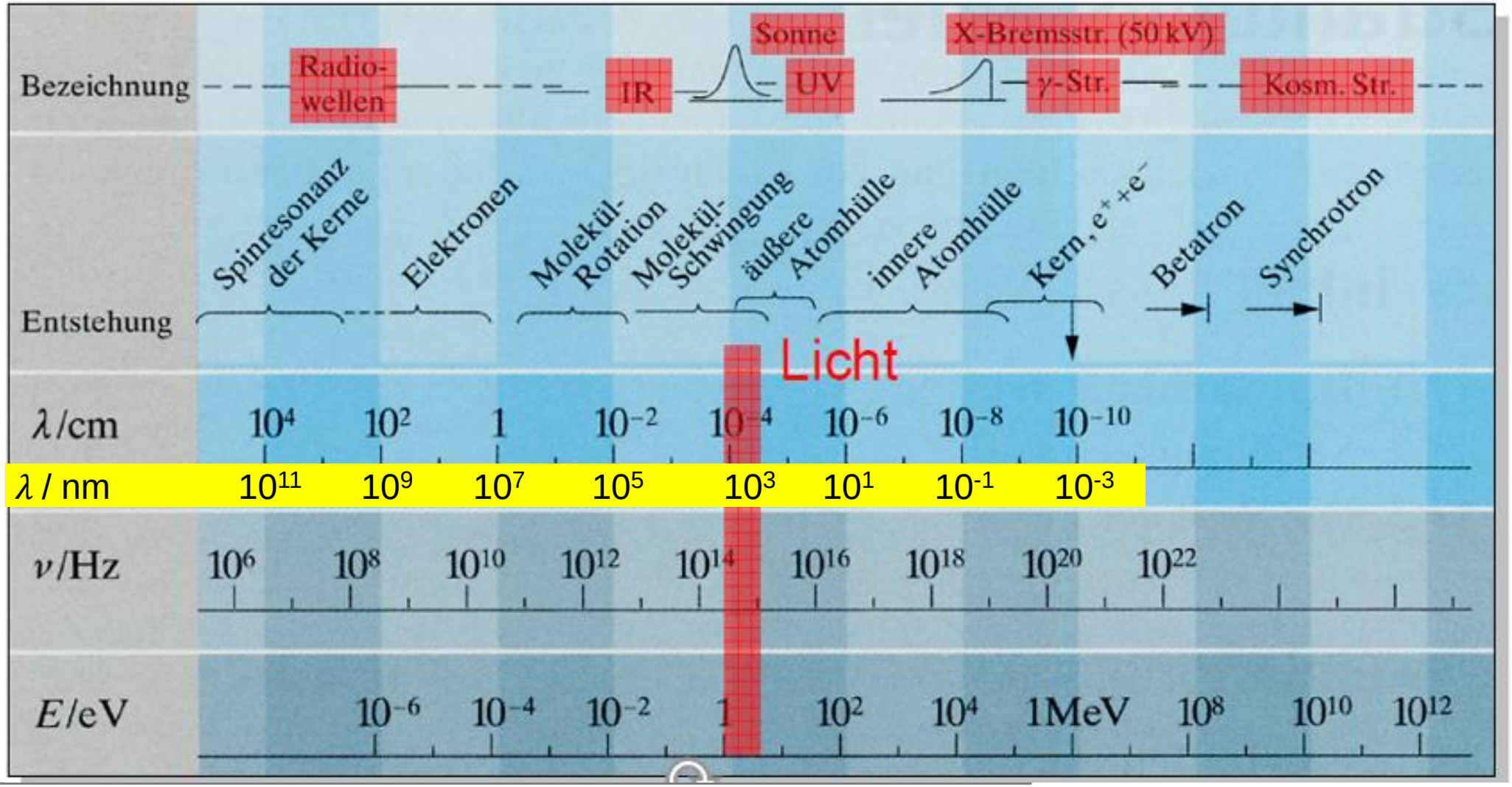
Das sichtbare Licht ist nur ein Teil des elektromagnetischen Spektrums

Umrechnungen

$c = f * \lambda$
mit
$c = 2{,}998 * 10^8$ m/s
(im Vakuum)

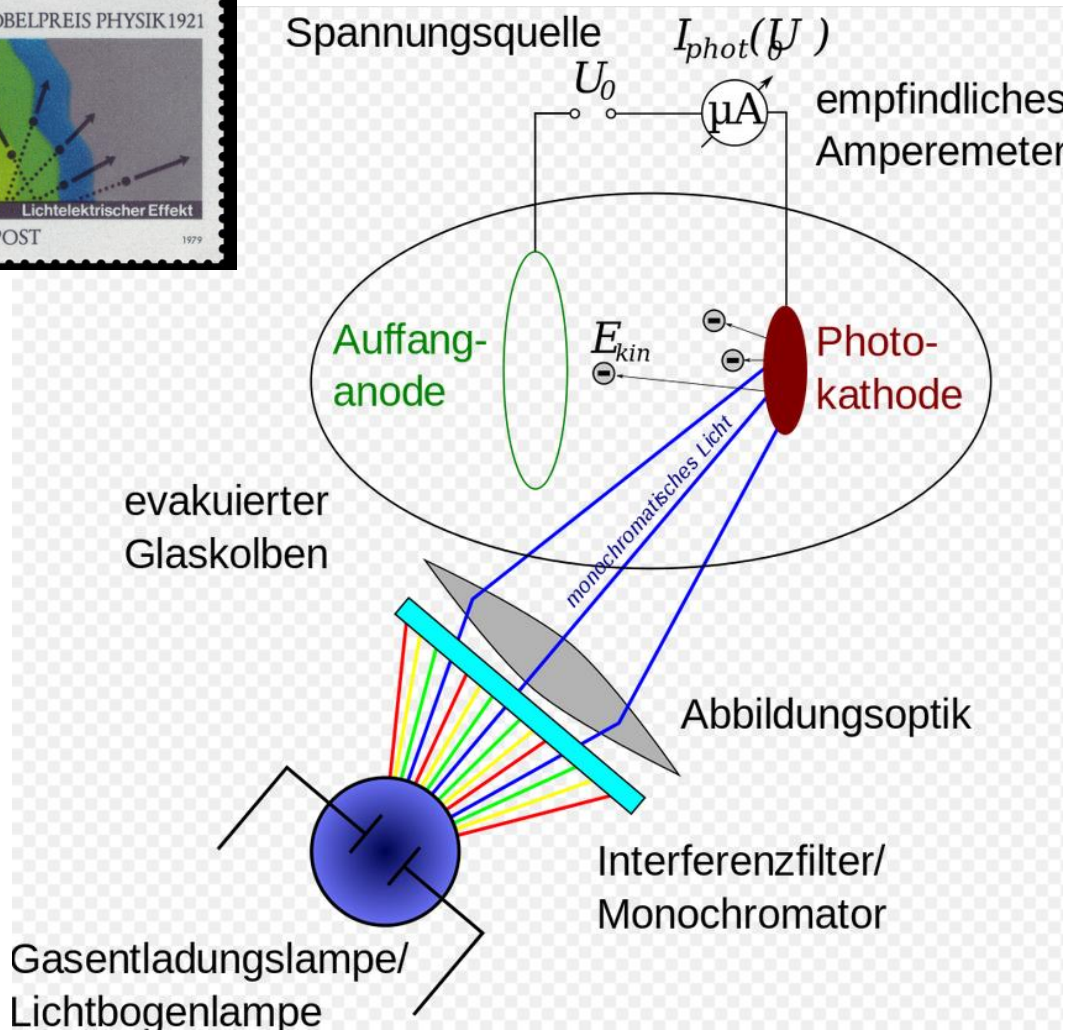
E = h * f
Mit h = Planck'sches Wirkungsquantum
$= 6{,}626 * 10^{-34}$ Js

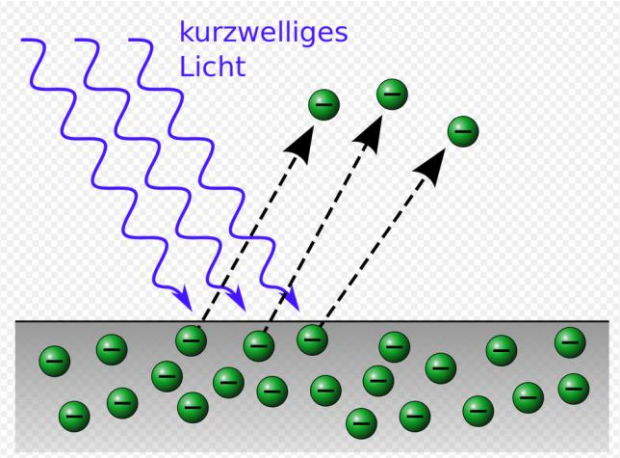
Umrechnung
Joule ←→ eV
$1\text{eV} = 1{,}602 * 10^{-19}$J



Experimentalphysik für Biologen und Chemiker, O. Benson & A. Peters, Humboldt-Universität zu Berlin

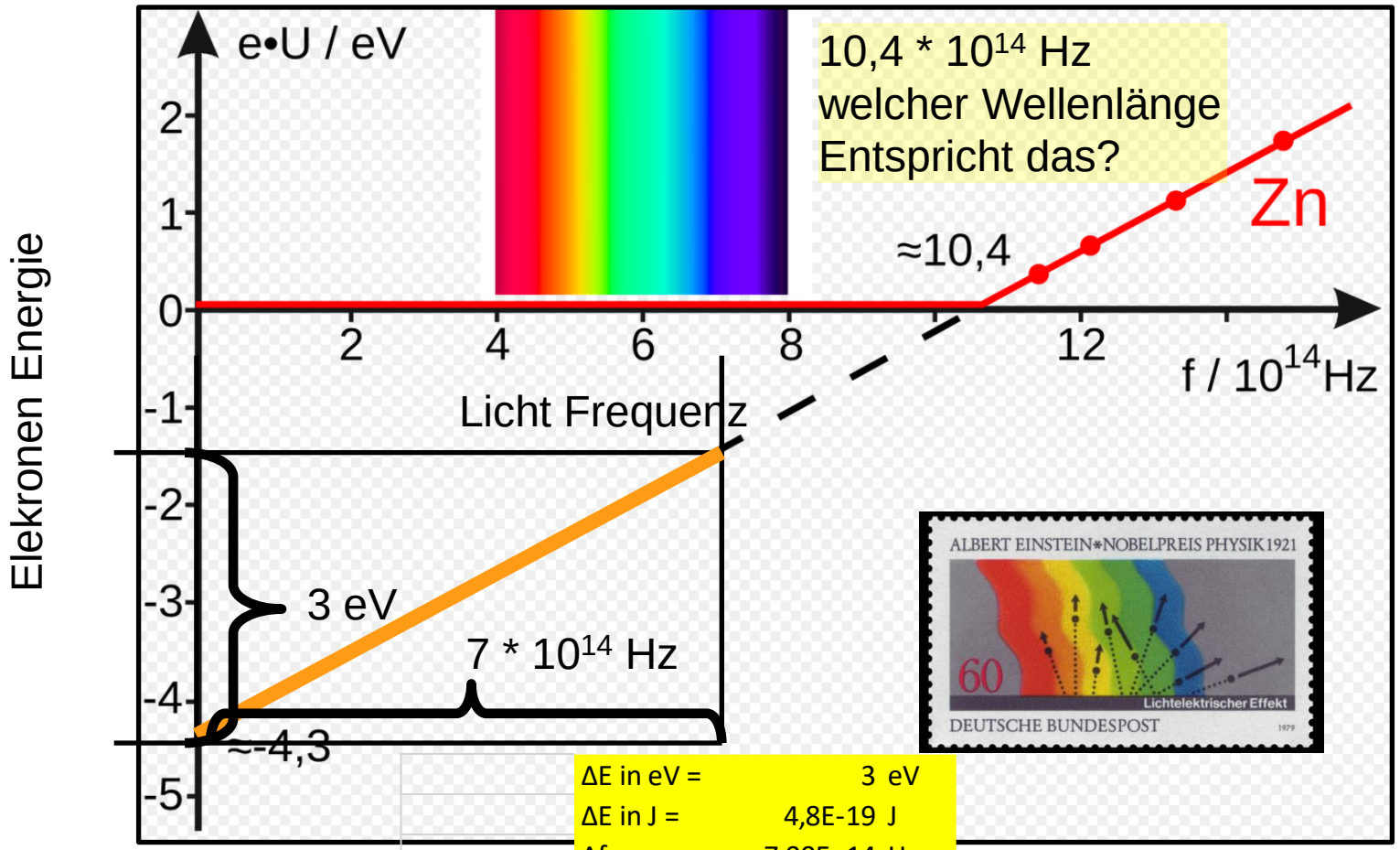
Licht als Teilchen / Photonen
A. Einstein Versuch: Lichtelektrischer Effekt - Versuchsaufbau





- Auf der Photokathode (Metallplatte) werden durch das auftreffende Licht Elektronen freigesetzt
- Und dann an der (positiv geladenen) Anode aufgefangen und als Photostrom $I_{photo}(U)$ gemessen.
- Mit der Gegenspannung U kann die kinetische Energie der Elektronen bestimmt werden.

Meßergebnis „Energie der Elektronen für verschiedene Lichtfrequenzen“ mit einer Zink (Zn) Kathode



	ΔE in eV =	3 eV
	ΔE in J =	4,8E-19 J
	Δf =	7,00E+14 Hz
	h =	**6,86E-34 Js**
Literturwert	*h =*	*6,63E-34 Js*

1. Elektronen-Energie: E = q * U
   (q = e = Ladung eines Elektrons)
2. Lichtfrequenz f mit f = c / λ kann variiert werden
3. Für f < 10.4 * 10^{14} Hz treten keine Elektronen aus
4. Für f > 10.4 * 10^{14} Hz werden Elektronen mit linear zunehmender Energie gemessen.
5. Die Intensität des Lichts hat keinen Einfluß auf die Elektronenenergie
6. Extrapolation der Geraden liefert die Austrittsarbeit W_{aus}
   (diese Energie ist nötig um Elektronen aus der Zinkplatten herauszulösen)
7. **Erklärung Einstein: Licht besteht aus Photonen der Energie**
   $E = h * f = h * c / \lambda$
8. Konstante h kann aus diesem Experiment bestimmt werden.

Etwas mehr über Photonen

Das **Photon ist das Wechselwirkungsteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung**.
(Weitere Wechselwirkungen: Gravitation, Starke Wechselwirkung (Kernkräfte), Schwache Wechselwirkung (Beta-Zerfall)

Elektromagnetische Strahlung ←→Photon

Gelegentlich auch Lichtquant oder Lichtteilchen genannt.

Das Photon ist ein Elementarteilchen: **ohne Masse** aber **mit Energie und Impuls** (Impuls folgt aus Relativitätstheorie).

Energie: $\mathbf{E_{Photon} = h * f_{Welle}}$

(Ruhe)Masse: $\mathbf{m_{Photon} = 0}$

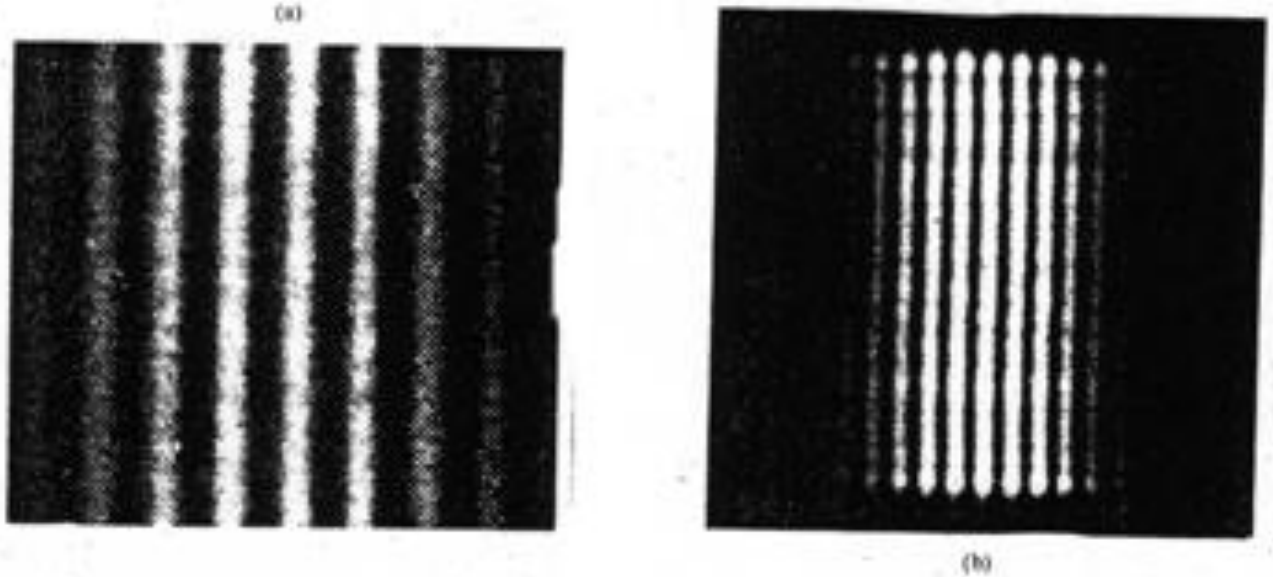
Impuls: $\mathbf{p_{Photon}}$:

aus $E = m * c^2$ (Relativitätstheorie) und $E = h * f_{Welle}$ (Photoeffekt)

➔ $p = m * v = h * / \lambda \ (mit\ v = c\ und\ f = c / \lambda)$

➔ $\mathbf{p_{photon} = h * / \lambda = h * f / c}$

Aufnahmen: Elektronenbeugung am Doppelspalt



(a) *Interferenzstreifen, die mit Elektronen hinter einem Doppelspalt erzeugt wurden. Jedes Korn des photographischen Negativs wurde hier durch ein Elektron „belichtet". Zum Vergleich zeigt Bild (b) Interferenzstreifen, die hinter einem Doppelspalt mit Licht entstanden sind. Hier wurde jedes Korn des Negativs durch ein Photon belichtet.*

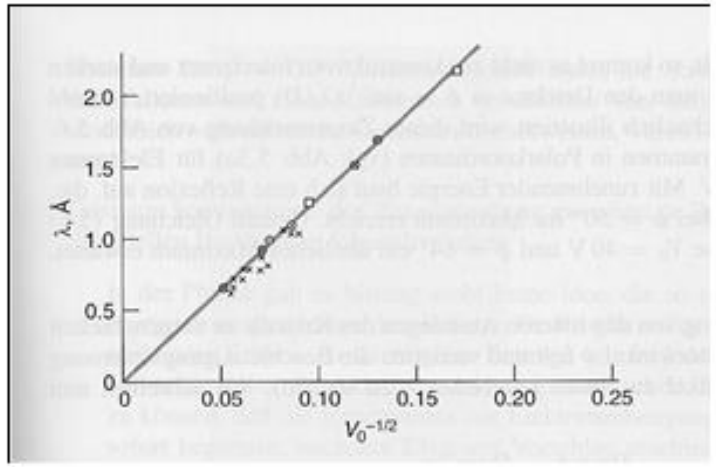
Louis-Victor de Broglie: Teilchen haben Wellencharakter und auch eine Wellenlänge (de Broglie Wellenlänge)

de Broglie: $p = \frac{h}{\lambda}$

- Dissertation: 1924.
- Messungen von Davisson und Germer 1927 (Nobelpreis) s.u.
- 1929 de Broglie Nobelpreis.

Benutzt das Davisson-Germer Experiment um seine Hypothese zu bestätigen.

- Linearer Zusammenhang zwischen λ und dem Impuls der Elektronen



V_0 : Beschleunigungsspannung der Elektronen

$$E = e \cdot V_0 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2 \cdot m}$$

$$p = \sqrt{2\, m\, e\, V_0} = \sqrt{2\, m\, e} \cdot \sqrt{V_0} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\, m\, e}} \cdot V_0^{-\frac{1}{2}}$$

Atommodelle

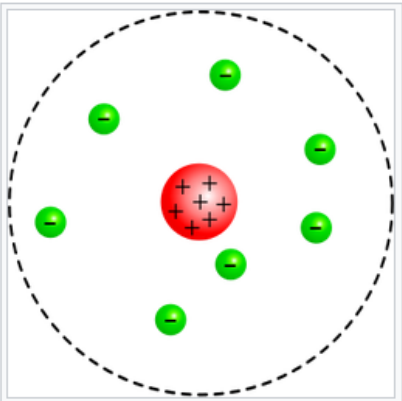
- **Die Klassiker**

  - **Demokrit (etwa 400 v. Chr.)** postuliert die Existenz von verschiedenartigen festen, unteilbaren Teilchen, die unterschiedlich kombiniert die bekannten Substanzen bilden.

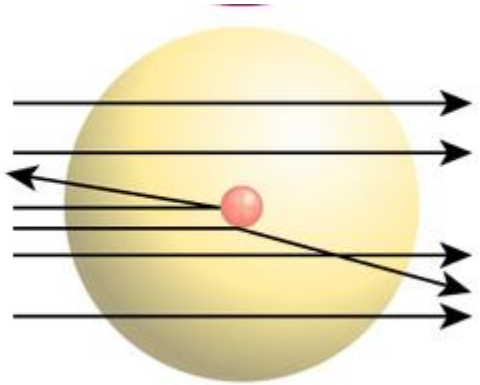
  - **Dalton-Modell (1803)** geht von kleinsten, nicht weiter teilbaren Teilchen aus, die sich je nach Element in ihrer Masse unterscheiden und in verschiedenen Stoffen in jeweils bestimmten Anzahlverhältnissen (je nach Art des Stoffes) miteinander verknüpft sind. Bei Veränderung der Stoffe durch chemische Reaktionen können die Atome sich nur umordnen.

Atommodelle

- **Rutherford‘sches Atommodell (1909-1911)**
  - Atomkern: ca. 10^{-15} m
  - Elektronenhülle: Durchmesser: ca. 10^{-10} m
  - Herausgefunden durch Streuexperimente mit alpha Teilchen an dünnen Folien aus Gold, Platin, … (alpha Teilchen werden nur vom Atomkern gestreut)
  - ABER noch keine Erkenntnisse über die Elektronenzustände ➔ kamen dann mit Bohr‘schem Atommodell



Atommodell nach Rutherford für Stickstoff, Elektronen: grün, Atomkern (hier 1000-fach zu groß gezeichnet): rot



Bohr‘sches Atommodell (1913)

RUTHERFORD: Ein Atom besteht aus

- **Kern (Protonen, Neutronen)** und
  - Ordnungszahl Z = A (Anzahl Protonen)
  - Atommasse = A+N (Anzahl Protonen + Neutronen)

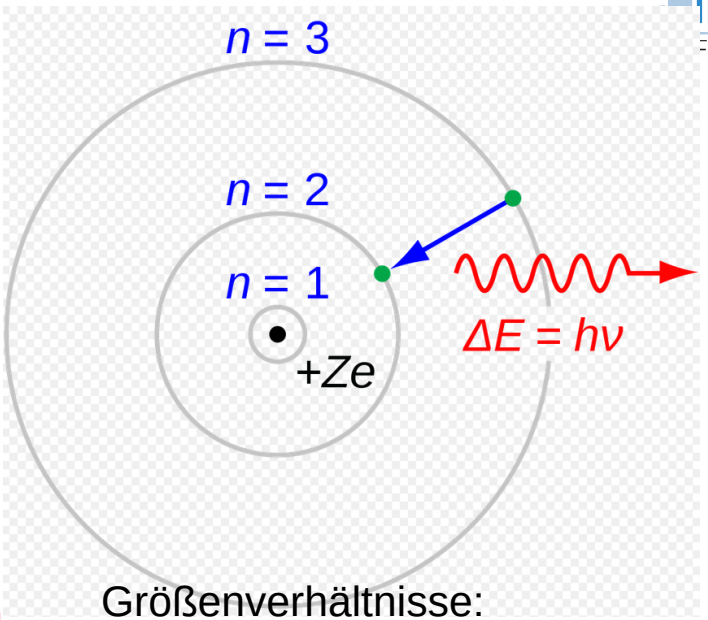
BOHR

- **Elektronen**, die den Atomkern auf **„Schalen“** „umkreisen“
  - Ein elektrisch neutrales Atom hat die gleiche Anzahl von Protonen und Elektronen

- **Die Schalen entsprechen Energiezuständen / Energieniveaus**

- **Ein Elektron auf einer Schale strahlt keine Energie ab**

- **Wechselt ein Elektron von einer Schale zu einer anderen wird die Energie (Photon) $\Delta E = E_2 - E_1 = h * \nu$ emittiert.**

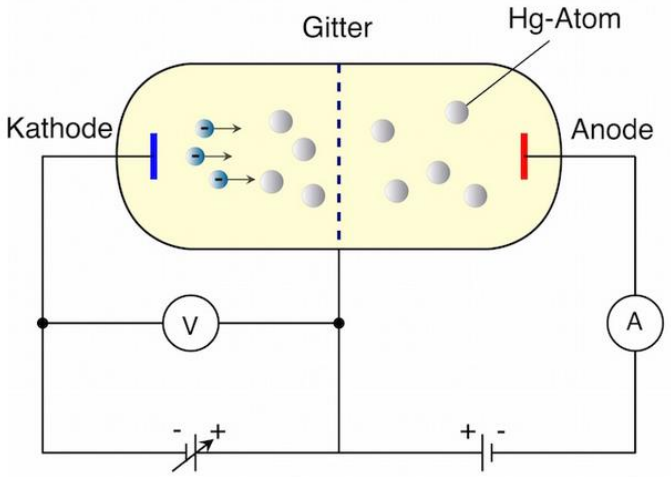


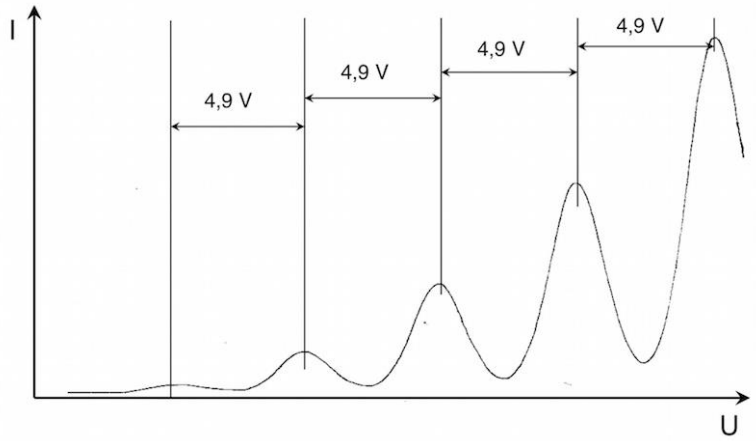
Größenverhältnisse:
Durchmesser Atomkern: ~ 10^{-15} m
Durchmesser Atom: ~ 10^{-11} m

Massen Elektron, Proton, Neutron
m_e = 9,109 383 7015(28) · 10^{-31} kg
m_p = 1,672 621 923 69(51) · 10^{-27} kg
m_n = 1,674 927 498 04(95) · 10^{-27} kg

Ladung Elektron, Proton
e_- = −1,602 176 634 · 10^{-19} C
e_+ = 1,602 176 634 · 10^{-19} C
Neutron: q = 0, elektrisch neutral

Franck-Hertz-Versuch (1914)
Bestätigung der Energieniveaus am Beispiel Quecksilber (Hg)





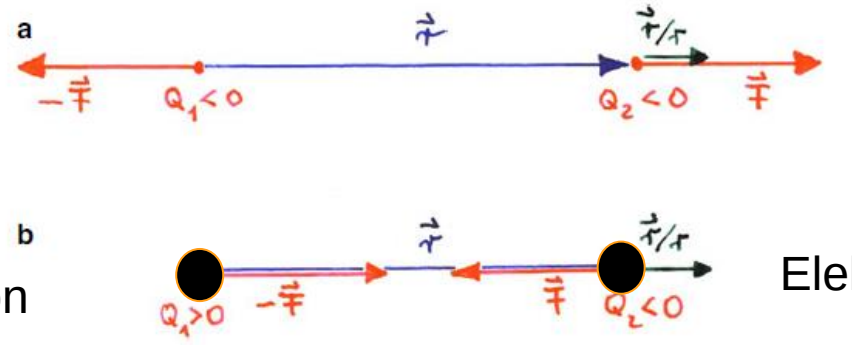
1. Elektronen werden durch die Spannung zw. Kathode und Gitter beschleunigt
2. Spannung wird erhöht und es kommen immer mehr Elektronen bei der Anode und ein Storm I wird gemessen
3. Bei 4.9V, 9.8V, 14.7V, …, n*4.9V nimmt die Stromstärke ab um später wieder anzusteigen

Erklärung:

- Elektronen stoßen mit Hg Atomen zusammen und können durch 1, 2, 3, …. Stöße Energie in Paketen je 4.9 eV an Hg Atome abgeben
- Hg-Atom hat einen Energieübergang bei 4.9 eV (Emission 253 nm bzw. 4.9 eV wird ebenfalls beobachtet)

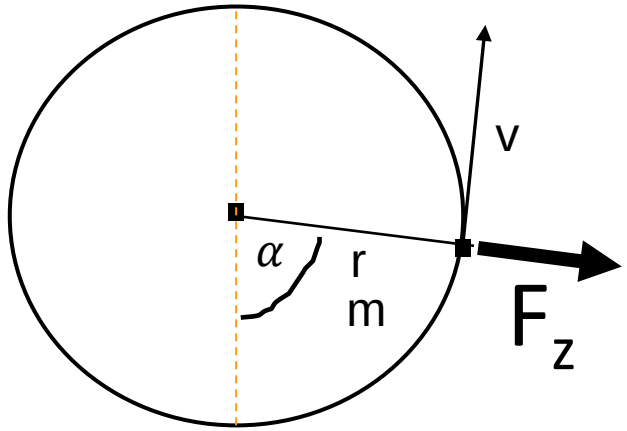
Das einfachste Atom ist **Wasserstoff H** (mit 1x Proton, 1x Elektron) – Das Bohr‘sche Atommodell kann das Energie Schema des H-Atoms sehr gut erklären.

Die Coulombkraft beschreibt die Kraft, die zwei Ladungen Q1 und Q2 aufeinander ausüben



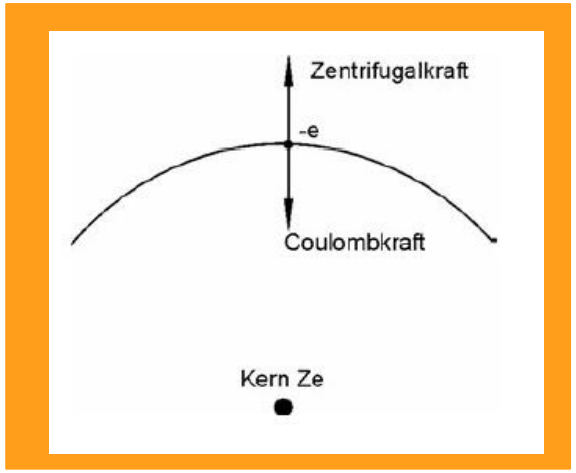
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}.$$

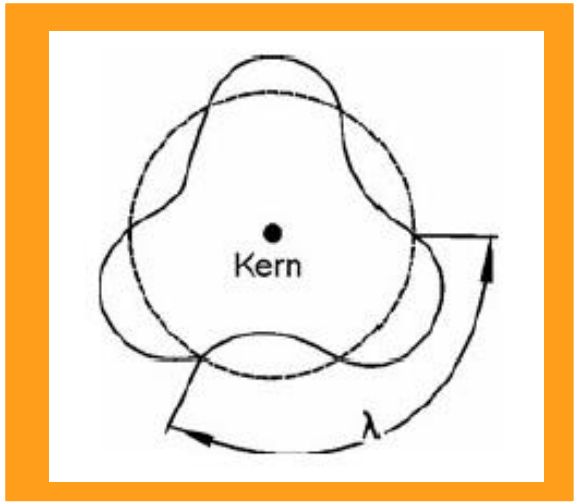
Die Zentrifugalkraft F_z beschreibt die Kraft, die auf eine gleichförmig rotierende Masse „nach außen“ wirkt



$$Fz = \frac{m\,v^2}{r}$$

Zusammenspiel von Teilchen- und Wellenbild bei der Betrachtung der Elektronenbahnen eines Atoms





Teilchenbild / Klassische Betrachtung

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{m_E v^2}{r} \; .$$

Coulomkraft = Zentrifugalkraft

Z Kernladungszahl
e Elementarladung (Elektron)
m_E Elektronenmasse
r Bahnradius
ε_0 Elektrizitätskonstante

Wellenbild

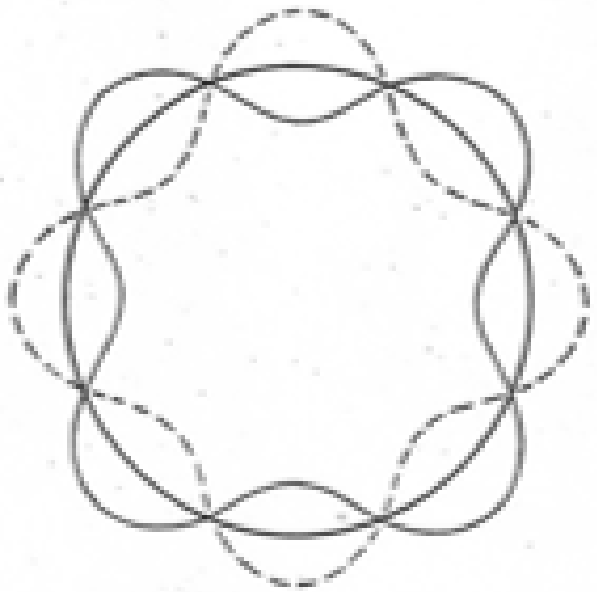
$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{m_E v} \quad \text{mit} \quad n = 1, 2, 3, ..$$

Elektronenwellen

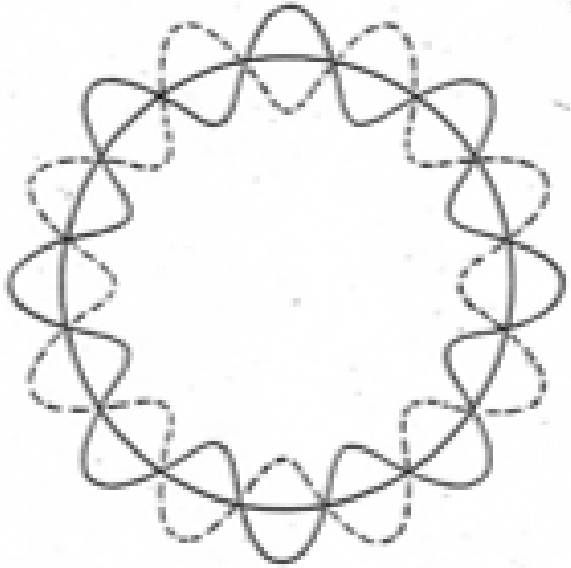
- Erlaubte Elektronenbahn muss eine stehende Welle (mit de Broglie Wellenlänge des Elektrons sein)

n Bahn Nummer
λ debroglie Wellenlänge
h Planck‘sches Wirkungsquantum

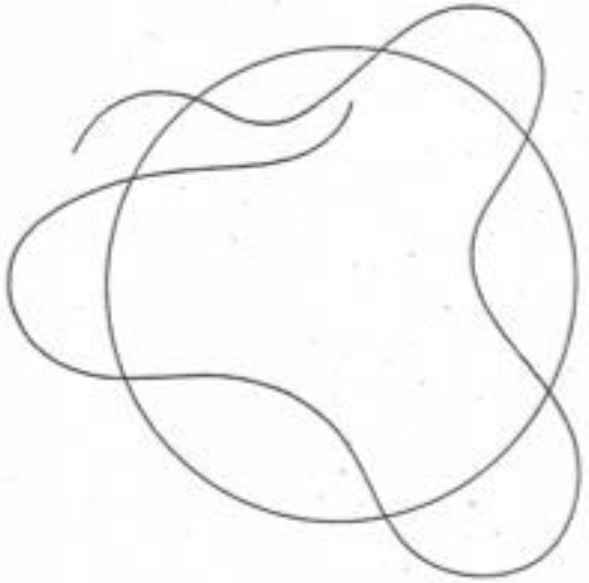
Modell für Atome: Elektronenbahnen als stehende Wellen



Umfang = 4 Wellenlängen



Umfang = 8 Wellenlängen

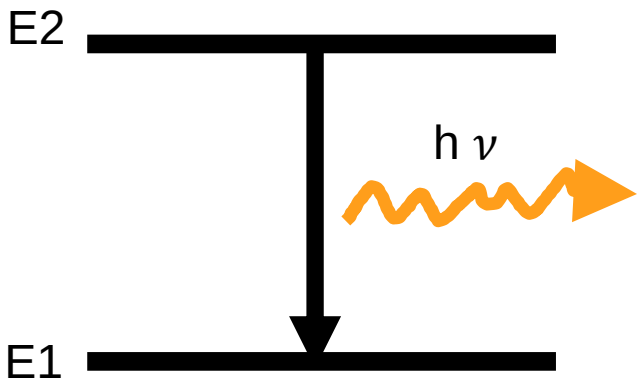


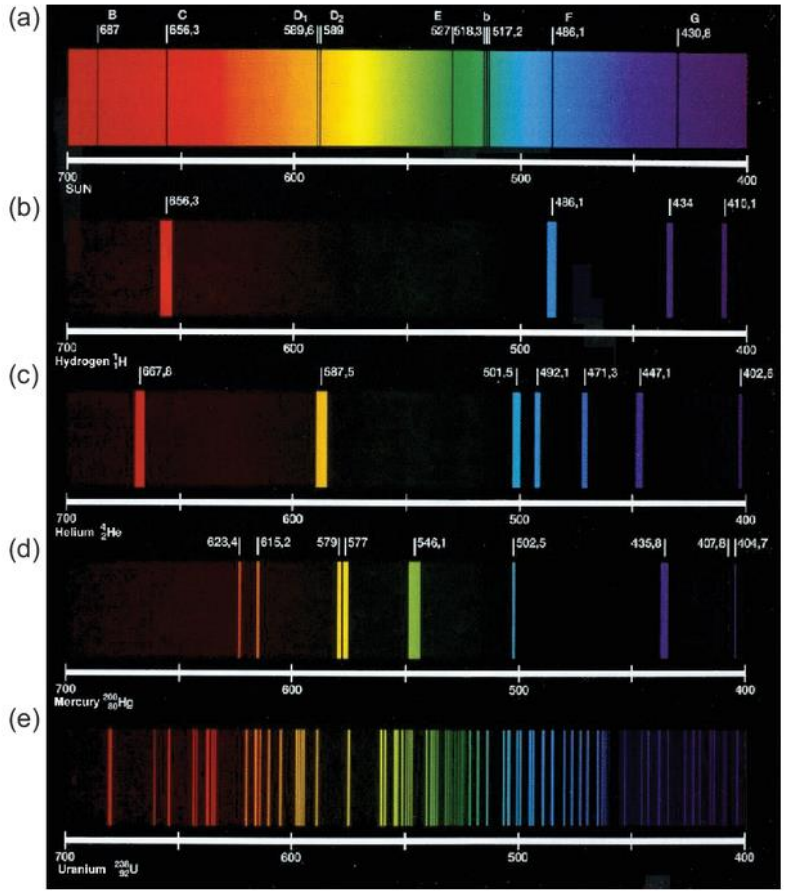
Eine nichtganze Zahl von Wellenlängen ist nicht stabil, da destruktive Interferenz auftritt.

Stabile Elektronenbahn nur dann, wenn eine stehende Welle zustande kommt.

Beispiele von atomaren Spektren anderer Atome

Absorption oder Emission von Licht durch ein Atom ist immer mit einem Wechsel von einem zu einem anderem Energieniveau verbunden



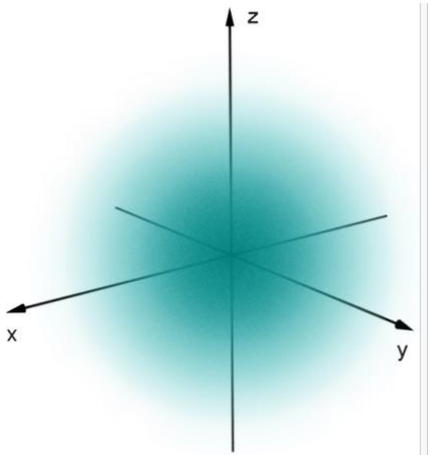


(a) Sonne,
(b) Wasserstoff Z=1
(c) Helium Z=2
(d) Quecksilber Z=80
(e) Uran Z=92

https://qudev.phys.ethz.ch/static/content/science/BuchPhysikIV/PhysikIVch8.html

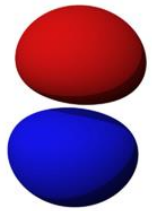
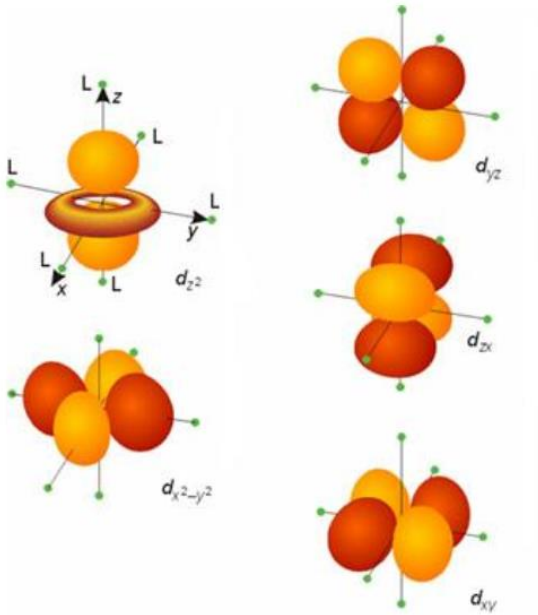
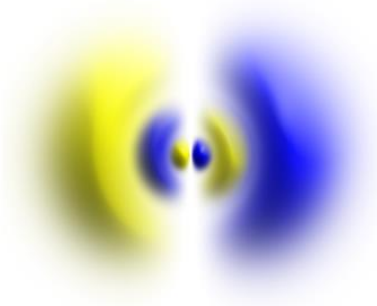
Die Quantenzahlen, bzw. $|\psi(n, l, m)|^2$ geben Aufschluß über geometrische Struktur der Orbitale (~ „Elektronenwolken“)

$l = 0, m_l = 0$



Orbital s ($\ell = 0, m_\ell = 0$)

Darstellung der Wahrscheinlichkeitsdichte des 1s-Orbitals mithilfe einer (sehr feinen) Punktwolke

p_z-Orbital	d-Orbitale	$4p$-Orbital
$l = 1, m_l = 0$ 		
Vereinfachte Form eines p-Orbitals $(l = 1)$. Die Färbung steht für das Vorzeichen der Wellenfunktion. Dargestellt ist eine Isofläche von $\lvert\Psi(\vec{r})\rvert^2$.	Vereinfachte Formen der verschiedenen d-Orbitale (jeweils $l = 2$). Für die jeweiligen Orbitale ist eine Isofläche der Wahrscheinlichkeitsdichte $\lvert\Psi(\vec{r})\rvert^2$ dargestellt.	Form eines 4p-Orbitals $(l = 1,\ m_x = 0)$. Die Färbung steht für das Vorzeichen der Wellenfunktion.

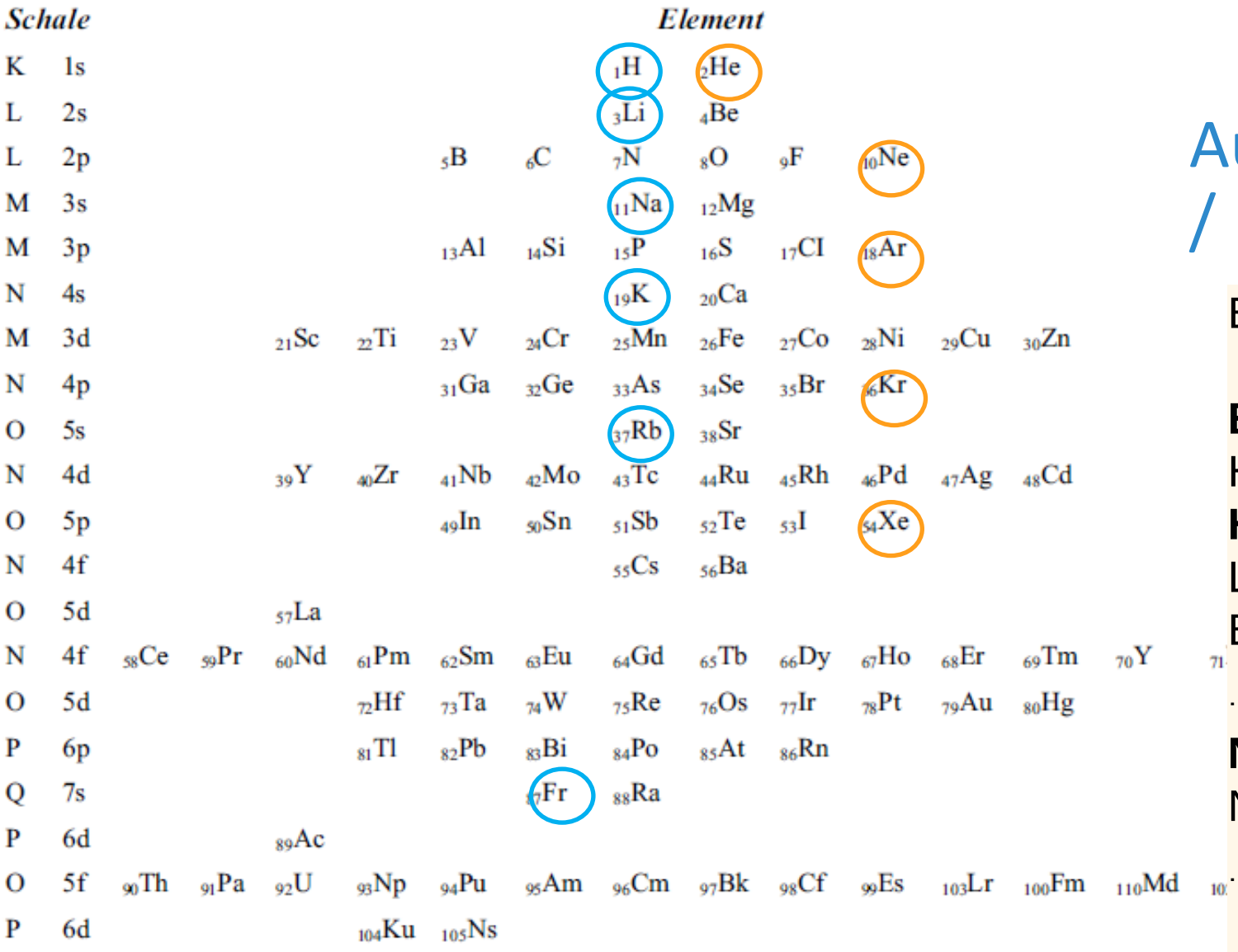


Bild 10-16 Zum Aufbau des Periodensystems: Auffüllung der Elektronenschalen mit steigender Ordnungszahl

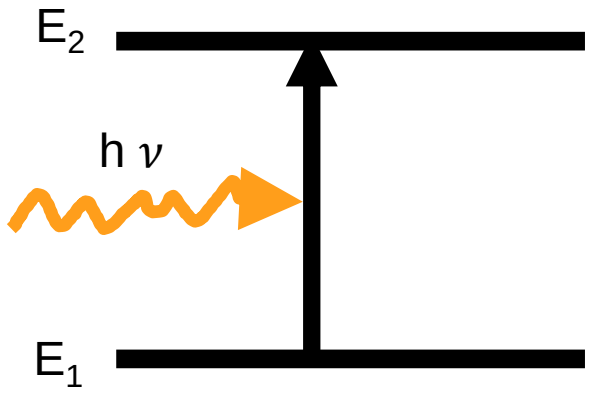
Auffüllung der Schalen / Periodensystem

Beispiele

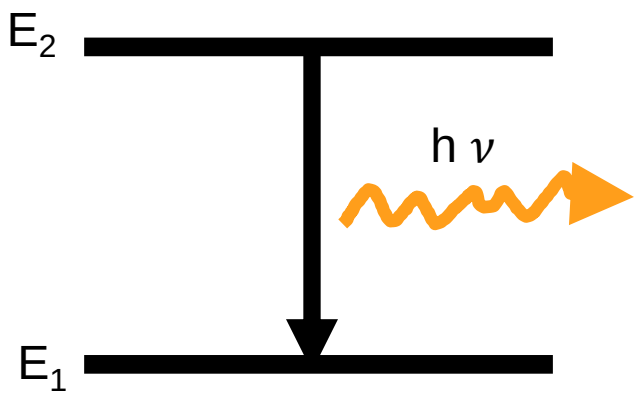
Element$_Z$	**Elektronen Konfiguration**
H_1	$(1s)^1$
He_2	**$(1s)^2$**
Li_3	$(1s)^2\,(2s)^1$
Be_4	$(1s)^2\,(2s)^2$
…	
Ne_{10}	**$(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6$**
Na_{11}	$(1s)^2\,(2s)^2\,(2p)^6\,(3s)^1$
…	

Je Schale K, L, M, … (n = 1, 2, 3, …) sind $2n^2$ Elektronen möglich

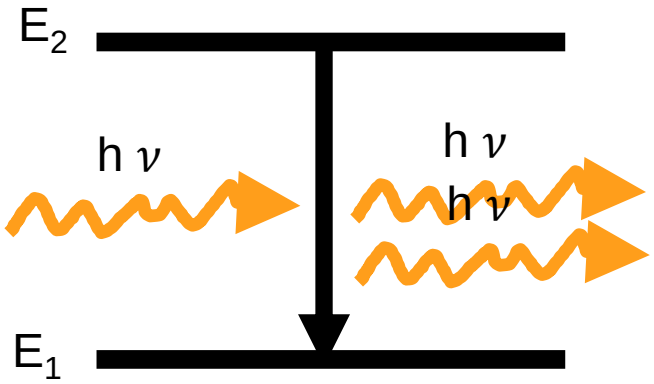
Wechselwirkung zwischen Licht und Atomen



Absorption
Ein Photon der Energie E = E1 – E2 = hν hebt ein Elektron aus dem Zustand E1 auf ein höheres Energieniveau E2

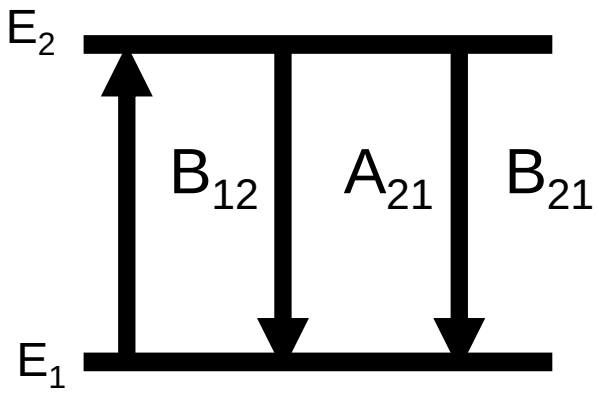


Spontane Emission
Ein angeregtes Atom im Zustand E2 geht spontan in den niedrigeren Zustand E1 über und emittiert dabei ein ein Photon der Energie hν = E2 – E1



Stimulierte Emission
Ein Photon der Energie hν = E2 – E1 trifft auf ein angeregtes Atom im Zustand E2 und induziert den Übergang E2→E1 unter Aussendung eines weiteren Photons der Energie hν = E1 – E2

Zusammenhang zwischen den Einstein-Koeffizienten B_{ik}, B_{ki}, A_{ik}



- $B_{12} = B_{21}$

  Bzw. $g_1 * B_{12} = g_2 * B_{21}$

- $A_{21} = \tau^{-1} = \frac{4 * h * f^3}{c^3}$ B_{21} kann aus dem Planck‘schen Strahlungsgesetz abgeleitet werden.
  (τ = Lebensdauer des angeregten Zustands)
- Findet man in vielen Quellen auch so aufgeschrieben:

$$A_{ab} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} B_{ab}$$

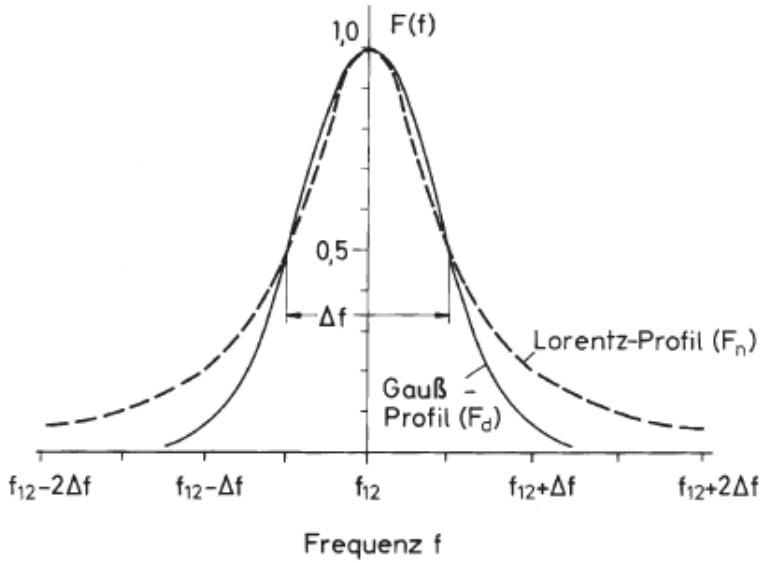
mit

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Natürliche Linienbreite

- Bisher haben wir unterschwellig angenommen, dass Energieübergänge E_2-E_1 etc. und die zugehörigen Licht Wellenlängen diskrete scharfe Werte sind.
- **Das stimmt so aber nicht: Energieübergänge bzw. z.B. die zugehörigen Lichtfrequenzen haben eine gewisse Bandbreite**
- Diese **natürliche Linienbreite Δf_n** begründet sich aus der Quantenmechanik, bzw. dort aus der Heisenberg'schen Unschärfe Relation
  - Ort und Impuls eines Teilchens sind NICHT GLEICHZEITIG messbar, vielmehr gilt:
  - Oder ausgedrückt über Energie und Zeit:



$$\Delta f_n = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}\right)$$

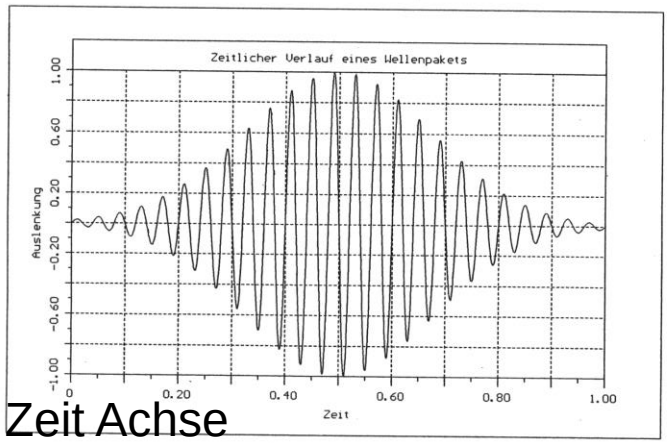
Linienprofil: Lorentzprofil

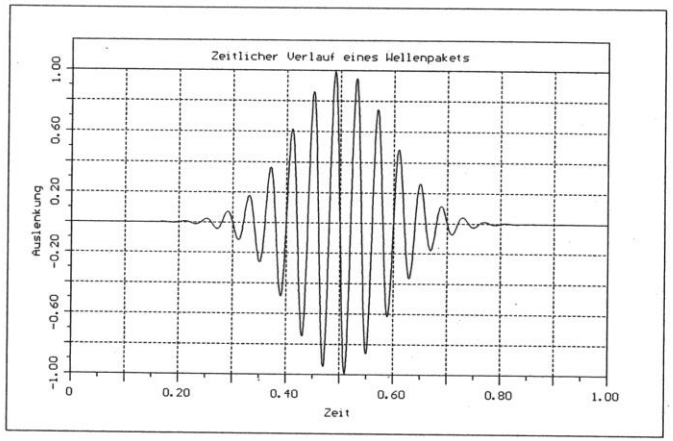
$$\Delta x\,\Delta p \approx h$$

$$\Delta E \Delta t > \frac{\hbar}{2}$$

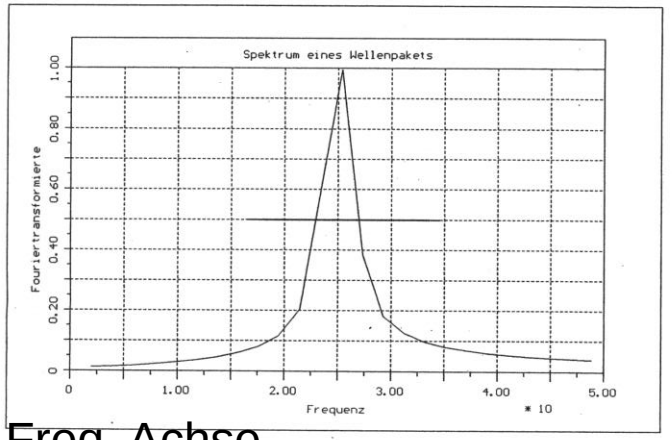
Aus mathematischer Sicht hängen die Unschärferelationen und somit auch die natürliche Linienbreite mit der Fourier-Transformation zusammen

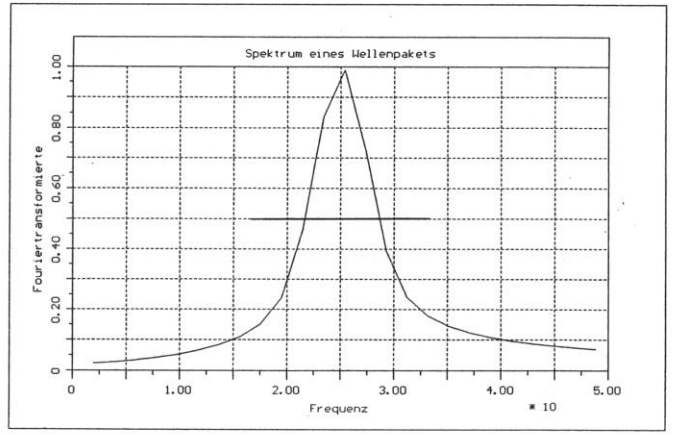
Die Fouriertransformierte eines endlichen Wellenzugs ergibt keine scharfe Frequenz sondern eine Frequenzverteilung





Zeit Achse





Freq. Achse

Weitere Quellen für Linienbreiten

Stoßverbreiterung

- Atome z.B. im Glaskolben bewegen sich und stossen auch zusammen
- Die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen sei τ_s
- Beim Stoß wird die Phase des emittierten Wellenzugs verändert und es kommt zu Wellenzügen der „Dauer“ τ_s

$$\Delta f_S = \frac{1}{\pi \tau_S} \qquad \Delta f_S = \sqrt{\frac{3}{4mkT}} \cdot d^2 p$$

Linienprofil: Lorentzprofil

Dopplerverbreiterung

- Atome im Glaskolben bewegen sich mit einer von Geschwindigkeit v und es wirkt (wenn v<<c) der Dopplereffekt, der zu einer Frequenzverschiebung des beobachteten Lichts führt.
- Im thermischen Gleichgewicht gilt die Maxwell‘sche Geschwindigkeitsverteilung, die bezogen auf das Licht zu einer Frequenzverteilung führt.

$$f'_{12} = f_{12}\,(1 \pm v/c)$$

$$\Delta f_D = \frac{2 f_{12}}{c} \sqrt{2kT \ln 2/m}$$

Linienprofil: Gaussprofil

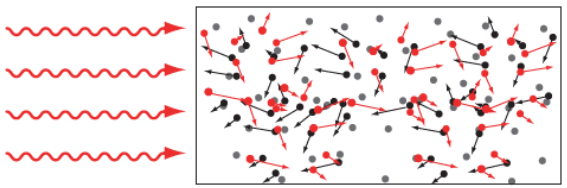
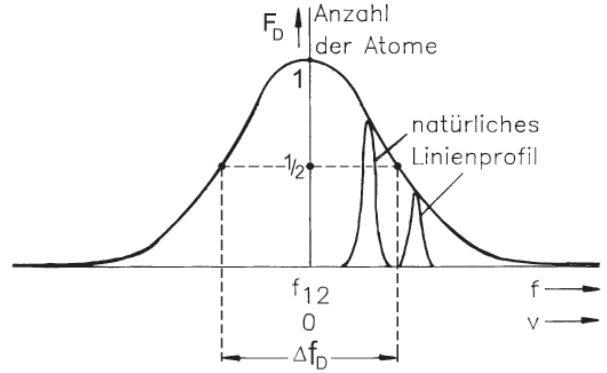


Abb. 5.3. Illustration zum Doppler-Profil einer Absorptionslinie: Die Bewegung der Atome führt zu einer Rot- bzw. Blauverschiebung (rot bzw. schwarz markierte Atome)



Einige Beispiele und weitere Linienverbreiterungen

In Molekülen und Festkörpern gibt es weitere Mechanismen, die zu Linienverbreiterungen führen

- Moleküle: Überlappung von Schwingungs- und Rotationsniveaus
- Kristalle: Gitterschwingungen
- Dotierte Kristalle: Statische E-Felder
- Halbleiter: Energiebänder

Tabelle 2.2. Beispiele für Linienbreiten von Laserübergängen

Lasertyp	Wellenlängen (μm)	Linienbreite	Mechanismus
He-Ne	0,6328	1,5 GHz	Doppler, inhomogen
Gastemperatur 300 K			
Argon-Ionen	0,488	4 GHz	Doppler, inhomogen
Gastemperatur 2000 K			
Excimer KrF	0,248	10 THz	überlappende Schwingungsniv.
CO_2	10,6		
10 mbar, 300 K		60 MHz	Doppler, inhomogen
1 bar		4 GHz	Stöße, homogen
10 bar		150 GHz	überlappende Rotationsniv.
Farbstoff Rh6G	0,6	80 THz	überlappende Schwingungsniv.
Rubinlaser	0,694	330 GHz	Gitterschwingungen, homogen
Nd: YAG	1,06	120 GHz	wie Rubinlaser
Nd:Glas	1,06	7500 GHz	Starkeffekt durch statistische E-Felder, inhomogen
Halbleiter GaAs	0,89	10 THz	Energiebänder der Elektronen im period. Kristallfeld

MHz = 10^6 Hz, GHz = 10^9 Hz, THz = 10^{12} Hz; sichtbares Licht 10^{14} Hz

Die meisten Laser basieren auf einem Drei-Niveau- oder dem Vier-Niveau-Schema
Nicht jedes Material geeignet für Laserbetrieb Energie muss durch „Pumpen“ zugeführt werden

Laser

- **Verstärkung durch stimulierte Emission**
- Voraussetzung: stimulierte Emission soll überwiegen
- **Besetzungsinversion** (N_2 soll am stärksten besetzt sein)
- N_2 **Niveau soll metastabil** sein (um nicht zu schnell durch spontane Emission entleert zu werden

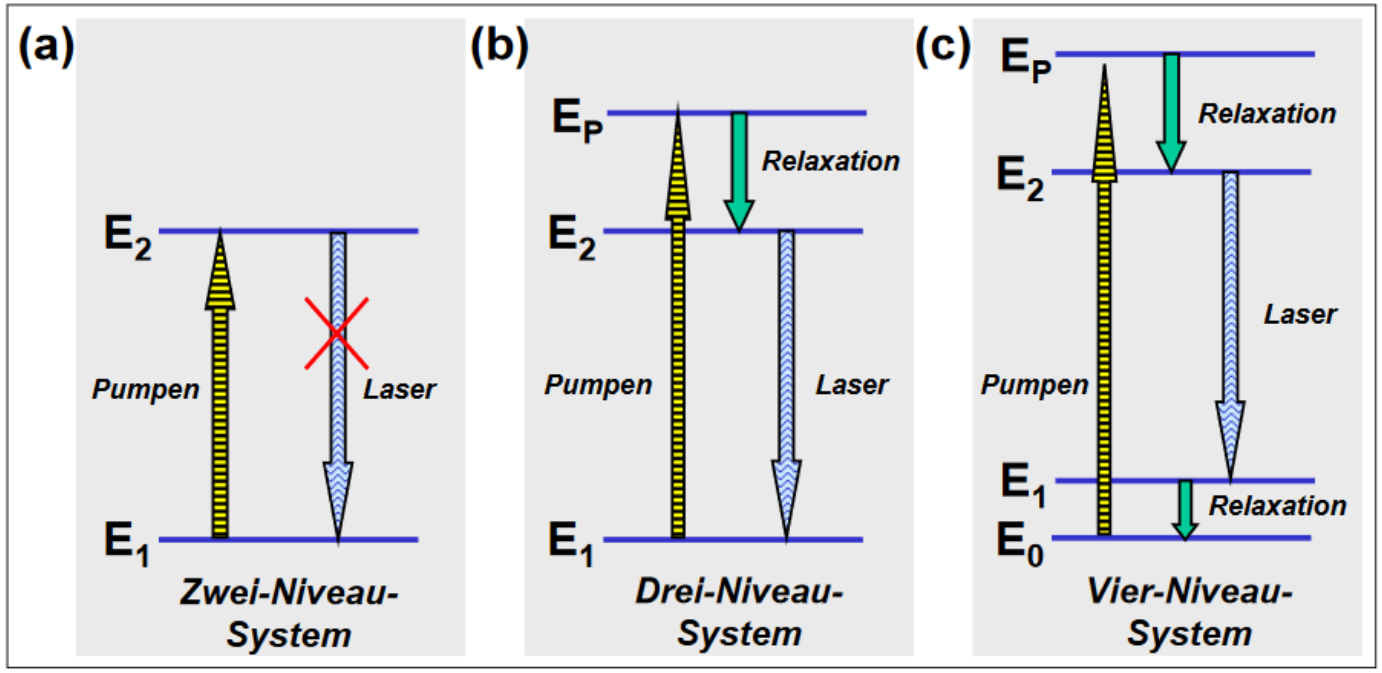
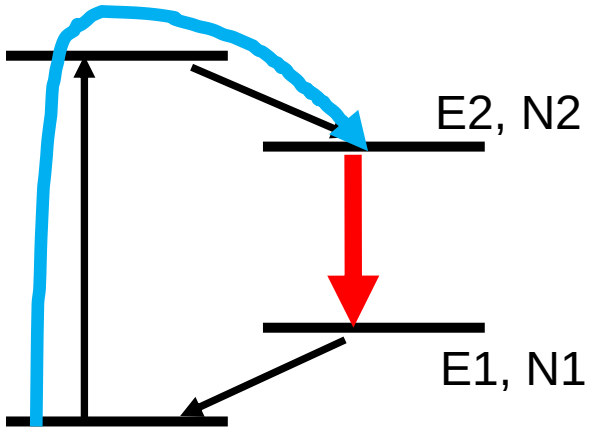


Abbildung 11.3: Verschiedene Energieniveauschemata zur Erklärung des Pumpvorganges in einem Laser: (a) Zwei-Niveau-System, bei dem eine Lasertätigkeit nicht möglich ist, (b) Drei-Niveau-System und (c) Vier-Niveau-System.

Laser werden i.d.R. als 3- oder 4-Niveau Systemen realisiert.
Dort ist dann der Pump Übergang vom Laser Übergang verschieden.

Bilanzgleichungen für die Laserniveaus und die Photonenanzahl



Induzierte Emission

Absorption Emission

Spontanne Emission

$$\frac{dN_1}{dt} = -R + B_{21} u_\nu g(\nu) \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right] + A_{21} N_2, \qquad (4.31)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = +R - B_{21} u_\nu g(\nu) \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right] - A_{21} N_2, \qquad (4.32)$$

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = -\kappa \tilde{n} + B_{21} u_\nu g(\nu) \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right]. \qquad (4.33)$$

Pump-prozess

Resonator verluste

R	= Pumprate
B_{21}	= Einsteinkoeffizient ind. Emission
ň	= Photonenanzahl
u_ν	= h* $\boldsymbol{\nu}$ * ň Energie * Photonenanzahl
g($\boldsymbol{\nu}$)	= Linienprofil
κ	= Resonatorverluste = 2 π f_{hwb_reso}

Siehe auch: „Laser: Theorie, Typen und Anwendungen, M.W. Sigrist, Springer 8.Auflage 2018, S. 44 (Online in Uni-Bibliothek)

Auswertung der Bilanzgleichungen für den stationären Fall

Mit $\sigma = \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1\right)$

$N_2 >> N_1$

g1 = g2 = 1

Führt das auf diese beiden vereinfachten Gleichungen

$$\frac{d\sigma}{dt} = -2\tau_{sp}^{-1}\sigma - 2B\tilde{n}\sigma + 2R,$$

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = -\kappa\tilde{n} + B\tilde{n}\sigma.$$

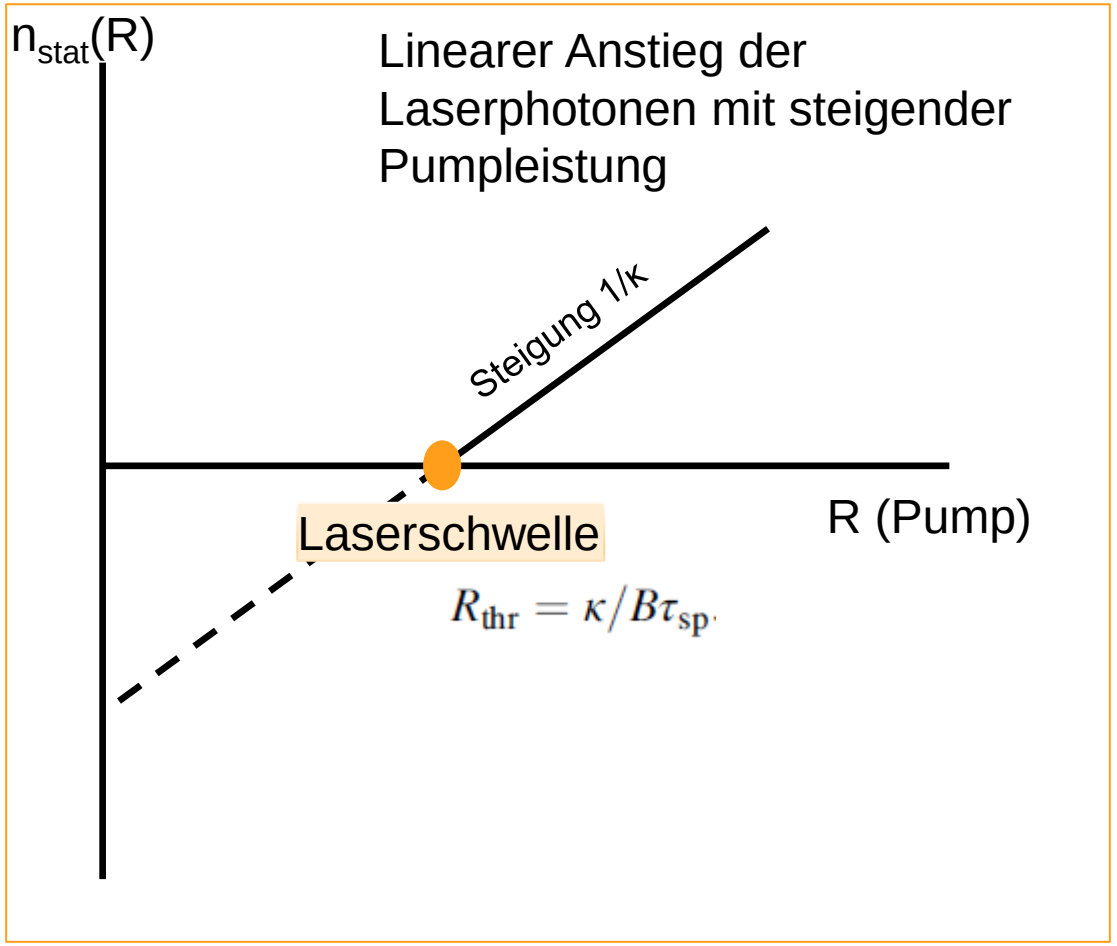
Für den stationären Fall wird dann

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = 0; \quad \frac{d\sigma}{dt} = 0.$$

Und es gibt neben ñ = diese Lösungen

$$\sigma_{stat} = \kappa/B;$$

$$\tilde{n}_{stat} = (R/\kappa) - (1/B\tau_{sp}).$$



He-Ne-Laser: Energieniveaus / Pump- und Laserprozeß

Pump-Prozeß über Helium
Anregung durch Gas Entladung

Energieübertragung an Neon Atome
Stöße 2-ter Art

Mehrere Laserübergänge im Neon
Möglich

Meist benutzte He-Ne-Laser
Wellenlänge 633 nm

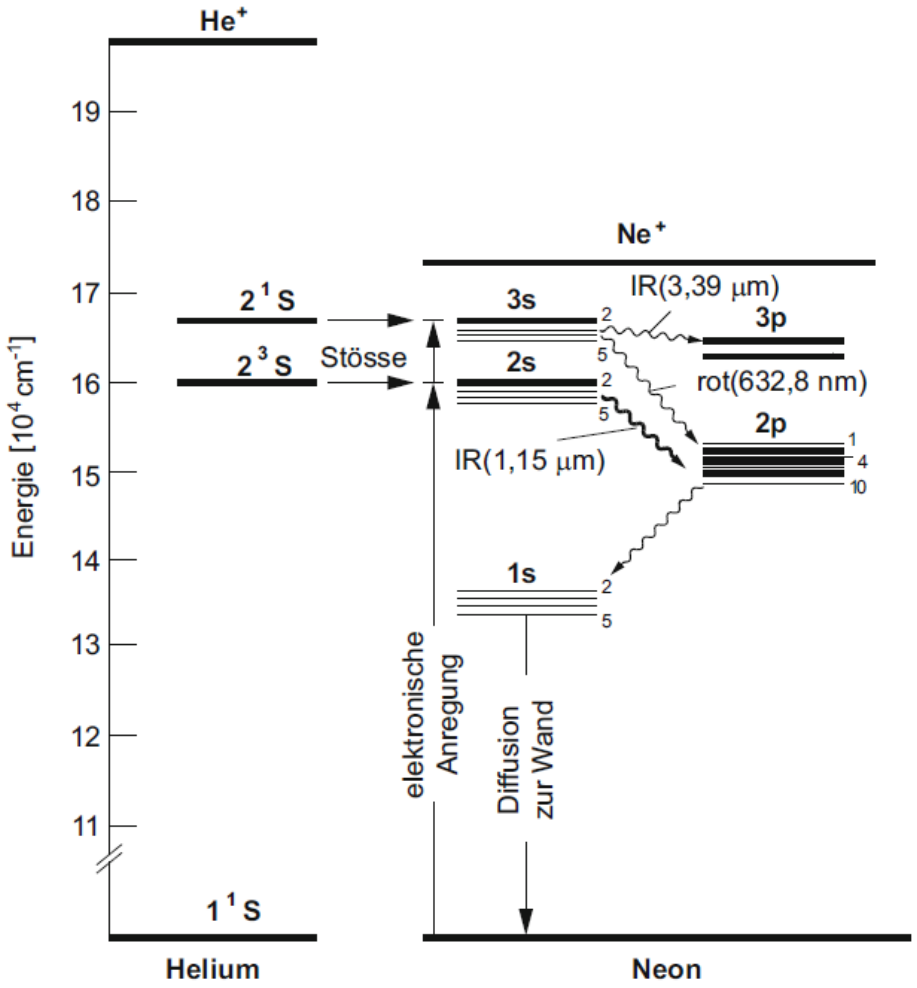
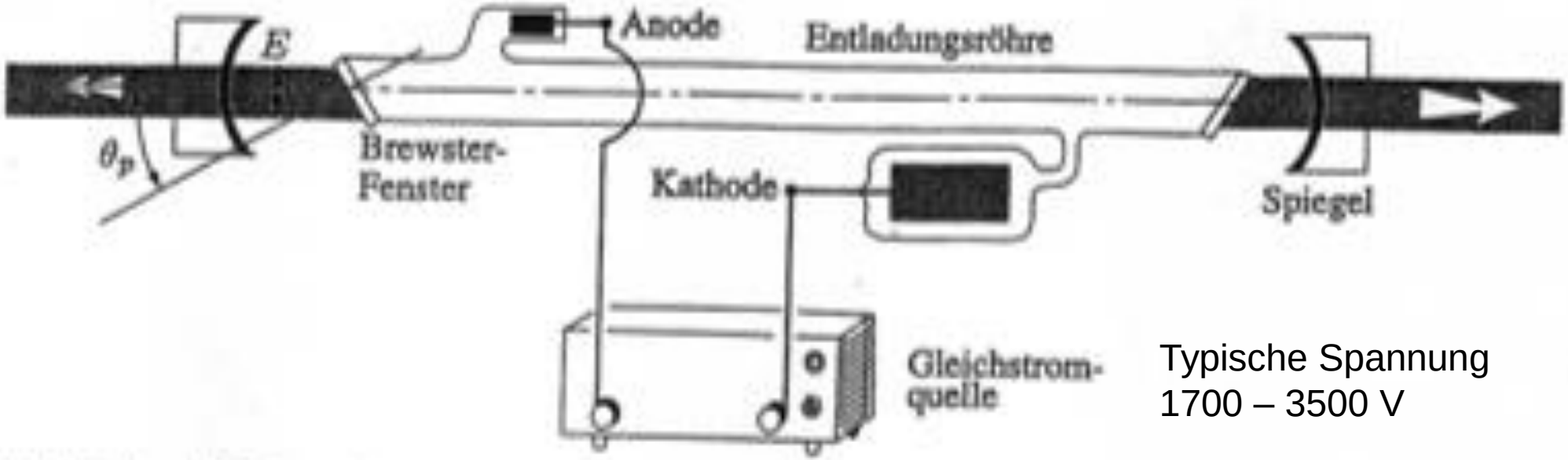


Abb. 13.2 He-Ne-Energieniveauschema mit den dominanten Übergängen

Aufbau eines He-Ne-Lasers



Typische Spannung
1700 – 3500 V

Bild 13.14: Ein einfacher, früher Helium-Neon-Laser.

Beim Laser wird das Konzept des rückgekoppelten Oszillators mit dem optischen Resonator und dem aktiven Medium realisiert

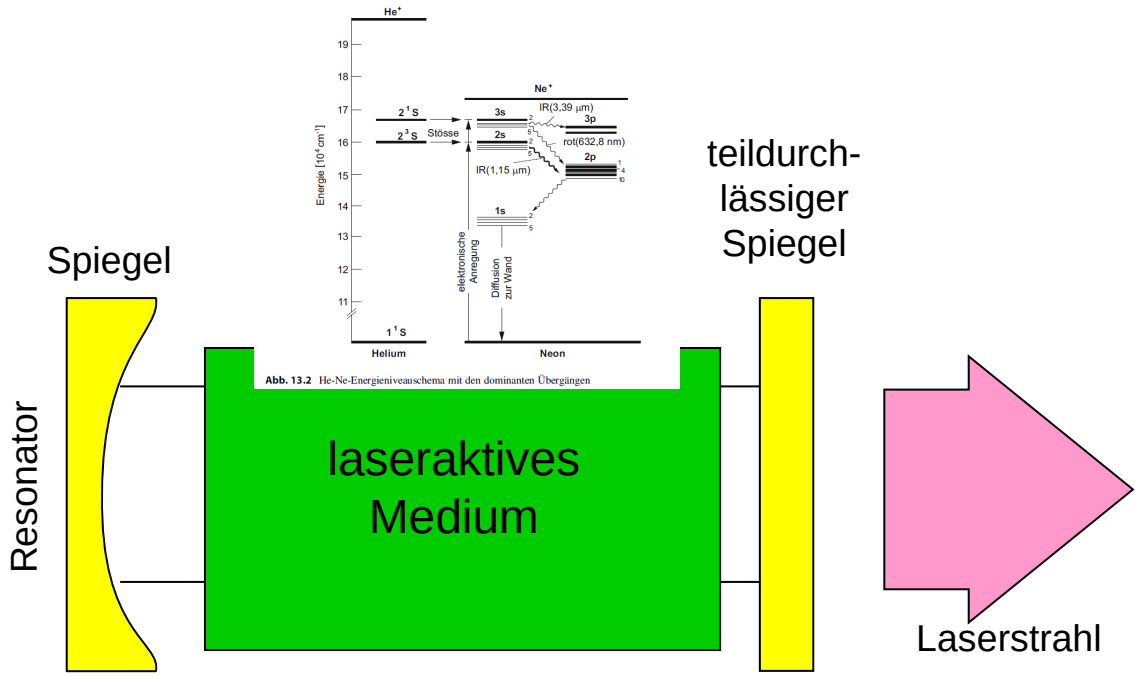


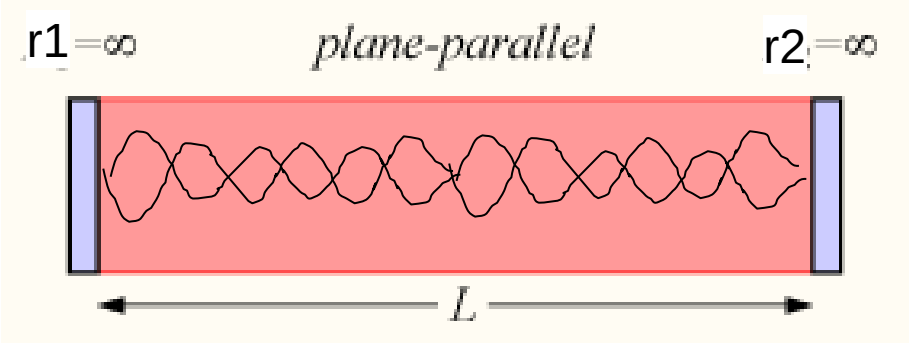
Abb. 13.2 He-Ne-Energieniveauschema mit den dominanten Übergängen

Laseraktives Medium

- **Oszillator und Verstärker in Einem**

Resonator

- **Rückkopplungsglied**

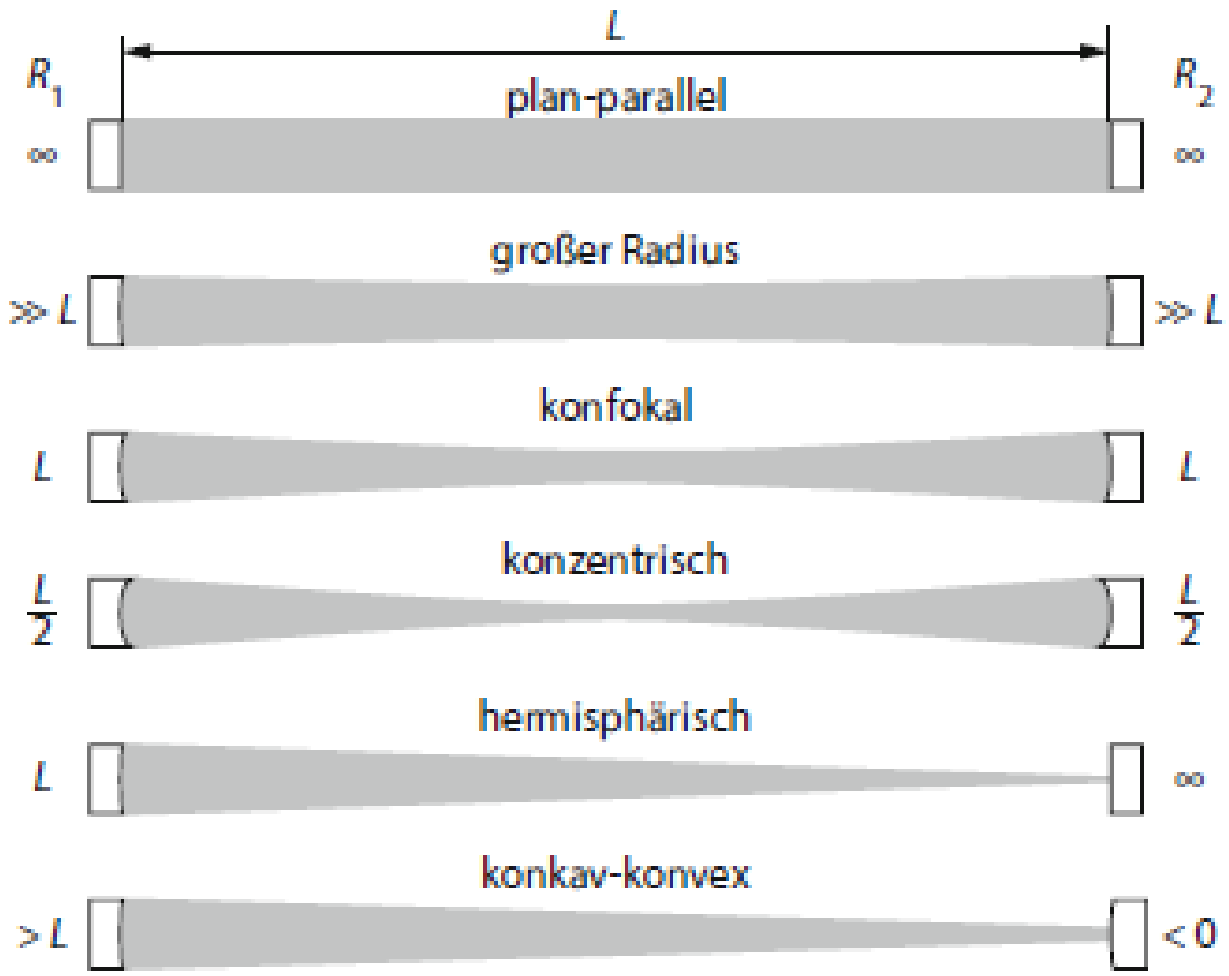


Optischer Resonator:

- Typischerweise zwei Spiegel Radius r1, r2 im Abstand L
- Hoher Reflexionsgrad der Spiegel: R1 ~ 0,999; R2 ~ 0,98 (um später auch einen Teil der Strahlung auszukoppeln)
- Verschiedene Resonator Architekturen (z.B. plan-plan oder konkav-plan, ….)
- Grundprinzip: stehende Wellen mit E-Feld = 0 an den Spiegeloberflächen

Resonatortypen

Abb. 13.9 Verschiedene Konfigurationen für Resonatoren



Plan-Parallel

- Strahlen können als ebene Welle beschrieben werden
- Großes Volumen des aktiven Mediums kann ausgenutzt werden
- In der Praxis schwierig zu justieren (Spiegel müssen exakt parallel stehen)
- Beugungsverluste

Konfokal

- Strahlen als Kugelwelle beschrieben
- Hat einen Fokusbereich
- Leichter zu justieren
- Nahezu keine Beugungsverluste

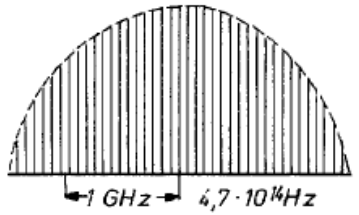
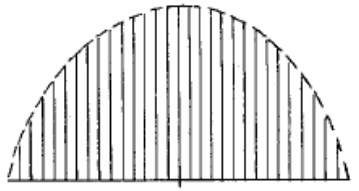
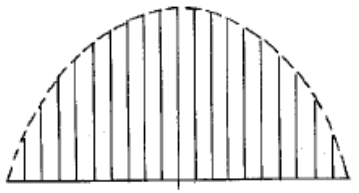
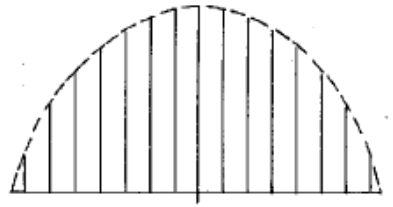
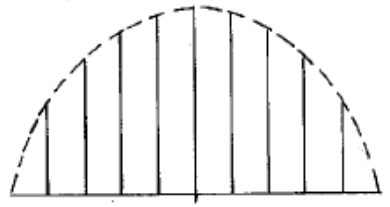
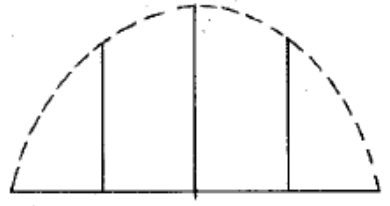
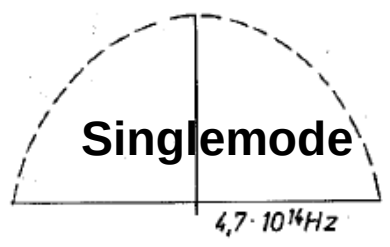
Longitudinale Moden im He-Ne-Laser 632,8 nm für verschiedene Resonatorlängen

- Frequenz je axialem Mode:
  $f_q = q * c / 2L$
- Die Freq.-Differenz zweier benachbarter axialer Moden („freien Spektralbereich“) ist
  $\Delta f = c / 2L$

- **Multimode Betrieb:**
  Mehrere Longitudinale Moden schwingen an und tragen auch alle zur Ausgangsleistung bei.

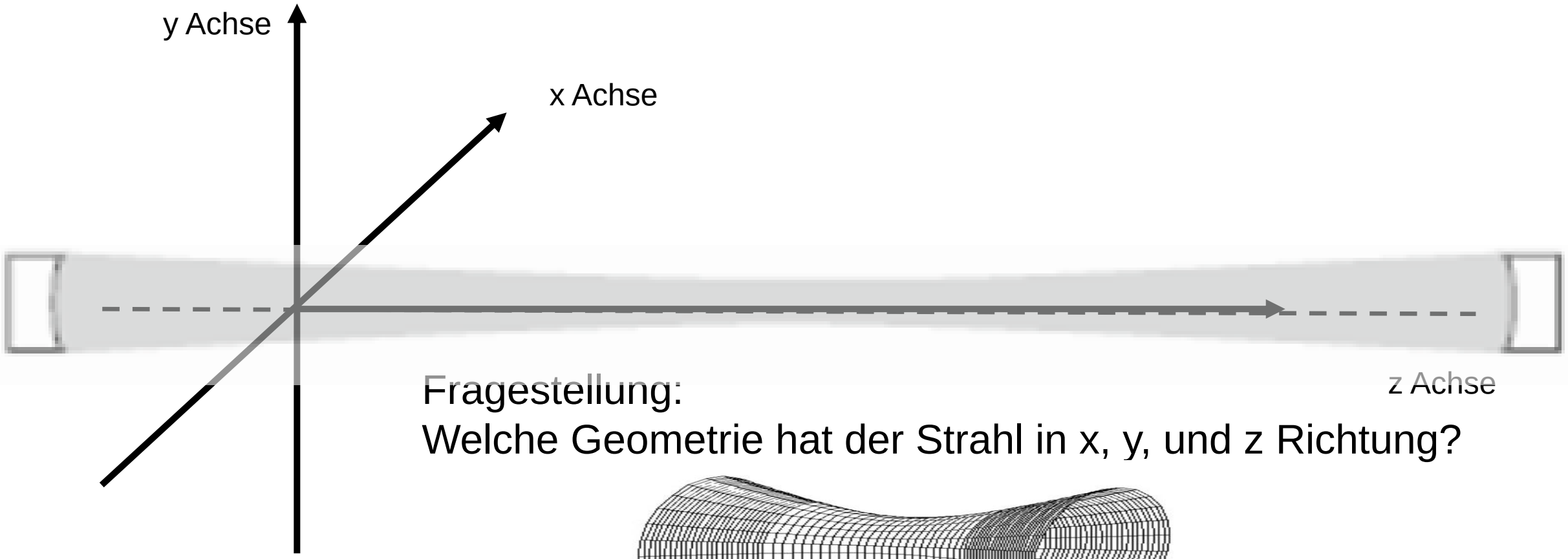
- **Singlemode Betrieb:**
  Resonator jetzt so kurz, dass nur noch eine Mode anschwingen kann (hohe Frequenz „Reinheit“ – dafür geringere Ausgangsleistung)

Tabelle 3.4. Frequenzabstand der axialen Moden im TEM_{00} und Ausgangsleistung beim He-Ne-Laser für die Wellenlänge $\lambda = 632{,}8$ nm

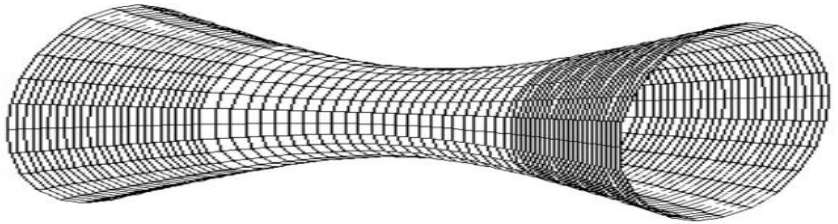
Ausgangsleistung mW	Resonatorlänge m	axialer Modenabstand MHz	
50	2	75	
40	1,5	100	
25	1	150	
10	0,75	200	
5	0,5	300	
1	0,2	750	
0,1	0,1	1500	

Blick auf das Strahlenfeld im Resonator bzgl. seiner räumlichen Ausdehnung

Transversale Moden im Resonator / Gauss‘sche Strahlen / SVE Näherung



Fragestellung:
Welche Geometrie hat der Strahl in x, y, und z Richtung?



Herleitung über Wellengleichung + Lösg. Ansatz + Näherung

Slow Varying Envelope - Näherung der Wellengleichung

(s. auch Donges: Physikalische Grundlagen der Lasertechnik)

Klassische Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \qquad (1)$$

Lösung: Ebene harmonische Welle:

$$E = E_0 \cdot e^{j(\omega t - kz)}$$

Allgemeinere Lösung:

$$E = E_0(x, y, z) \cdot e^{j(\omega t - kz)} \qquad (2)$$

(2) in (1) mit $c = \frac{\omega}{k}$,

$$\frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_0}{\partial y^2}+\underbrace{\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2}}_{\text{vernachl.}}-2jk\frac{\partial E_0}{\partial z}=0$$

SVE-Näherung:

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_0}{\partial y^2}-2jk\frac{\partial E_0}{\partial z}=0}$$

Die SVE Näherung geht davon aus, dass sich die Strahlgeometrie in z-Richtung wenig ändert.

Daher Ansatz:

$$\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} = 0$$

Die einfachste Lösung der DGL ist der Gauss‘sche Strahl im TEM_{00} Mode

Lösungen: Der *Gauß'sche Strahl*,

$$E(r,z,t) = E_0(0)\,\frac{w_0}{w(z)}\,e^{-\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2}\,e^{j(\omega t - kz + \varphi_L - \varphi_T)}$$

mit

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}\quad,\quad w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_r^2}}\quad,\quad z_R = \pi\, w_0^2 / \lambda$$

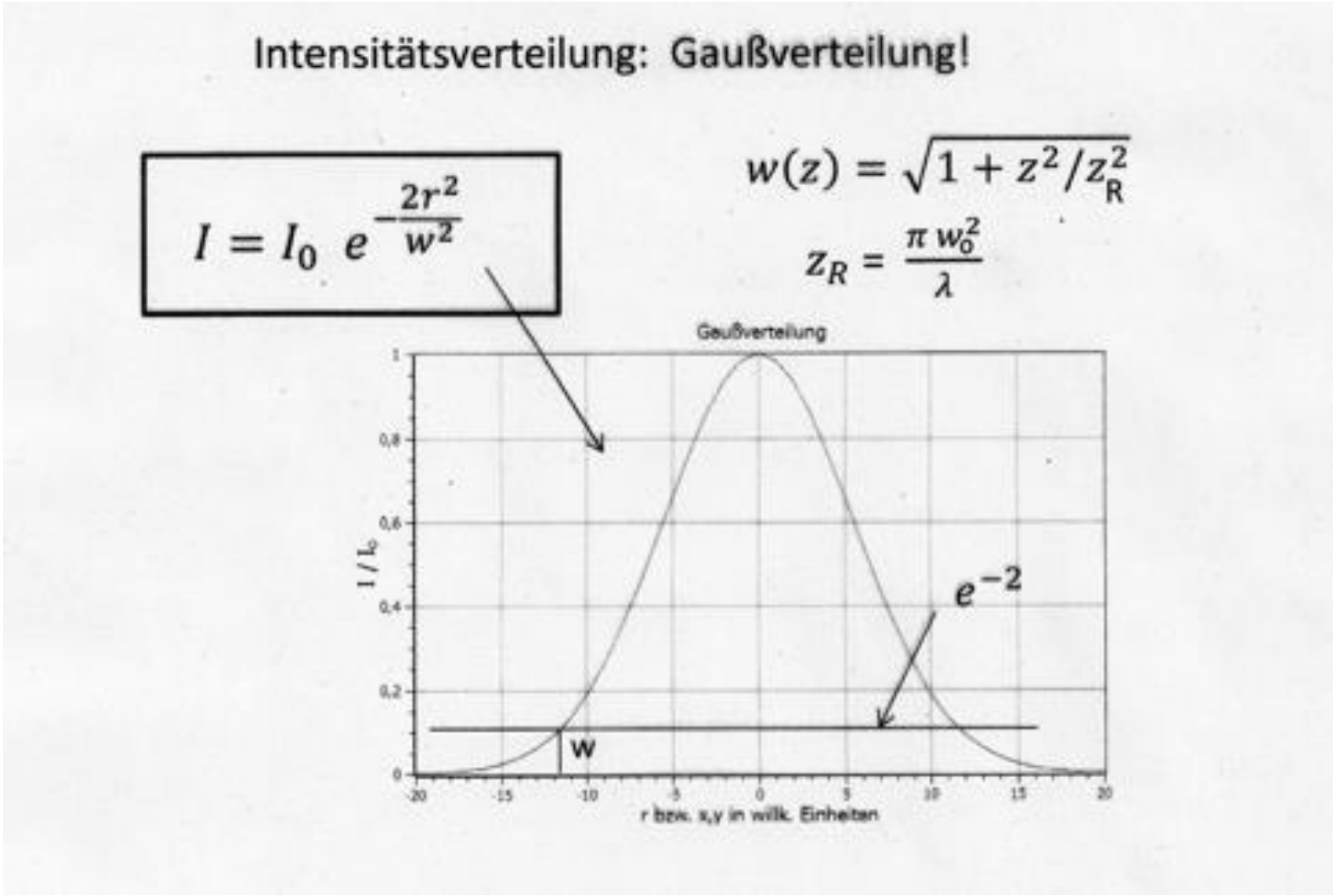
$$\varphi_L = \arctan(z / z_R)\quad,\quad \varphi_T = \frac{k r^2}{2\,\rho(z)}\quad,\quad \rho(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$$

Der Gauss‘sche Strahl hat diese Intensitätsverteilung

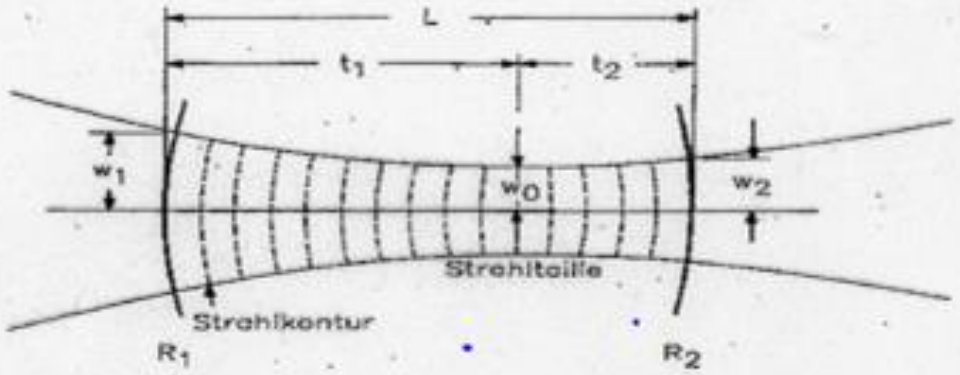
Strahlradius w
ist der Radius, bei dem die Intensität (in r-Richtung auf $1/e^2$ abgefallen ist.

Strahltaille w_0
Ist der Strahlradius an der schmalsten Stelle (in z-Richtung)

Rayleigh Länge z_R
Strahl weitet sich in z-Richtung auf. Bei z_R ist der Strahlradius $\sqrt{2}$ größer als bei w_0



Begriffe und Formeln zu Gauss‘schen Strahlen



Strahlgeometrie des Grundmodes (Gauß'scher Strahl):

Resonatorparameter: $g_i = 1 - \frac{L}{R_i}$, $i = 1,2.$

Stabilitätskriterium: $0 \le g_1 \cdot g_2 \le 1$

Strahltaille: $w_0 = \left(\frac{L \cdot \lambda}{\pi}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2)^2}\right)^{1/4}$

Rayleigh – Länge: $z_R = \frac{w_0^2 \pi}{\lambda}$

Lage der Strahltaille: $t_1 = \frac{g_2 (1 - g_1) L}{g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2}$, $t_2 = L - t_1$

Strahlradius am Spiegel 1: $w_1 = \left(\left(\frac{\lambda L}{\pi}\right)^2 \frac{g_2}{g_1} \frac{1}{1 - g_1 g_2}\right)^{1/4}$

Strahlradius am Spiegel 2: $w_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\, w_1$

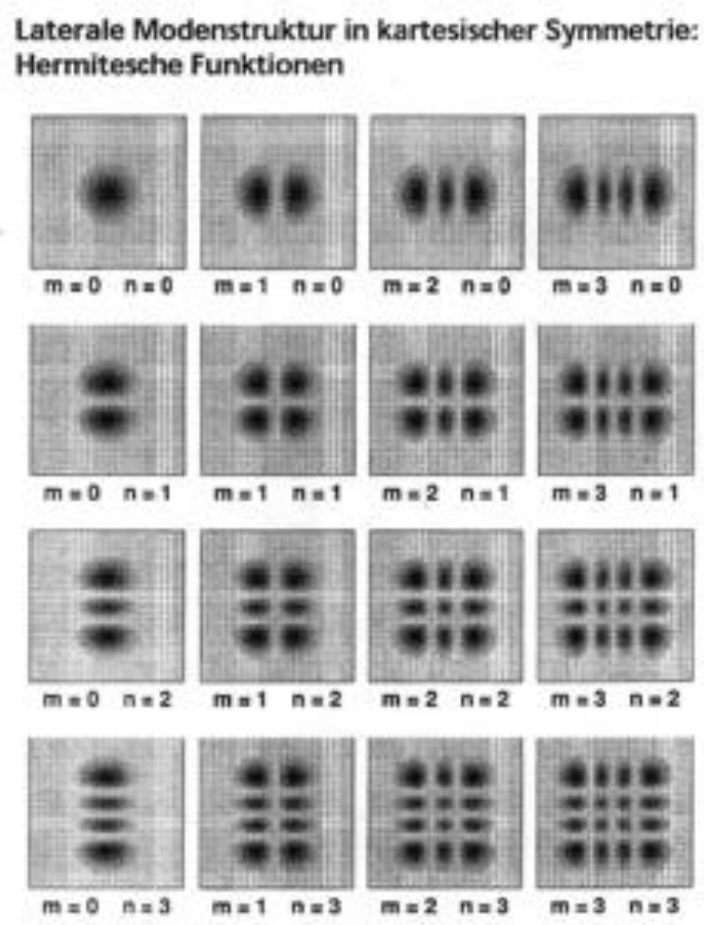
Strahlradius: $w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$

Divergenzwinkel: $\Theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$

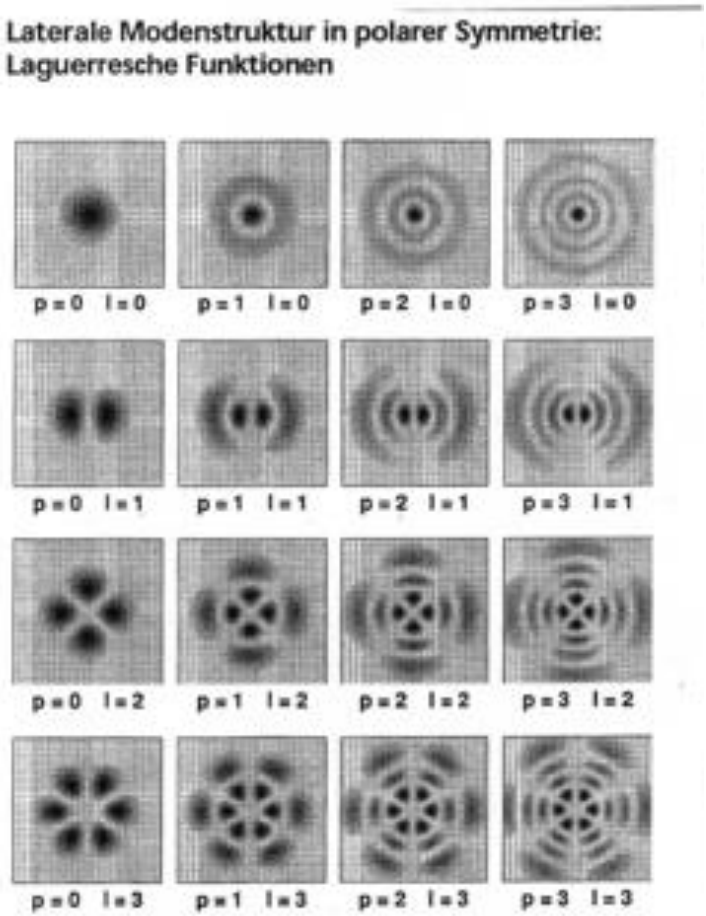
TEM Moden Transversale Elektromagnetische Moden im offenen Resonator

Mit n = m = 0 erhalten wir unseren bereits bekannten Gauss‘schen Strahl, bz.w auch TEM_{00} Mode genannt.

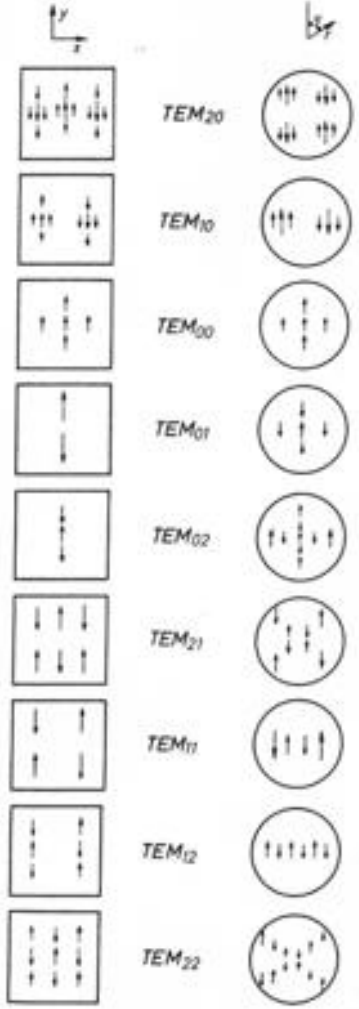
Es gibt aber auch höhere Moden m, n >= 0, die auch in der Praxis beobachtet werden können.



Quadratische Spiegel



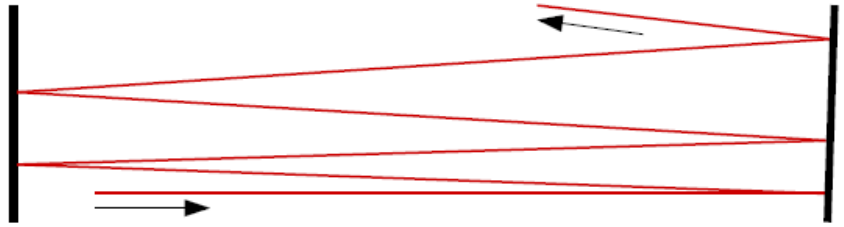
Runde Spiegel



Orientierung der E-Feld Vektoren

Wann ist ein Resonator stabil und wann instabil und was kann man mit einem instabilen Resonator anfangen?

- Beispiel für einen instabilen Resonator. Einer der Spiegel steht schief und dadurch verlassen die Photonen den Resonator schon nach wenigen Umläufen; keine stehende Welle.



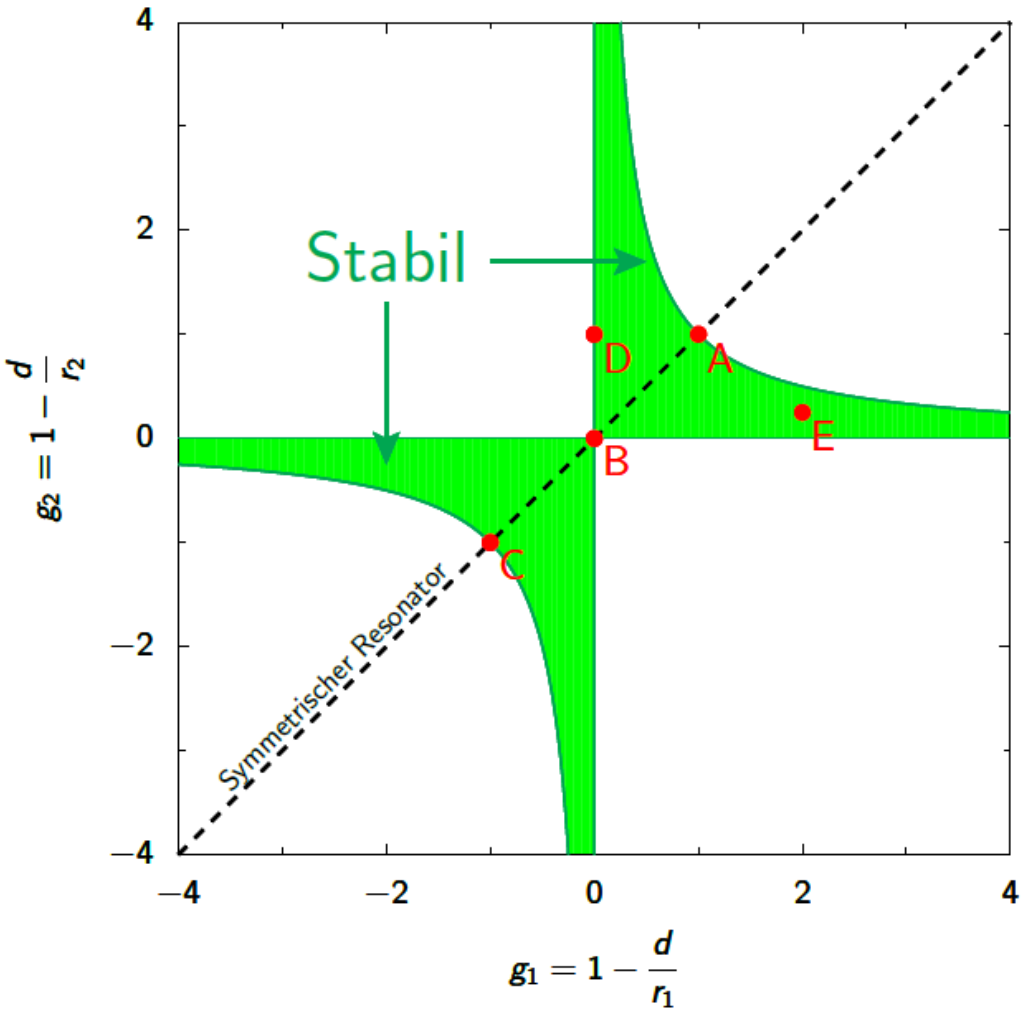
- Gekrümmte Spiegel (konkav) fokussieren ins Resonator-Innere und verbessern damit die Stabilität. (Mehr Umläufe)

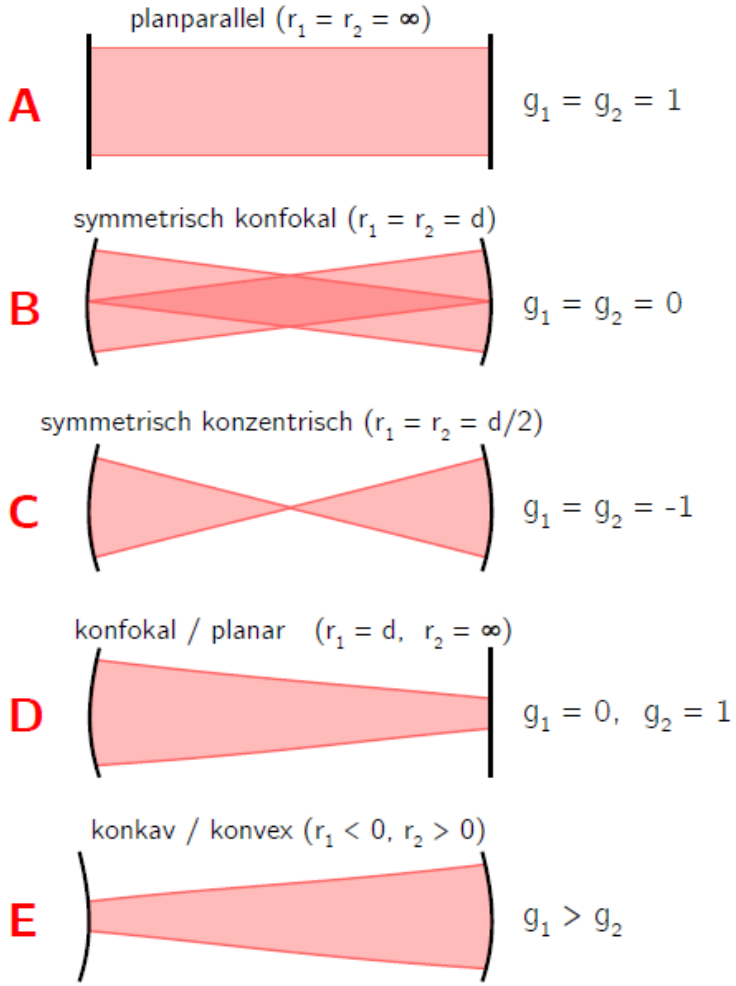
- Mit den folgenden Größen:
  r_1, r_2 = Krümmungsradien Spiegel 1, 2 (r>0 wenn Spiegel konkav, r<0 wenn konvex)
  L = Spiegelabstand (Resonator Länge) und $\mathbf{g_1 = 1 - L/r_1}$ und $\mathbf{g_2 = 1 - L/r_2}$
- Ist ein Resonator dann stabil, wenn

$$\mathbf{0 \leq g_1\, g_2 \leq 1}$$

- **Beispiel: R1 = 80cm, R2 = 100cm, L = 160cm**
  g1 = 1-160/80 = 1-2 = -1, g2 = 1-160/100 = -0,6
  g1*g2=-1 * -0,6 = 0,6 ➔ Resonator wäre stabil

Stabilitätsbereich optischer Resonatoren, bzw. grafische Darstellung von $0 \leq g_1\, g_2 \leq 1$

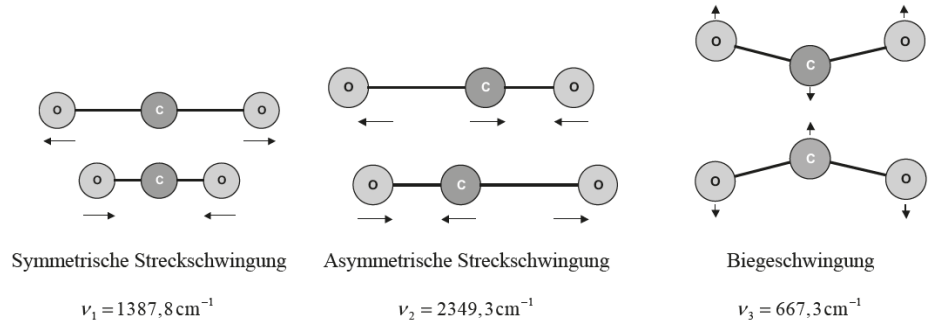


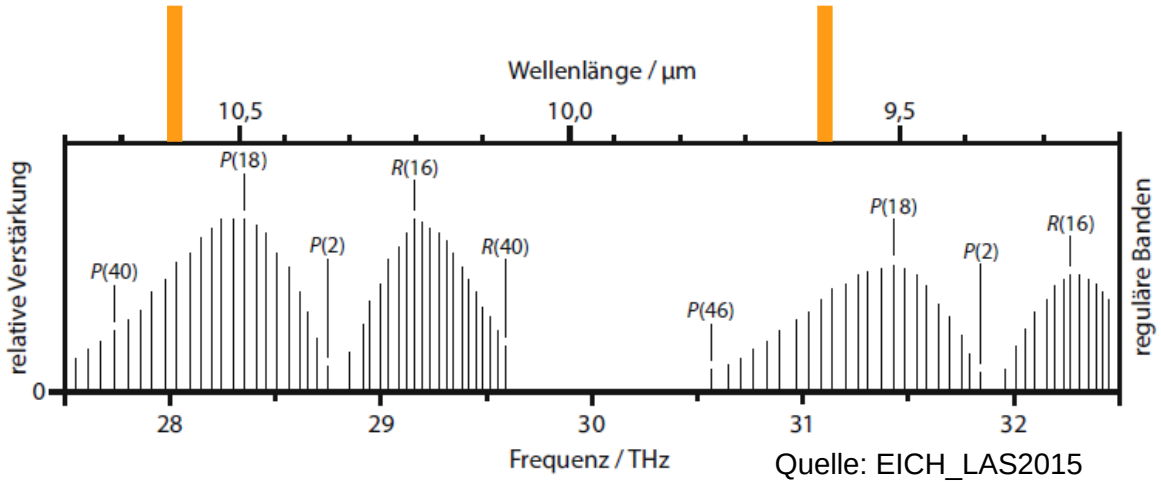


CO_2 Laser

CO_2-Molekül als das aktive Medium im CO_2 Laser

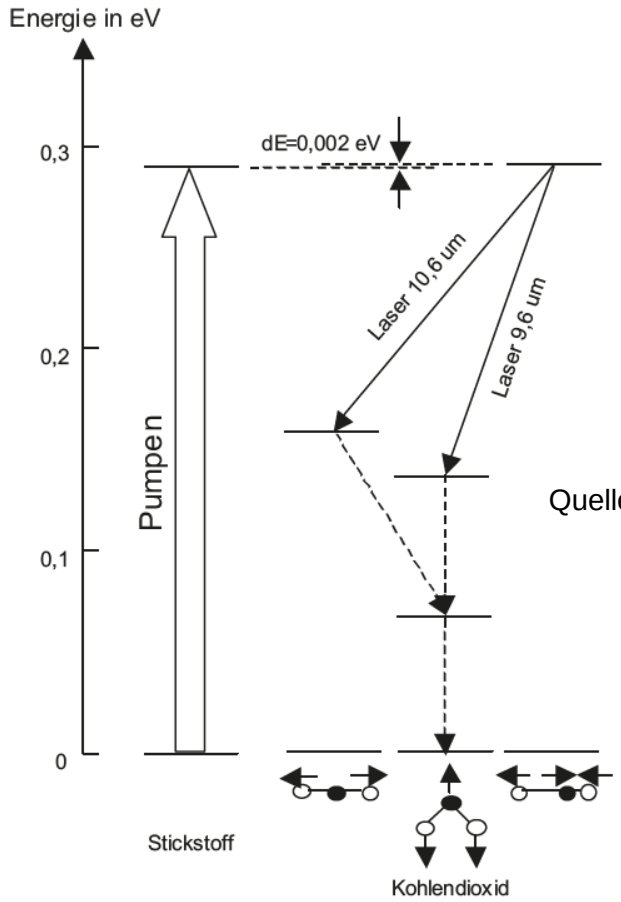
- CO_2 Molekül besteht aus diesen drei Atomen: O – C – O
- Es können drei Grundschwingungen auftreten





Quelle: EICH_LAS2015

Abb. 6.5 Emissionslinien des CO_2-Lasers



Quelle: DOHL_LAS2015

Anregung hier über N_2, mit Stößen 2.ter Art
Müsste streng genommen N_2-CO_2-Laser genannt werden. (Ist aber nur eine von mehreren Varianten von CO_2 Lasern)

CO2-Laser Wellenlänge 10,6 µm

- **Häufigst benutzt wird der CO_2-Laserübergang bei 10,6 µm**
- **λ = 10,6 µm**
  - entspricht einer Photonenenergie von **0,12 eV**
  - Wird (von Molekülphysikern) gerne auch als **942,5 cm^{-1}** ausgedrückt (ergibt sich aus 1/ λ)
- **Pumpen erfolgt über N_2 (Stickstoff), Stöße 2-ter Art.**
  - N_2 angeregtes Niveau kann optisch nicht zerfallen ($\tau > 0{,}1$ s).
  - Daher Energieübertragung an CO_2 sehr effizient und CO_2 Laser erreicht insgesamt sehr gute Wirkungsgrade 20-40% (bzw. inkl. Pumpen, Lüfter etc. ca. 10%)
- **In der Praxis Gasgemisch aus CO_2, N_2 und He**
  - Helium wird zur Kühlung benutzt

CO_2 Laser - „Abgeschmolzenes System“

- **Es erfolgt KEIN Gasaustausch**
- Füllung: 20% CO_2, 20% N_2, 60% He, Fülldruck ca. 10-25 mbar
- **Laserleistungen von ca. 60 W pro Meter Entladungslänge**
- Pumpen per Gasentladung
- **Laserspiegel bilden Enden des Entladungsrohrs und sind fest verklebt**
  - Keine Justierung nötig/möglich
- **Problem: Zersetzung des CO_2 Gases** $CO_2 \rightarrow CO^- + O^+$, führt zu Leistungsabfall über de Zeit
- **Lösung:**
  Zugabe von H_2O: $CO + OH \rightarrow CO_2 + H$
  Pt-Katalysator $2\,CO + O_2 \rightarrow 2\,CO_2$ (Pt als Katalysator), Pt als Elektroden

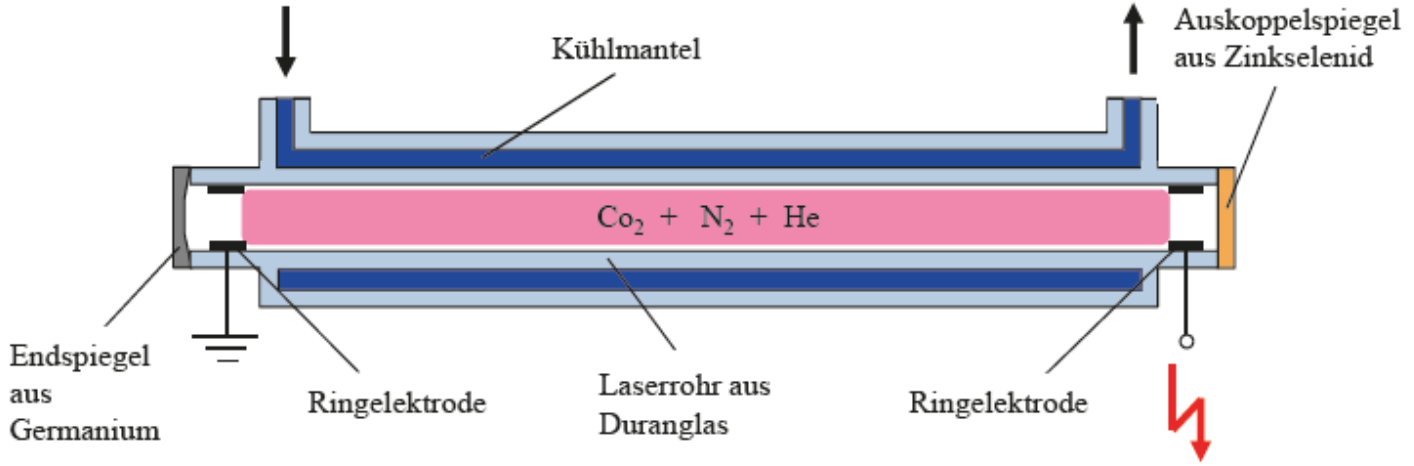
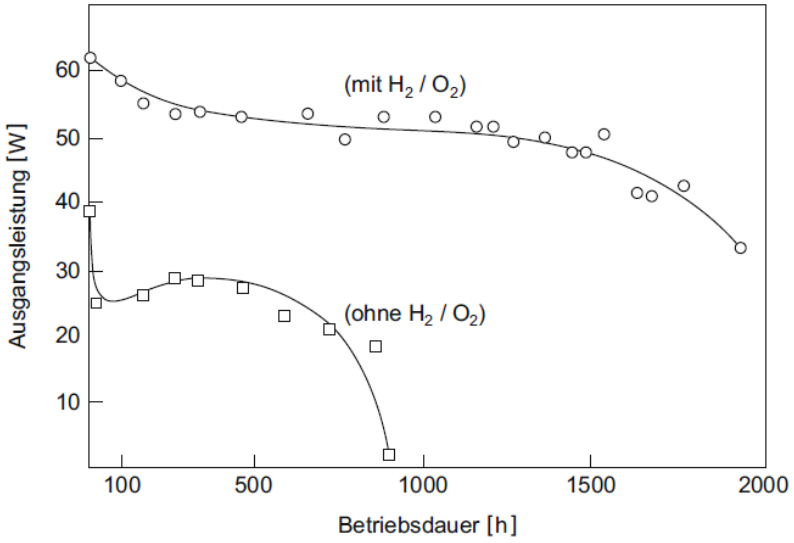


Abb. 2.57: Abgeschmolzener CO_2-Laser.

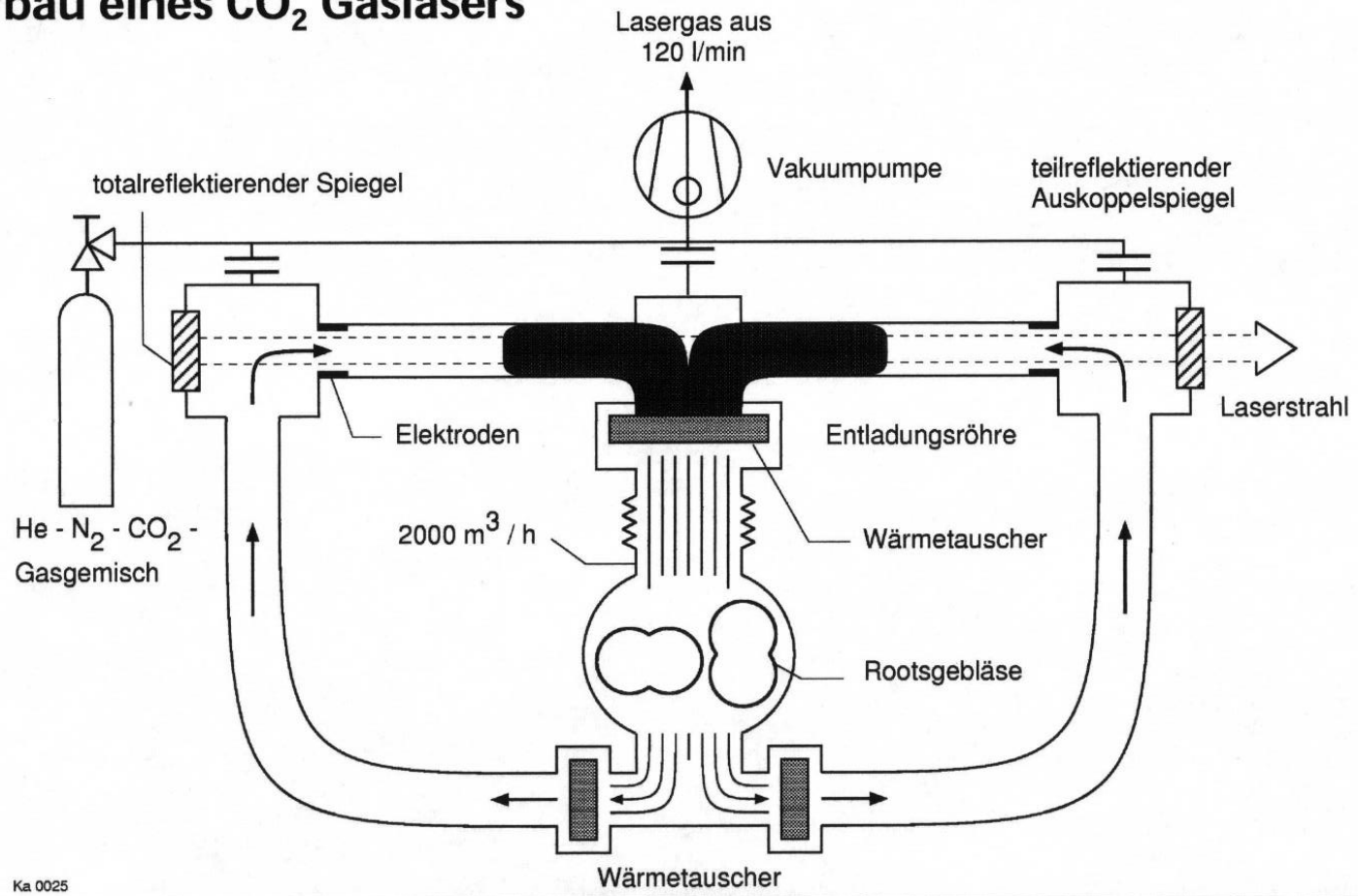
Quelle: DOHL_LAS2015



Leistungsabfall eines CO_2 Lasers über die Betriebsstunden

Quelle: SIGR_LAS2018

Aufbau eines CO_2 Gaslasers



LEHRSTUHL FÜR LASERTECHNIK

Anwendungsgebiete CO_2-Laser

Applications	Application	Process	Material
	Materials Processing	Cutting	Stainless Steel
	Automotive Industry	Welding	Metal
			Plastic
			Wood and Derivatives
			Paper
			Ceramic
			Foil
			Glass

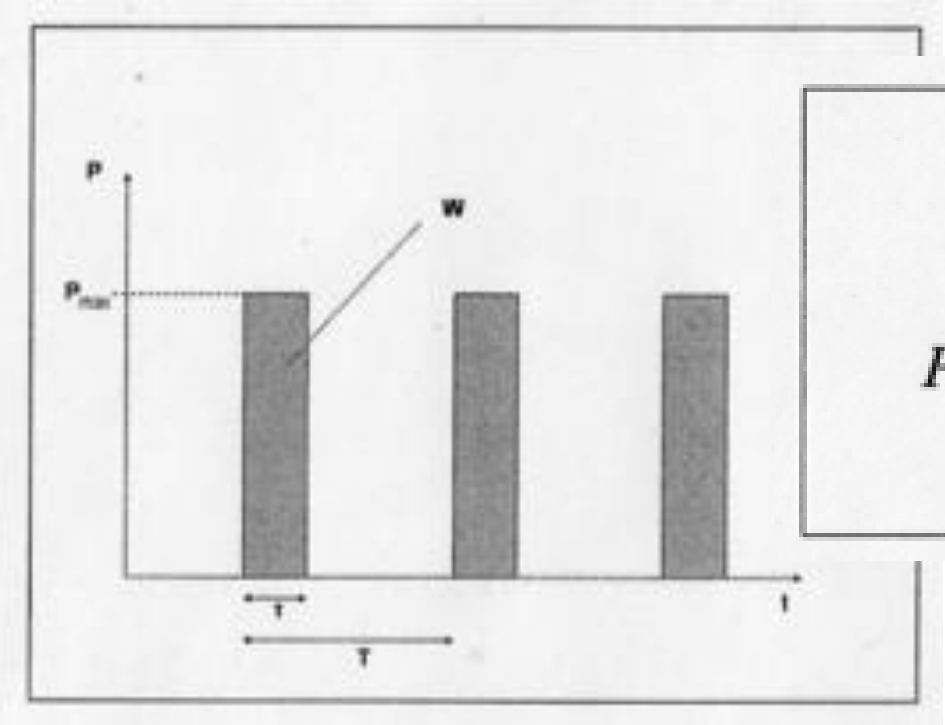
Tab. 6.3 Eigenschaften von CO_2-Lasern

Typ (Anwendung)	maximale Leistung (cw)	Pulsenergie; Spitzen-leistung	Pulsdauer/-frequenz
Abgeschlossener Laser (Ma, Me)	100 W		
Wellenleiter-Laser (Mo, S, Me)	50 W		
Langsame axiale Strömung (Ma)	< kW		
– Gepulst (Ma)		1 J/l; kW/m	> µs/100 Hz
– Q-Switch (Ma)			100 ns/1 kHz
Schnelle Gasströmung (Ma)	100 kW		
TEA-Laser (Ma)		10 J/l; GW	100 ns/kHz
Gasdynamischer Laser (Ma)	100 kW	10 J	
Hochdrucklaser (S, U)	Siehe TEA- und Wellenleiterlaser		

Ma = Materialbearbeitung, Me = Medizin, Mo = Monomode-Laser, S = Spektroskopie, U = Ultrakurze Pulse

Quelle: EICH_LAS2015

Angaben zu gepulsten Lasern



$$P_{max} = \frac{W}{\tau}$$

$$P_m = \frac{W}{T} = W \cdot f$$

Daten von gepulsten Lasern

W: Pulsenergie in Joule

τ : Pulsdauer

T : zeitlicher Pulsabstand

f : Pulswiederholfrequenz

P_{max}: Pulsspitzenleistung in Watt

P_m : mittlere Pulsleistung in Watt

Darstellung hier vereinfacht, denn ein realer Laserpuls wird i.d.R. kein reines Rechteckprofil haben.

Festkörperlaser

Beispiel 1: Rubinlaser / Steckbrief / Historie

- Erste Realisierung eines Rubin-Lasers im Jahre 1960 durch Maiman an den Hughes Research Laboratories in Kalifornien
- Aktives Medium ist ein synthetischer Rubin-Kristallstab
- Al_2O_3-Wirtskristall (Saphir) mit Chrom dotiert ➔ **$Cr^{3+}:Al_2O_3$**
- Beim Ziehen des Kristalls wird der Schmelze von Al_2O_3 etwa 0,05 Gewichtsprozent Cr_2O_3 hinzugegeben
- Im Kristallgitter werden ungefähr 10^{19} Al^{3+}-Ionen durch Cr^{3+}-Ionen ersetzt, wodurch der Kristall seine rötliche Farbe erhält
- Laserübergänge finden in den Elektronenschalen der Cr^{3+}-Ionen statt

Large Czochralski Ruby Laser Rod Section for Faceting

Brandneu

EUR 3.511,07

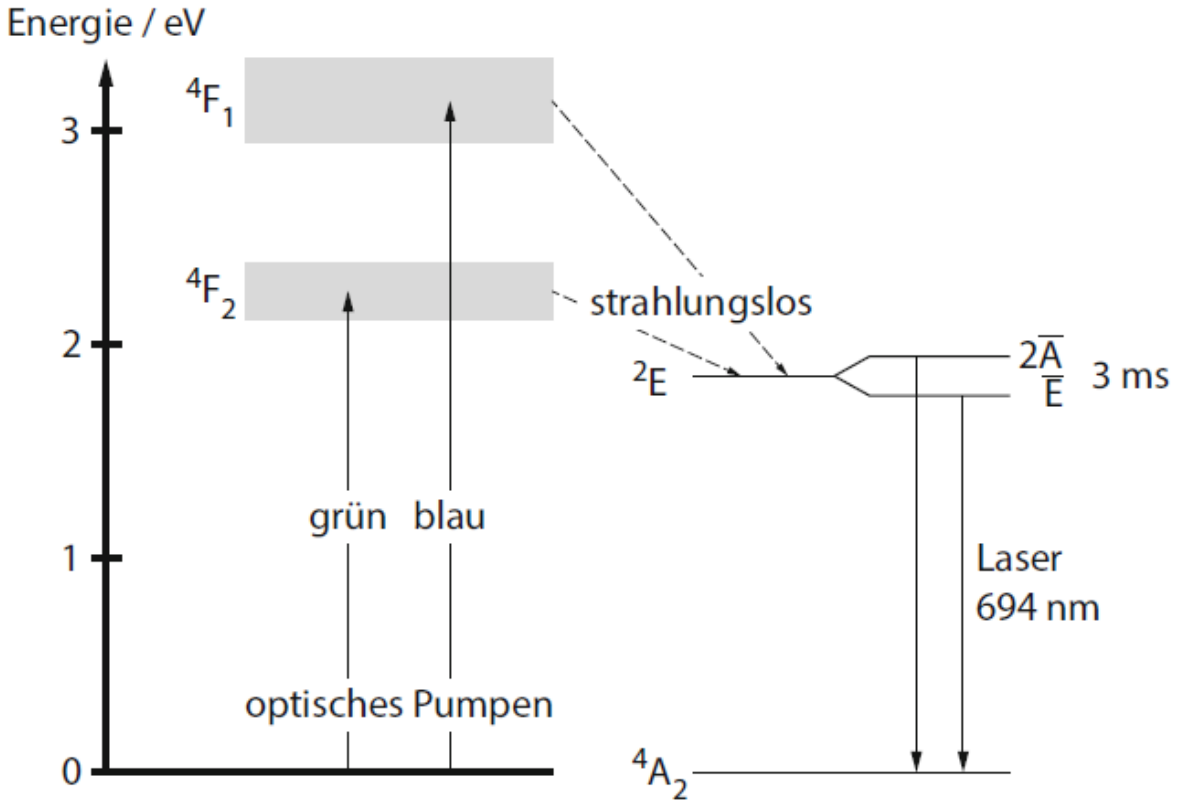
Sofort-Kaufen

+EUR 21,92 Versand

48 Beobachter

Aus Vereinigte Staaten von Amerika

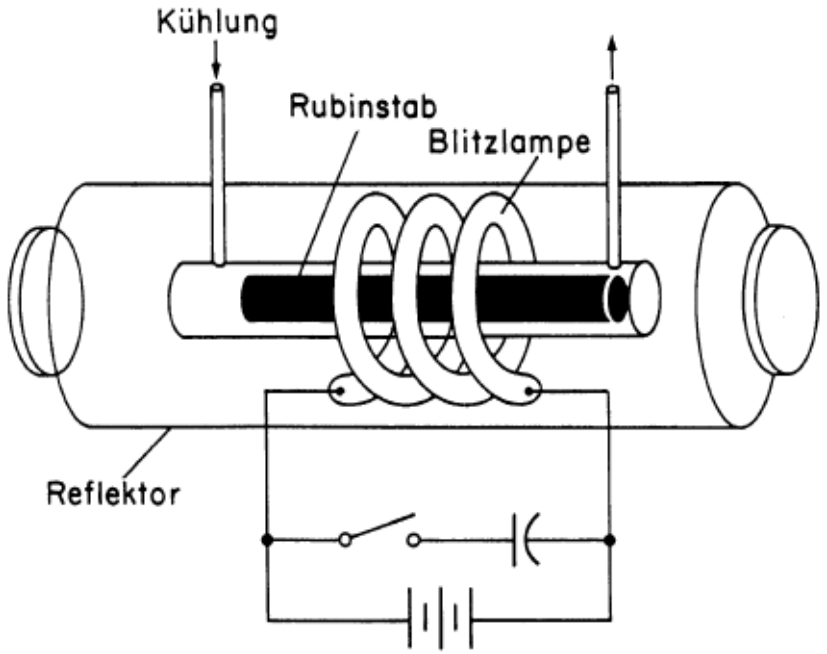
Energieschema Rubinlaser



- Energieschema von Cr^{3+} im Al_2O_3 Gitter
- **Energiebänder** ergeben sich durch Einfluß von Kristallfeld und Gitterschwingungen
- **Grundzustand $^4A_2$**
- **3-Niveau-Laser** (>50% der Cr3+ müssen im oberen Laserniveau angeregt sein, damit Laser startet)
  - **Pumpen:** Optische Absorption in die $^4F_1$ und $^4F_2$ Bänder
  - **Relaxation:** (strahlungslos) in ^2E mit den beiden Unterniveaus $2\underline{A}$ und $\underline{E}$
  - **Laserübergänge:** ^2E / $\underline{E}$ ➔ $^4A_2$ (**694,3nm**) und ^2E / $2\underline{A}$ ➔ $^4A_2$ (692,8 nm)

Typischer Aufbau eines Rubinlasers und mögliche Betriebsarten

Abb. 16.5 Typischer Aufbau eines Rubinlasers



Quelle: SIGR_LAS2018

Tab. 16.1 Einige typische Daten von 694,3 nm-Rubinlasern bei verschiedenen Betriebsbedingungen

Betriebsart	Spitzenleistung	Pulsdauer
Normalpuls	$\simeq$ 100 kW	$\leq$0,5 ms
Q-switch	10 bis 50 MW	10 bis 20 ns
Modenkopplung	einige GW	10 bis 30 ps
cw	1 mW	∞

Laserpulse (Spiking) eines Rubinlasers im „Normalpuls“ Betrieb

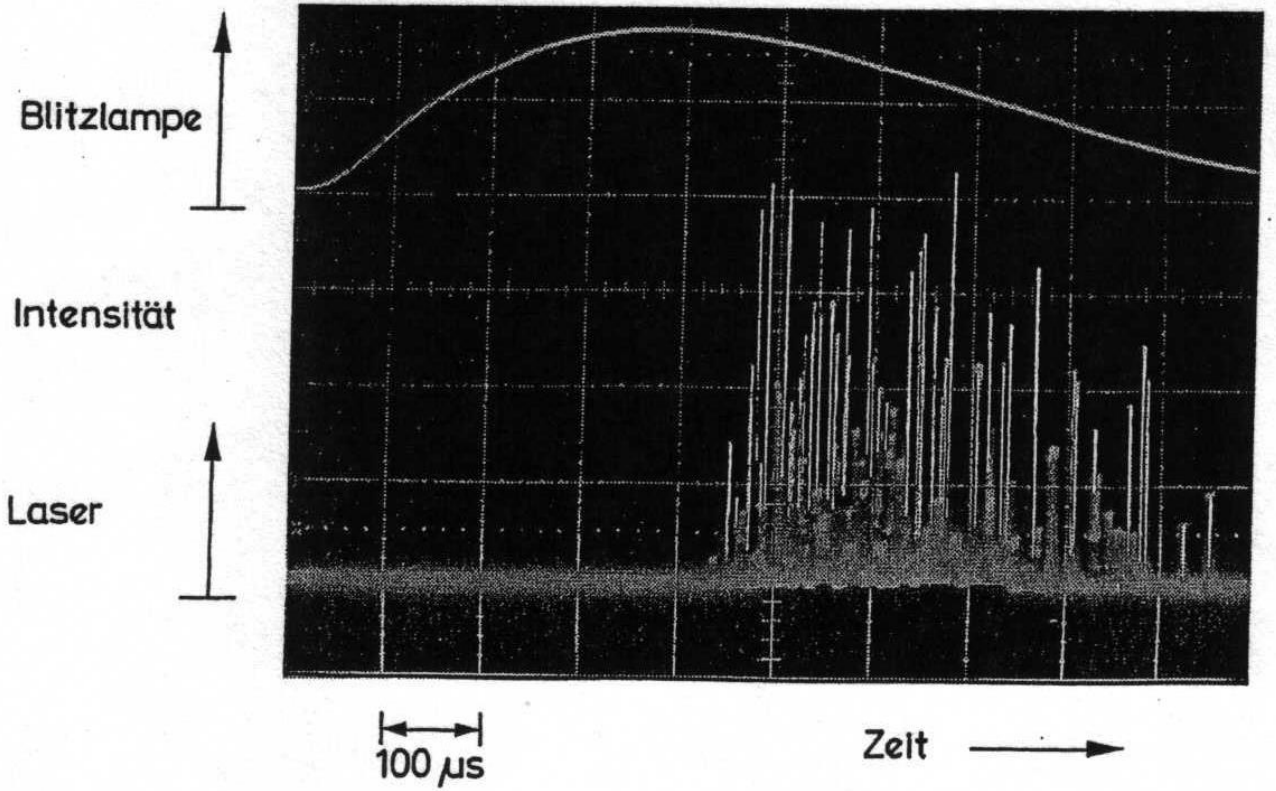
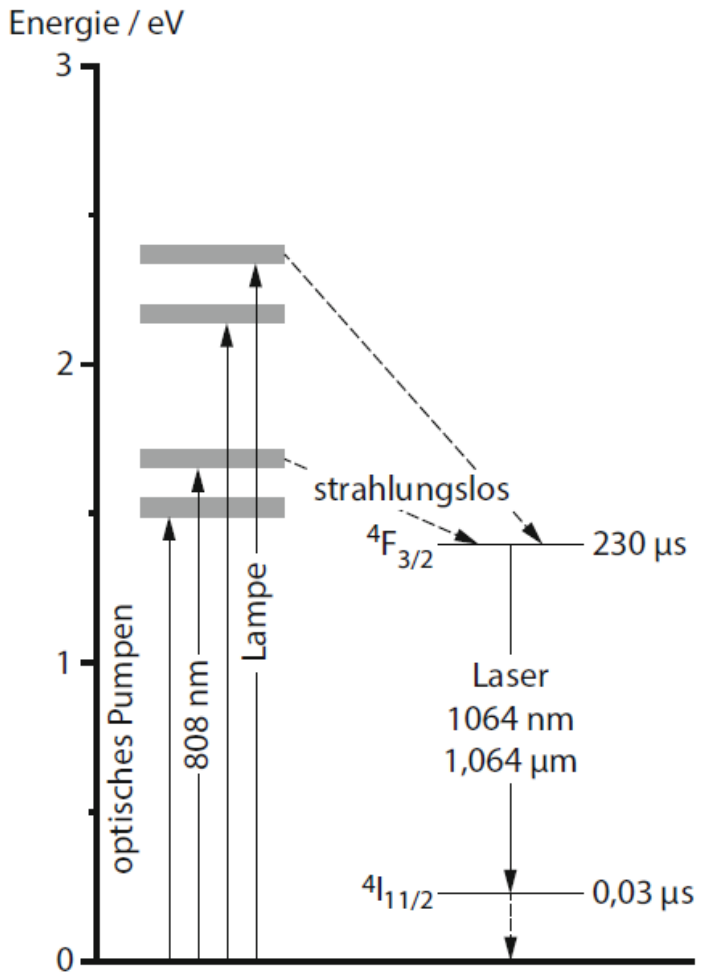


Bild 8.3. Normale Emissionspulse (Spikes) beim Rubinlaser (*untere Kurve*) und Puls der Blitzlampe (*obere Kurve*)

Festkörperlaser: Beispiel 2: Nd:YAG Laser Steckbrief

- Neodym-Laser: Lasermedium sind **Nd^{3+}-Ionen**
- Verschiedene Wirtsmaterialien gebräuchlich:
  - am häufigsten **YAG-Kristalle** (Yttrium-Aluminium-Granat – $Y_3Al_5O_{12}$)
    - Hohe Verstärkung, geeignete mechanische und thermische Eigenschaften
    - kontinuierliche und gepulster Betrieb möglich
    - **Nd:YAG-Laser ist einer der wichtigsten Lasertypen für Wissenschaft und Technik**
      - Messtechnik, Materialbearbeitung, Medizin, Spektroskopie und Holographie
  - gelegentlich wird auch verwendet **Nd:Cr:GSGG (**Gadolinium Scandium Gallium Granat)
    - Absorptionsbänder hier gut an Emission der Blitzlampen angepasst ➔ hoher Wirkungsgrad
    - Nachteile: starke thermische Linseneffekte durch Erwärmung beim optischen Pumpen
  - **Nd:YLF** Yttrium Lithium Fluorid
  - **Nd:Glaslaser** (Gemisch aus Siliziumoxid (SiO_2), Calziumoxid (CaO), Natriumoxid (Na_2O), Magnesiumoxid (MgO) und Aluminiumoxid (Al_2O_3)
    - hohe Bandbreite, gute Voraussetzung für Erzeugung kurzer Laser Pulse
    - Gläser können in großen Volumina gefertigt werden
    - Dauerstrichbetrieb von Nd:Glaslasern ist wegen der kleinen Verstärkung nicht möglich

Energieschema Nd:YAG



- Energieschema von Nd^{3+} im $Y_3Al_5O_{12}$ Gitter
- **Energiebänder** ergeben sich durch Einfluß von Kristallfeld und Gitterschwingungen
- **4-Niveau-Laser:**
  - Pumpen: Optische Absorption in verschiedene Bänder zw. 1.5 und 2.5 eV

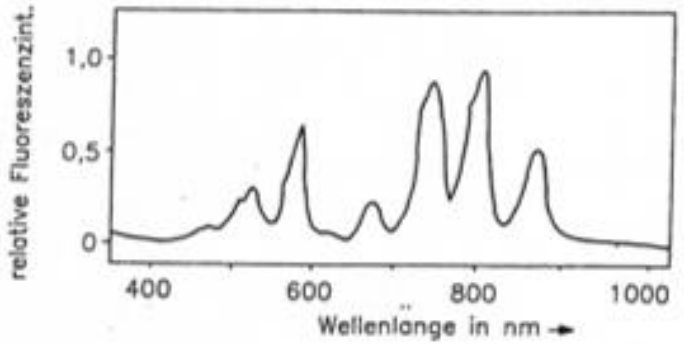


Bild 8.5. Intensität der Fluoreszenz von Nd:YAG bei 1,06 µm als Funktion der Wellenlänge des Pumplichts. 808 und 940 nm sind geeignete Wellenlängen zum Pumpen mit Laserdioden

  - Relaxation: (strahlungslos) in das metastabile nach $^4F_{3/2}$ Niveau mit einer Lebensdauer von $230*10^{-6}$s
  - Laserübergang: $^4F_{3/2}$ ➔ $^4I_{11/2}$ (1064nm)

Aufbau eines Dioden-gepumpte Nd:YAG Lasers

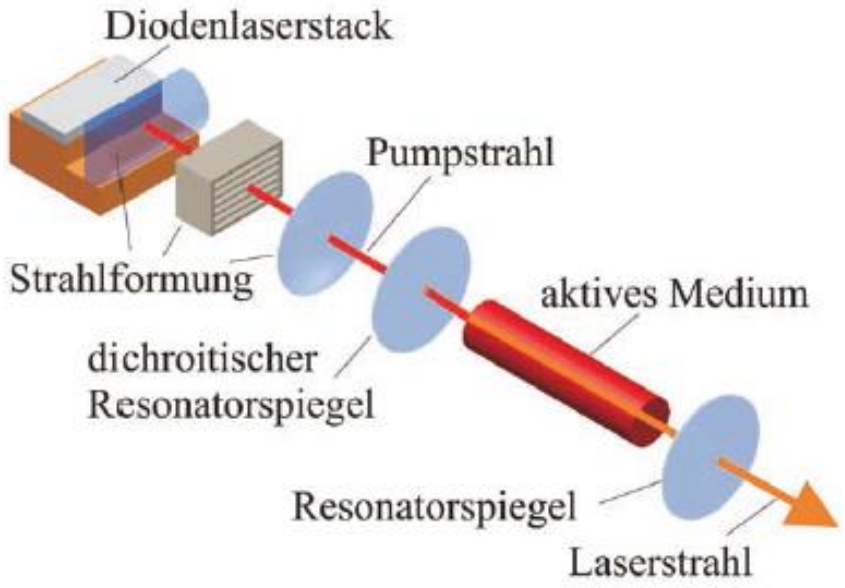


Bild 3.22 Resonatoraufbau eines endgepumpten DPSS-Lasers

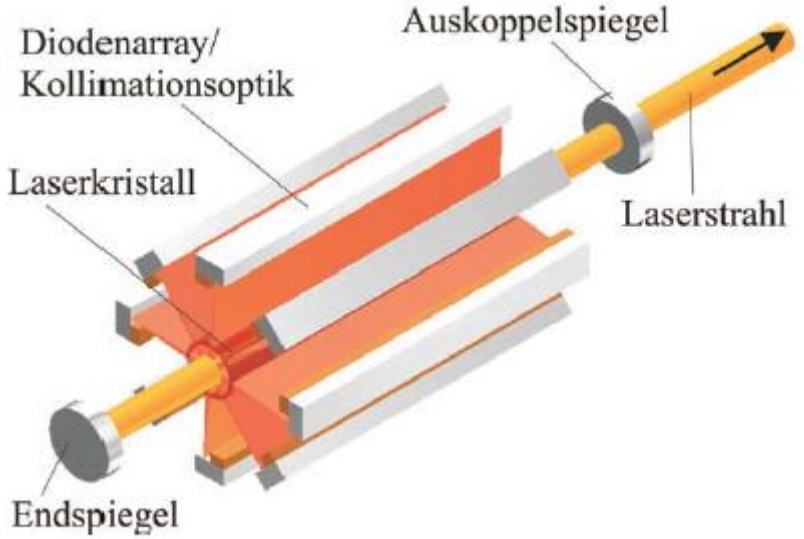


Bild 3.23 Transversal gepumpter Nd:YAG-Laser

DPSS = Diode Pumped Solid State Laser

Quelle: BLMÜBA_LAS2013: Lasermaterialbearbeitung, J. Bliedtner, H. Müller, A. Barz, Fachbuchverlag Leipzig, 2013, E-Book-ISBN 978-3-446-42929-1

Dieses sogenannte Spiking tritt in verschiedenen Lasern auf, z.B. im Nd:YAG Laser auf

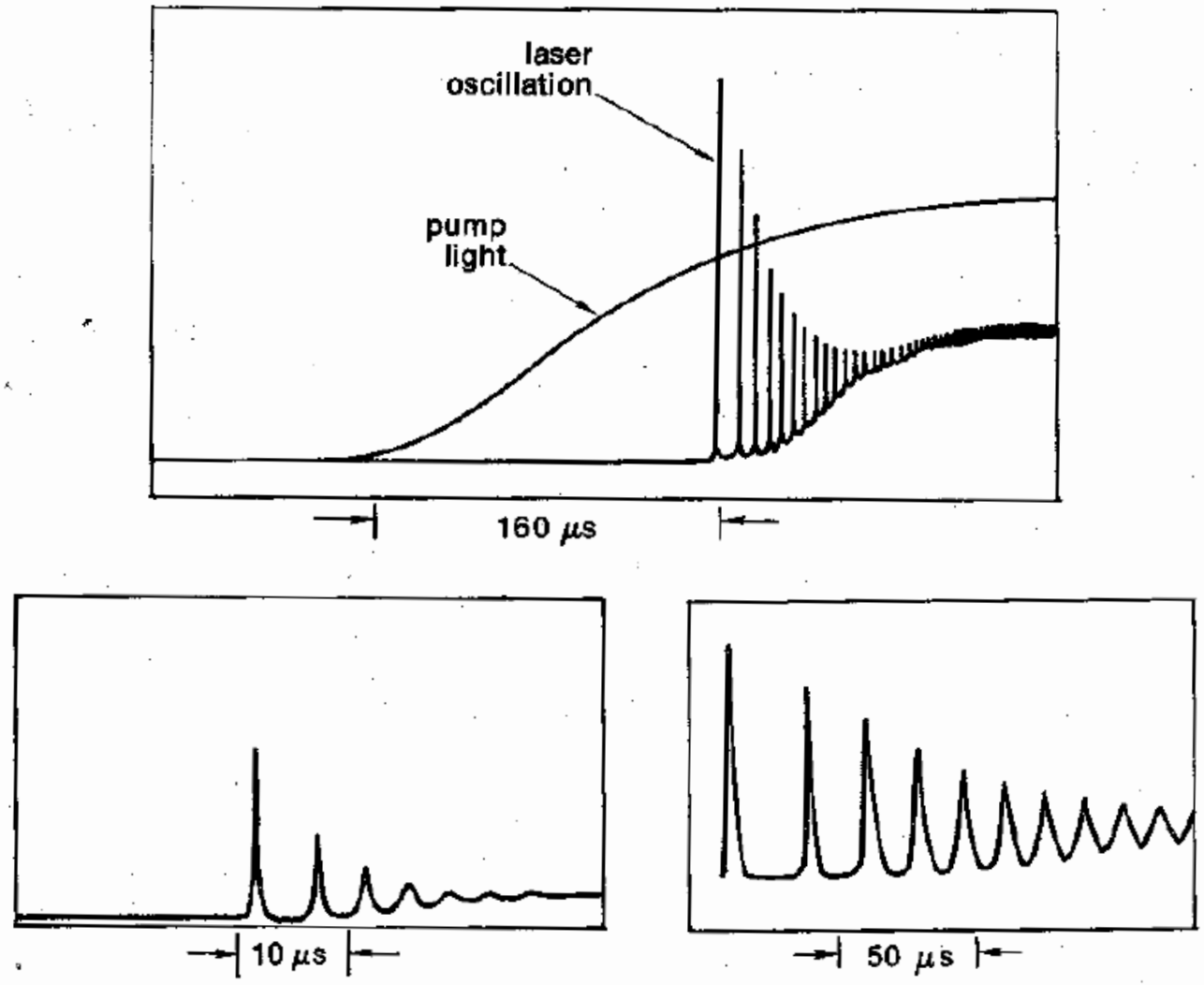


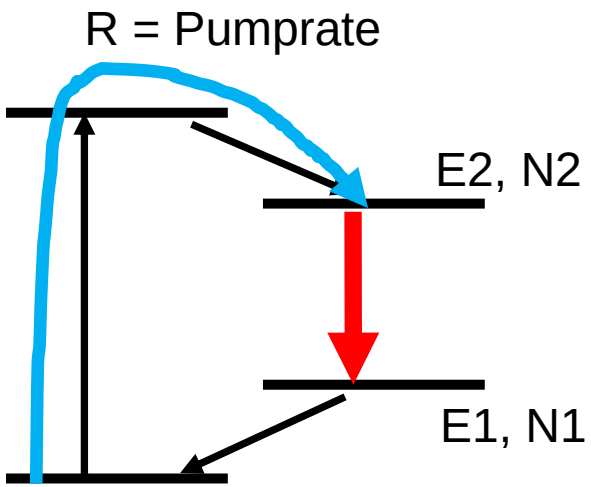
FIGURE 25.4
Spiking turn-on behavior in three typical Nd:YAG lasers.

SIEG_LAS1986:
Lasers, A.E. Siegmann

Wie läßt sich das Spiking erklären?

Einschwingvorgang

Nochmal zurück zu den Bilanzgleichungen für die Laserniveaus und die Photonenanzahl



Induzierte Emission

Absorption Emission

Spontanne Emission

$$\frac{dN_1}{dt} = -R + B_{21} u_\nu g(\nu) \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right] + A_{21} N_2, \qquad (4.31)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = +R - B_{21} u_\nu g(\nu) \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right] - A_{21} N_2, \qquad (4.32)$$

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = -\kappa \tilde{n} + B_{21} u_\nu g(\nu) \left[N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right]. \qquad (4.33)$$

Pump-prozess

Resonator verluste

R	= Pumprate
B_{21}	= Einsteinkoeffizient ind. Emission
ň	= Photonenanzahl
u_ν	= h* $\boldsymbol{\nu}$ * ň Energie * Photonenanzahl
g($\boldsymbol{\nu}$)	= Linienprofil
κ	= Resonatorverluste = 2 π f_{hwb_reso}

Siehe auch: „Laser: Theorie, Typen und Anwendungen, M.W. Sigrist, Springer 8.Auflage 2018, S. 44 (Online in Uni-Bibliothek)

Jetzt möchten wir den instationären Fall betrachten

- Start: **Einschalten der Pumpleistung R zum Zeitpunkt t_0**
- D.h. das Setzen von $\frac{d\tilde{n}}{dt} = 0; \quad \frac{d\sigma}{dt} = 0.$ ist jetzt nicht mehr erlaubt
- Kann z.B. numerisch gelöst werden
  σ(t) ➔ $\mathbf{N_i}$ (Besetzung Laser Niveau)
  ň ➔ $\mathbf{n_i}$ (Photonenanzahl)
  τ_{sp} Lebensdauer Laserniveau
  B Rate induz. Emission
  R Pumprate
  κ Resonator Verluste

$$\frac{d\sigma}{dt} = -2\tau_{sp}^{-1}\sigma - 2B\tilde{n}\sigma + 2R,$$

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = -\kappa\tilde{n} + B\tilde{n}\sigma.$$

Gekoppelte DGLn

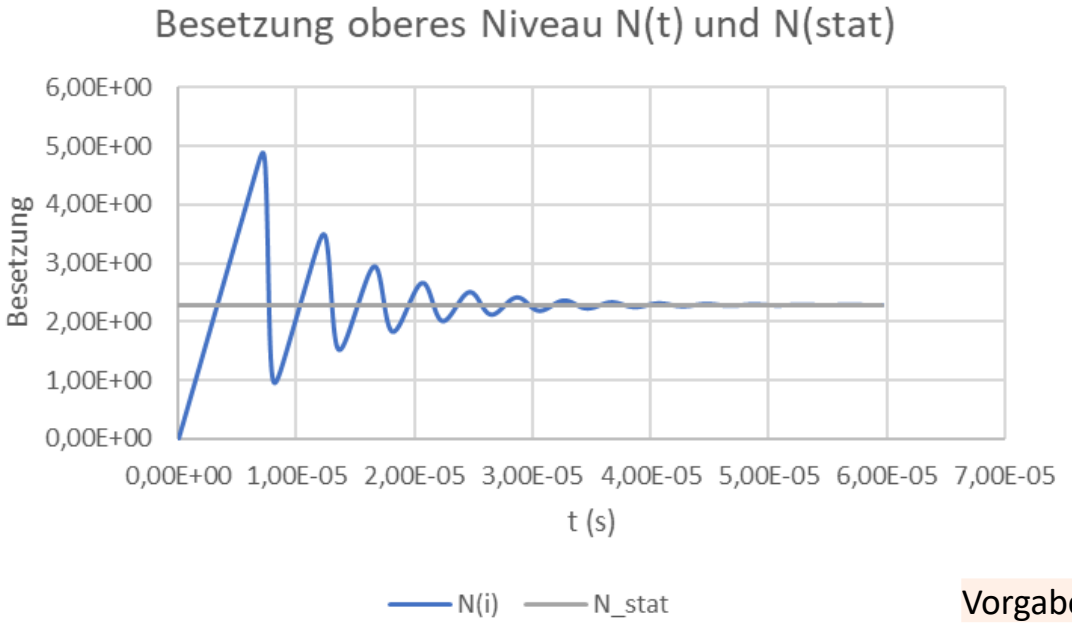
Können numerisch gelöst werden

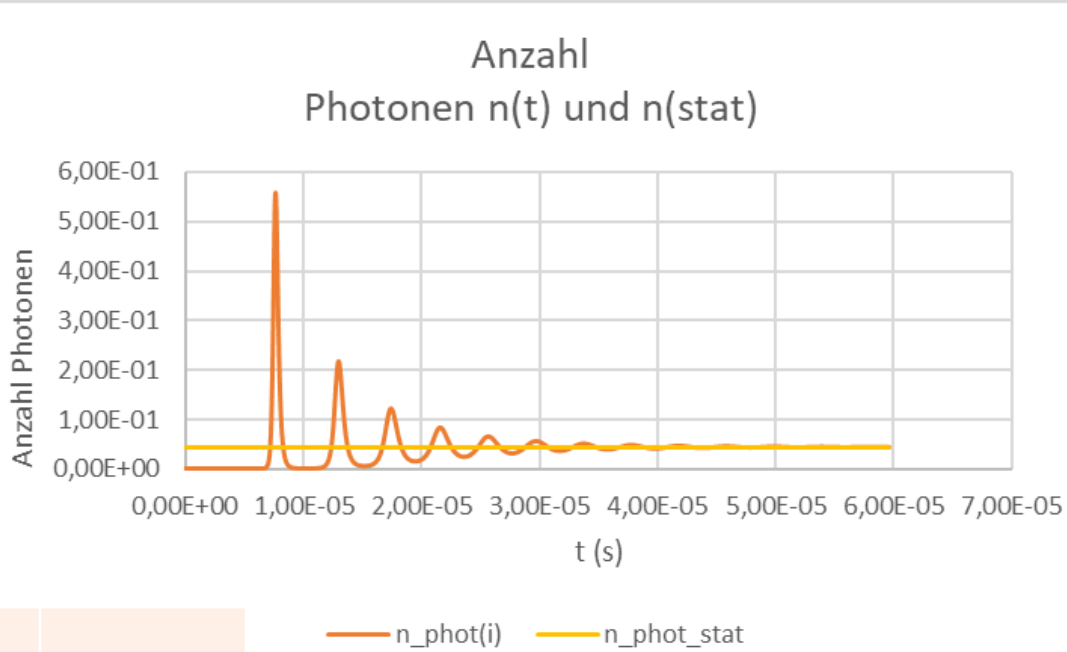
Numerische Lösung (Programm)

- **Besetzung $\mathbf{N_i}$** = (-2*$\mathbf{N_{i-1}}$/τ_{sp} – 2*B*$\mathbf{N_{i-1}}$*$\mathbf{n_{i-1}}$+ 2 R)*Δt + $\mathbf{N_{i-1}}$
- **Photonen $\mathbf{n_i}$** = (- K*$\mathbf{n_{i-1}}$+ B*$\mathbf{N_{i-1}}$*$\mathbf{n_{i-1}}$)* Δt + $\mathbf{n_{i-1}}$

Nötige Vorgaben: N_0, n_0 und die Konstanten τ_{sp}, B, R, κ

Ergebnis: Einschwing Oszillation der Besetzung N(t) und der Photonenanzahl n(t), die sich schließlich bei den Werten für den stationären Fall N_{stat} und n_{stat} einpendelt





N_i = dt * (2R - 2*B*n_i-1*N_i-1-2*N_i-1/t_sp)+N_i-1

n_i = dt * (-k*n_i-1+B*n_i-1*N_i-1)+n_i-1

Vorgaben	
phot_0 =	1,00E-03
N_0 =	0,00E+00
R_Pump	3,50E+05
B_ind =	3,50E+06
k_reso =	8,00E+06
t_spt_emi	5,00E-03

Laserpulse mittels „Güteschaltung“ (= Q-Switch)

Grundidee:

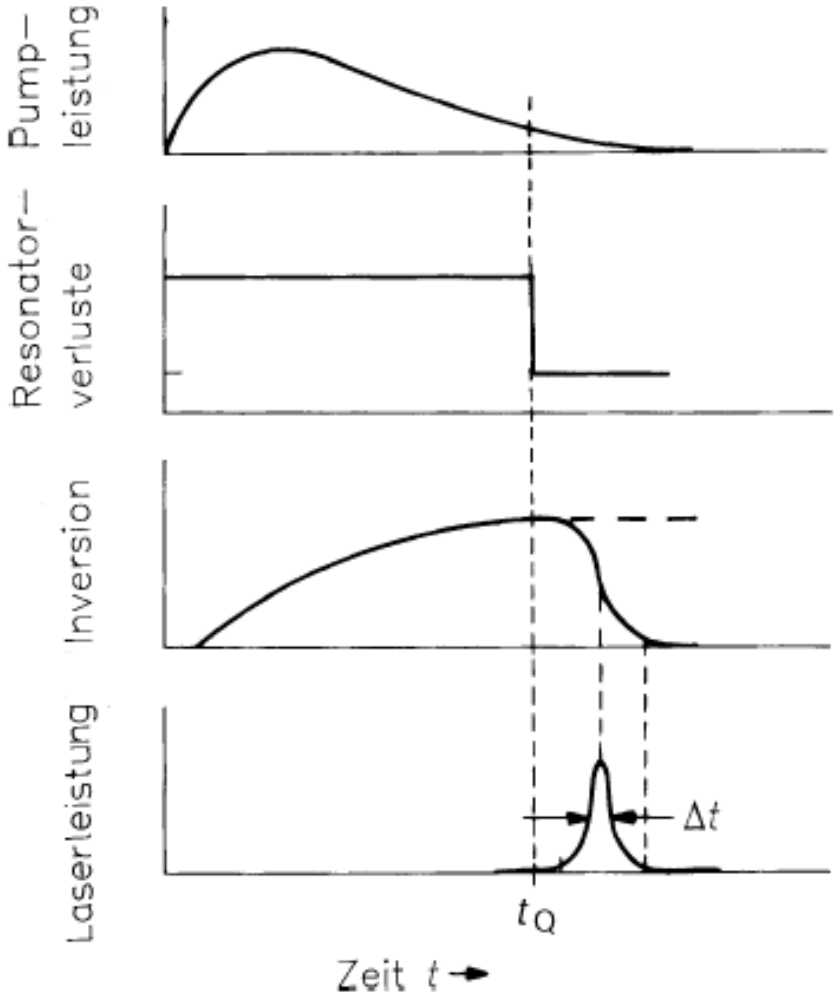
- Pumppuls startet und Inversion baut sich auf
- Resonator bleibt aber eine Zeit lang blockiert (Verluste = hoch)
- Zur Zeit t_Q werden Resonatorverluste abgeschaltet und die Inversion baut sich schlagartig in einem Puls ab

Bedingung:

- Lebendauer des Laserniveaus > als Dauer des Pumppulses
- Dauer des Laserpulses

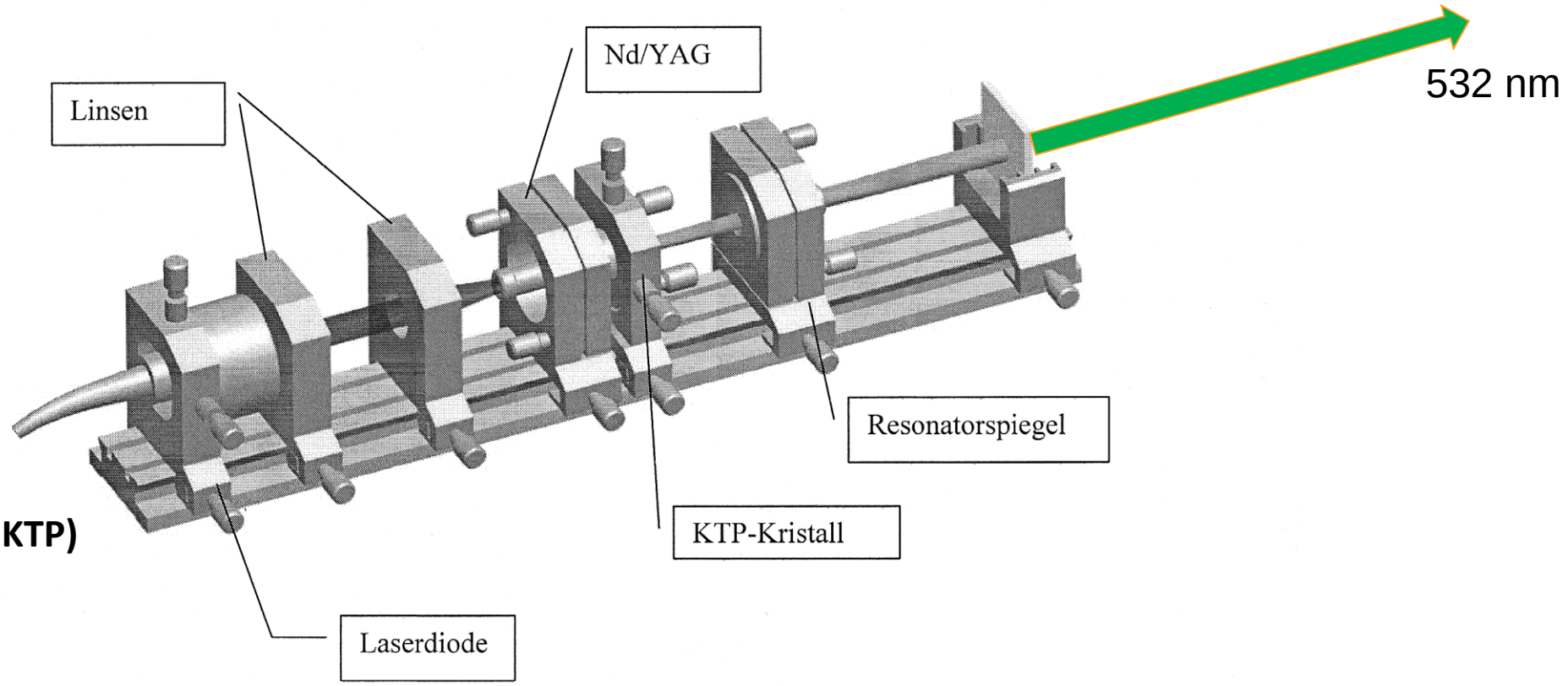
Δt ist gegeben durch: $\Delta t = \frac{2L}{c}$

d.h. Laserpuls läuft nur 2x durch den Resonator

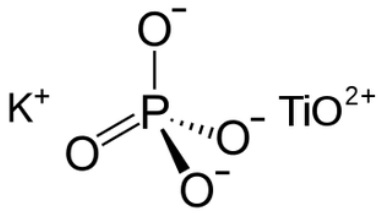


Quelle: EICH_LAS2015

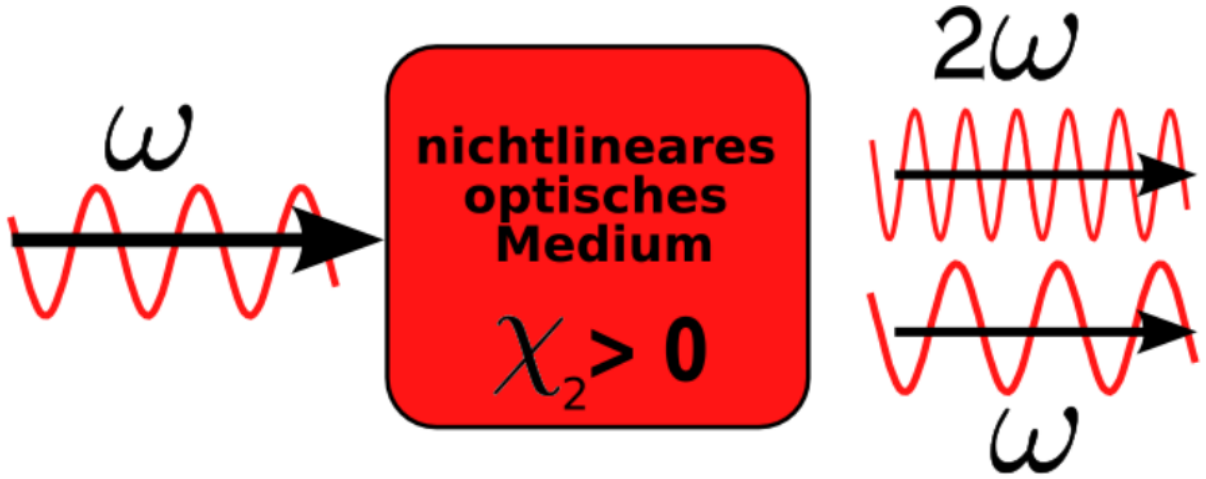
Frequenzverdopplung der Laserstrahlung eines Nd:YAG Lasers mit Hilfe eines „nicht-linearen“ KTP Kristalls: Aus 1064 nm werden 532 nm



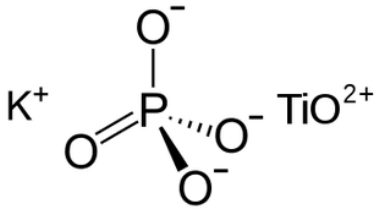
Kaliumtitanylphosphat (KTP)



Nicht-Lineare Optik / Frequenzverdopplung



z.B.
Kaliumtitanylphosphat (KTP)

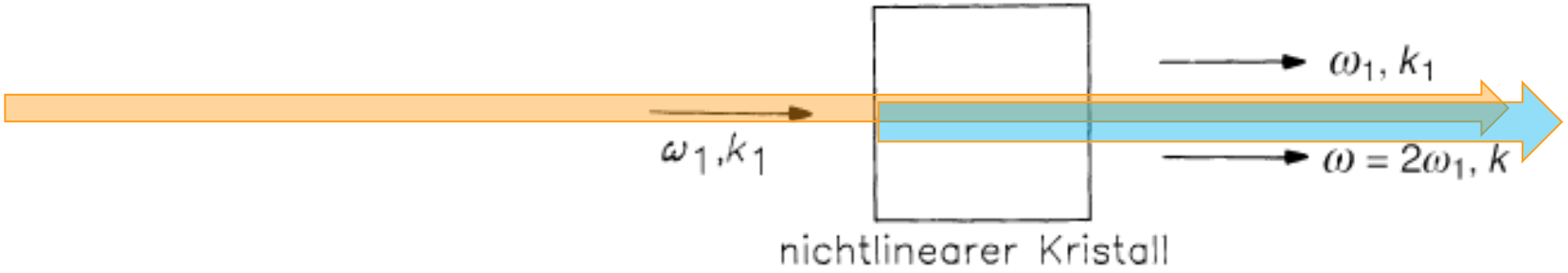


Voraussetzungen:

- **Bestimmte Kristallsymmetrie**
- **Hohe Intensität der Grundwelle** um nicht-lineare Effekte der ***dielektrischen Polarisation P*** zu erhalten
- Konstruktive Interferenz der 2ω über den Durchlauf durch den Kristall ➔
- **Phasenanpassung n(ω) = n(2ω),** wird z.B. durch Ausnutzung der Doppelbrechung und einem bestimmten Einstrahlwinkel erreicht.
- PS.: es gibt noch weitere nicht-lineare Effekte: z.B. Frequenzverdreifachung, Frequenzmischung

Wie kann die Frequenzverdopplung sinnvoll genutzt werden?

Wir möchten Laserlicht der Frequenz ω_1 bzw. Wellenlänge λ_1 in den Kristall einstrahlen und Laserlicht der Frequenz $2*\omega_1$ bzw. Wellenlänge $\lambda_1/2$ erhalten



Beste Effizienz, wenn beide Wellen in gleicher Richtung und in Phase durch den Kristall laufen, d.h. es muss gelten

$$|k| = \frac{n\omega}{c} = |2k_1| = 2\frac{n_1\omega_1}{c}$$

Mit $\omega = 2\,\omega_1$ bedeutet das, es muss gelten:

$$n(2\omega_1) = n_1(\omega_1)$$

Glasfaser in der Praxis

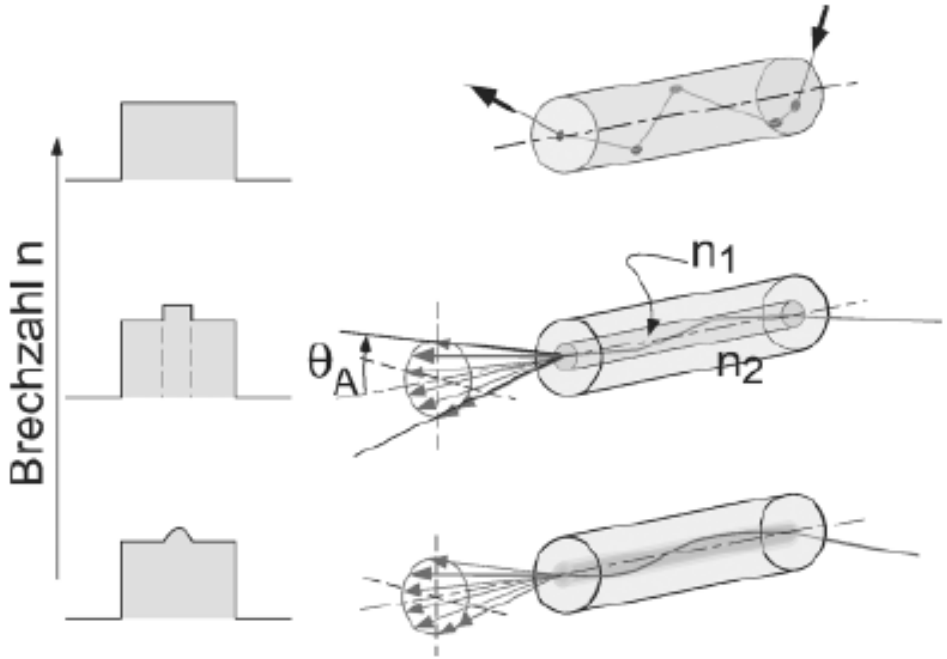


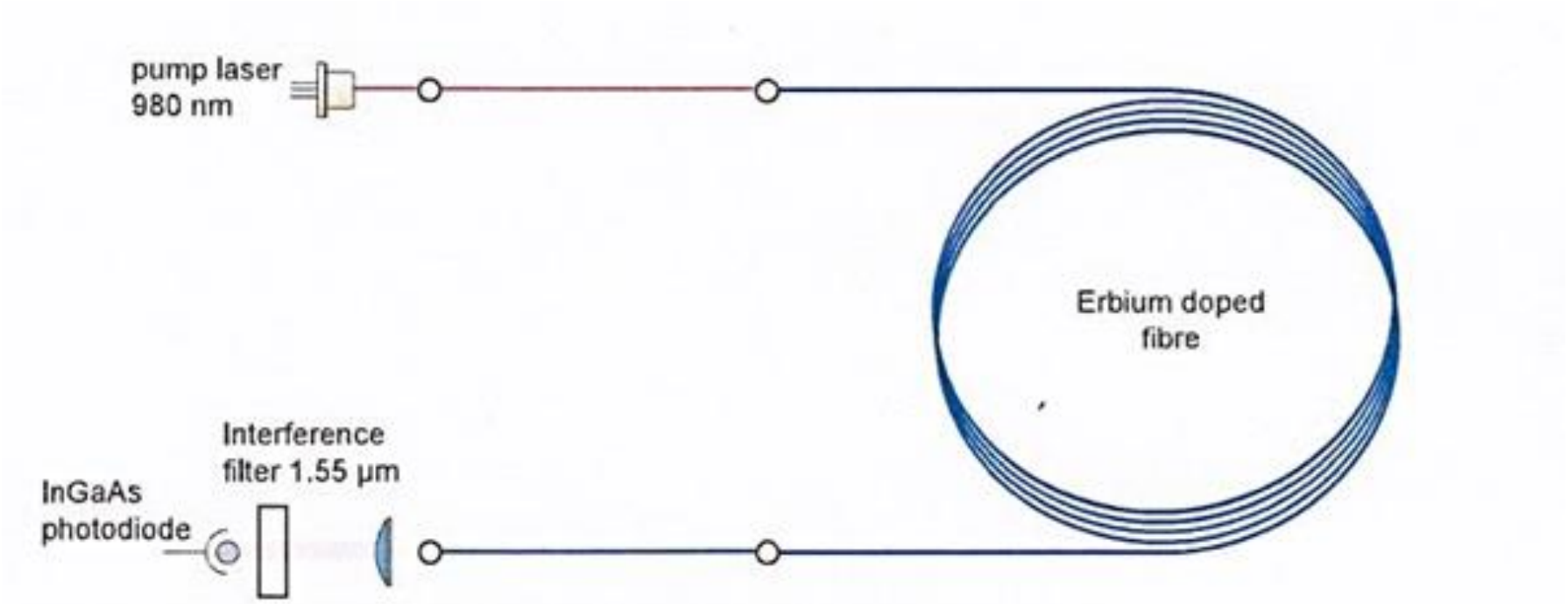
Abb. 1.11 *Brechzahlprofile und Strahlführung in optischen Wellenleiter: Oben: Wellenleiter mit homogener Brechzahl; Mitte: Mit Stufenprofil der Brechzahl (Stufenfaser); Unten: Mit kontinuierlichem Brechzahlprofil (Gradientenfaser).*

- 2008_Book_Meschede_OptikLichtUndLaser

- In der Praxis ungünstig: denn Faser könnte hier keine Ummantelung haben
- Lösung 1: Faser hat einen Kern mit n2 und einen Mantel mit n1 und n2>n1. Totalreflexion an Grenze Kern/Mantel. Mantel kann dann von weiterer Schutzhülle umgeben sein.
- Lösung 2: Faser besteht aus Material mit variablen Brechungsindex, im Zentrum ist n am größten und fällt nach aussen ab.
  Totalreflexion findet im Inneren statt, Schutzhülle möglich.

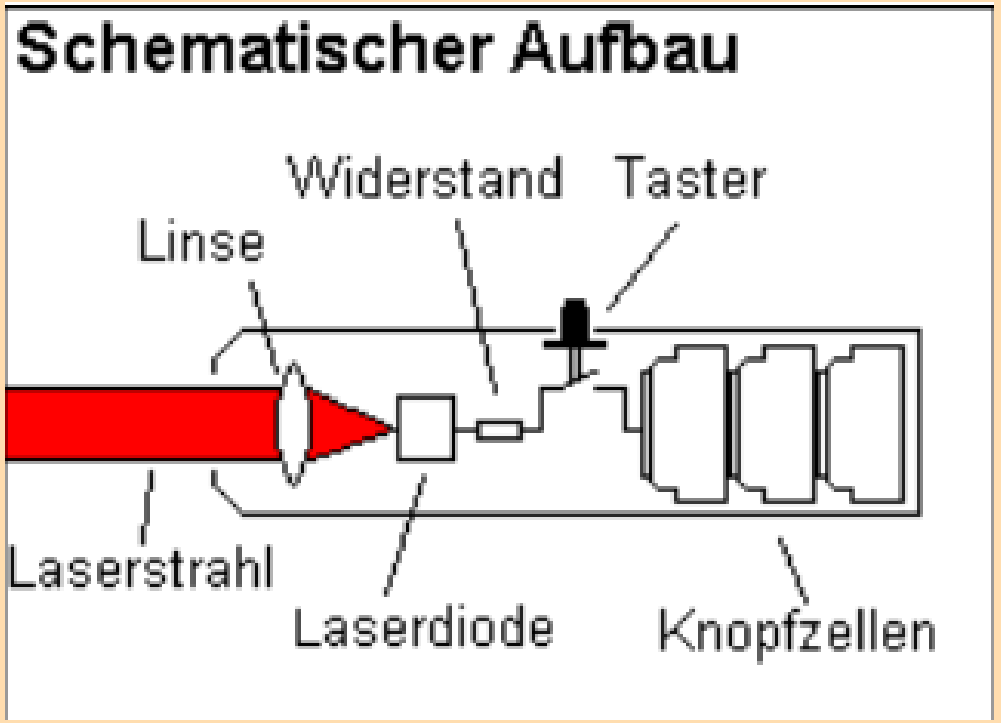
MESCH_OPTIK2008: Optil, Licht und Laser, D. Meschede, 2008, Vieweg Teubner, ISBN 978-3-8351-0143-2

Festkörperlaser Beispiel 3: Prinzipieller Aufbau eines Erbium Faserlasers



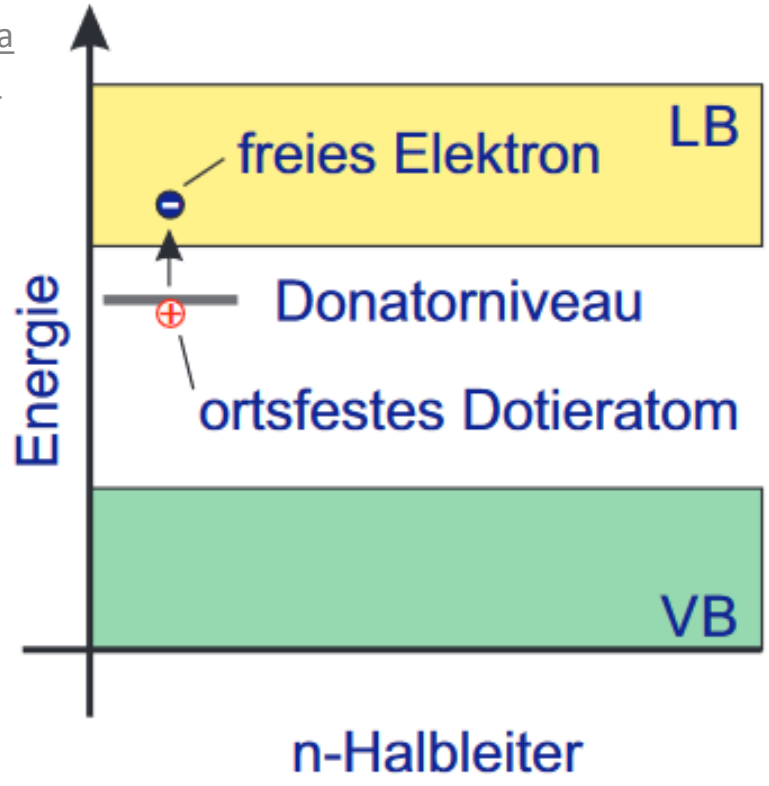
Interferenzfilter soll Pumplicht herausfiltern

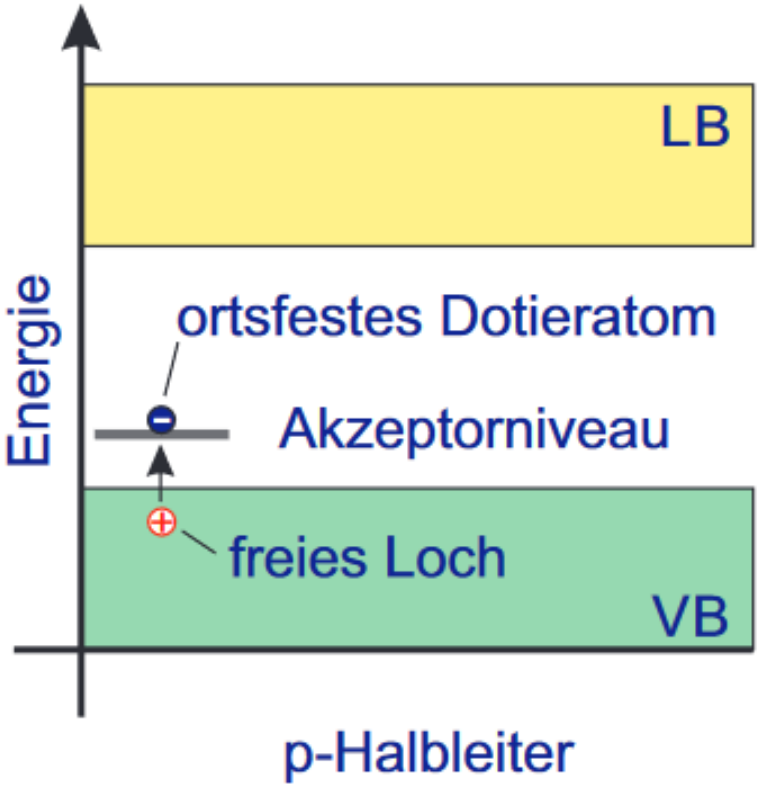
Halbleiterlaser Oder Diodenlaser



Dotierung und Bändermodell

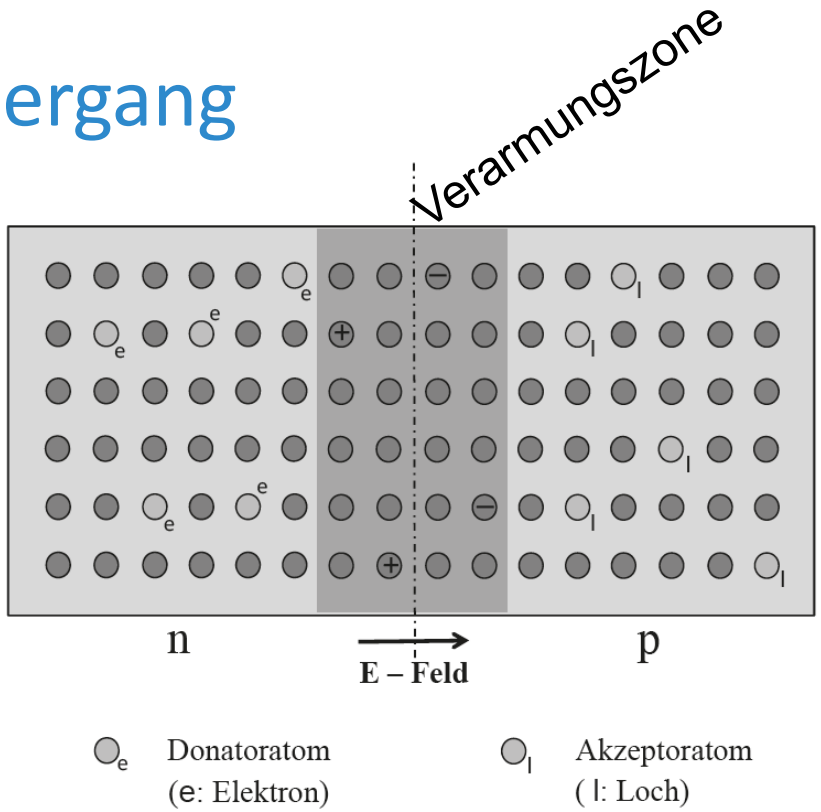
https://www.halbleiter.org/grundlagen/leiter-nichtleiter-halbleiter/





pn-Übergang

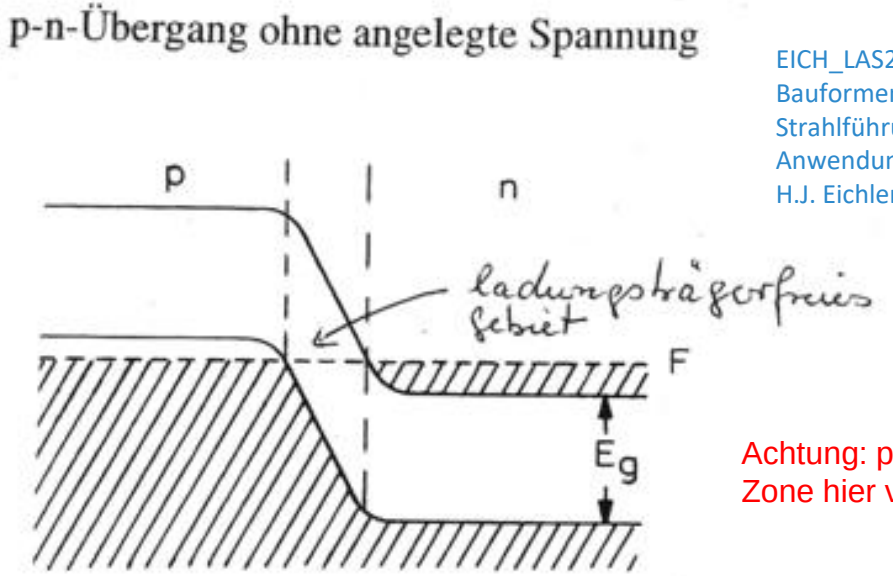
DOHL_LAS2015: Lasertechnik, R. Dohlus, 2015 De Gruyter, e-ISBN (PDF) 978-3-11-035140-8



In der Grenzschicht können sich Elektronen aus dem n-Bereich mit Löchern aus dem p-Bereich ausgleichen.

Im grauen Bereich entsteht eine Verarmungszone (arm an Elektronen und Löchern)

Zwischen den Grenzen der Verarmungsschicht bildet sich ein E-Feld



EICH_LAS2015: Laser – Bauformen, Strahlführung, Anwendungen, J. Eichler, H.J. Eichler

Achtung: p- und n-Zone hier vertauscht

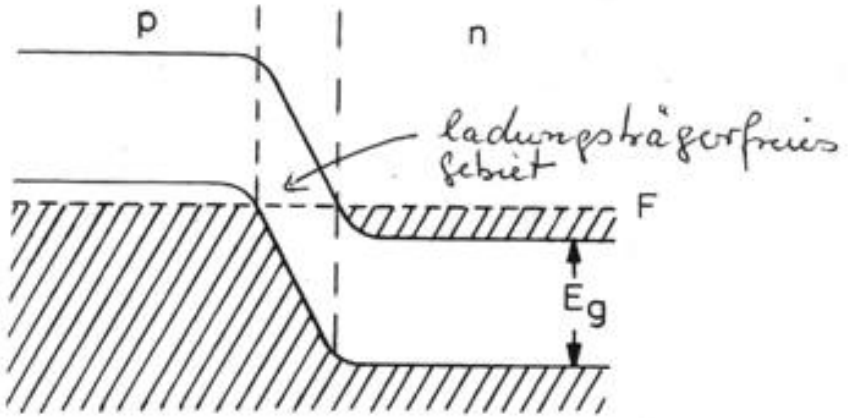
Hier der pn-Übergang im Bändermodell dargestellt.

Das E-Feld führt zur „Verbiegung“ der Bänder

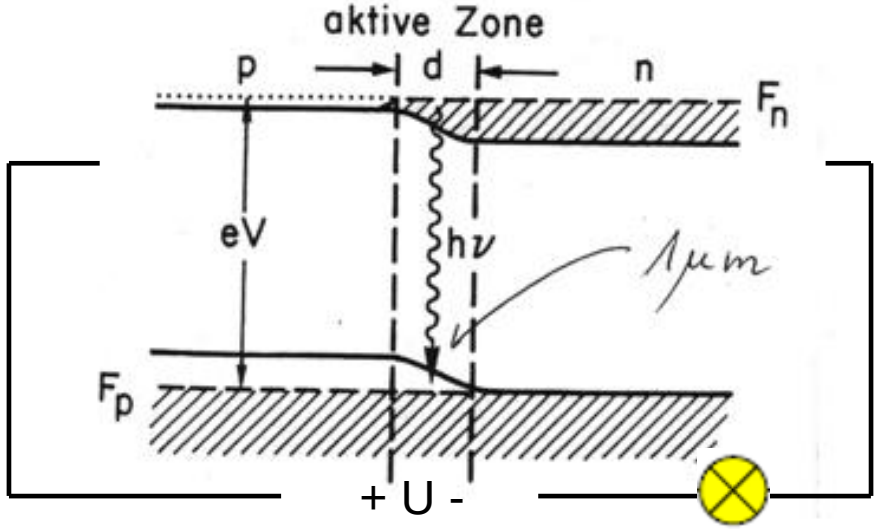
Die Verarmungzone (linkes Bild) ist hier als „Ladungsträgerfreies Gebiet markiert.

pn-Übergang ohne (links) und mit (rechts) angelegter Spannung

p-n-Übergang ohne angelegte Spannung



p-n-Übergang mit angelegter Spannung V in Durchlaßrichtung.



Spannung in Durchlass-richtung

Durch die angelegte Spannung werden Ladungsträger in das vorher Landungsträgerfreie Gebiet gepumpt.

Elektron-Loch-Paare können sich auslöschen. Dabei werden Photonen der Energie E = h*v mit $E = F_n - F_p$ freigesetzt.

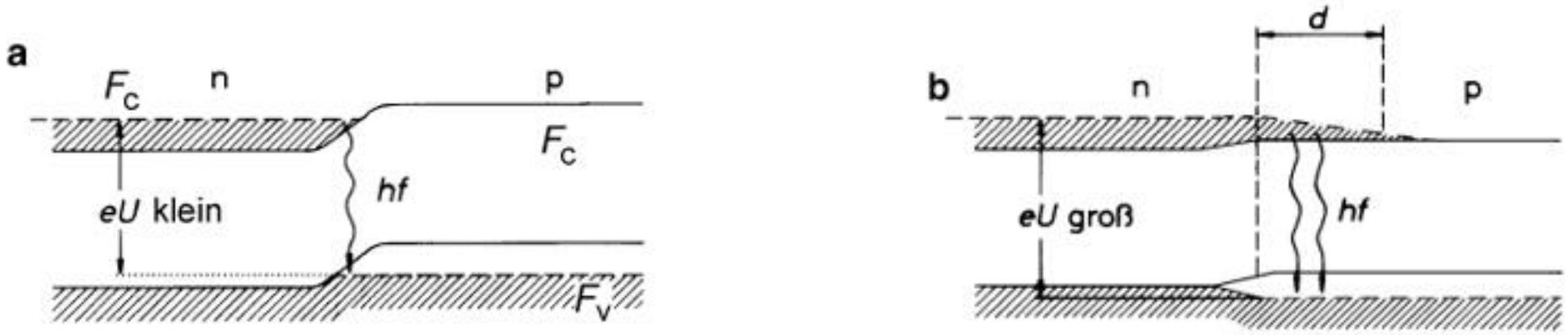
Das ist das Prinzip der Photodiode und des Halbleiter Lasers.

EICH_LAS2015: Laser – Bauformen, Strahlführung, Anwendungen, J. Eichler, H.J. Eichler

Leuchtdiode versus Diodenlaser

- Spannung bzw. Potential eU kann pn Potentialdifferenz etwas verringern
- Wenige Elektron-Loch Rekombinationen und entspr. wenige Photonen ➔ **Leuchtdiode**

- Spannung bzw. Potential eU jetzt so groß, daß Elektronen nur eine geringe Schwelle zum p Bereich überwinden müssen
- Mehr Elektron-Loch Rekombinationen
- Viele Photonen ➔ **Diodenlaser**



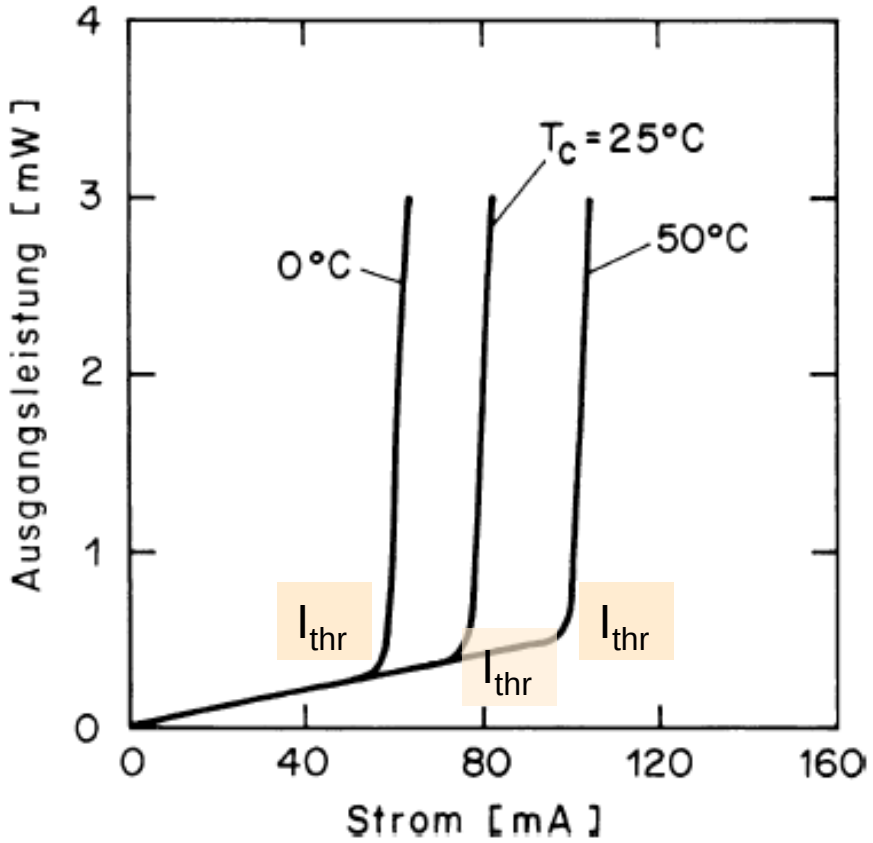
Achtung: p- und n-Zone hier vertauscht gegenüber der letzten Folie

Abb. 10.4 Entstehung von Strahlung (Photonen mit der Energie hf) im Diodenlaser durch Rekombination von Elektronen mit Löchern bei Anlegen einer Spannung U in Durchlassrichtung. Die Spannung vermindert die Potenzialdifferenz zwischen n- und p-Gebiet. **a** Kleine Spannung ergibt nur schwache Lichtemission **b** größere Spannung erzeugt intensivere Strahlung. (Der Abstand der Ferminiveaus wird durch die äußere Spannung U bestimmt: $eU = F_c - F_v$)

EICH_LAS2015: Laser – Bauformen, Strahlführung, Anwendungen, J. Eichler, H.J. Eichler

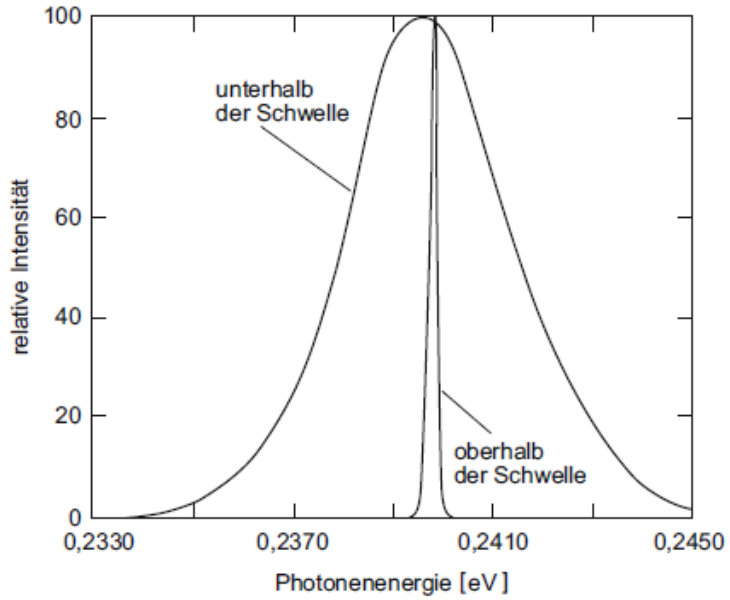
Zusammenhang zwischen Laser-Ausgangsleistung, Schwellstrom I_{thr} und Betriebstemperatur

Abb. 15.7 Abhängigkeit der Laserleistung vom Injektionsstrom und von der Temperatur für einen modernen Diodenlaser



Unterhalb des Schwellstroms I_{thr} Licht durch spontane Emission

Abb. 15.8 Emissionsspektrum einer InSb-Diode bei T = 1,7 K für einen Injektionsstrom oberhalb und unterhalb der Schwelle (Phelan et al. 1963)



SIGR_LAS2018: Laser: Theorie, Typen und Anwendungen, M.W, Sigrist, Springer, 8. Auflage 2018, ISBN 978-3-662-57515-4 (eBook)

Strahlcharakteristik eines Halbleiterlasers

Abb. 10.10 Diodenlaser mit transversalem Monomodebetrieb

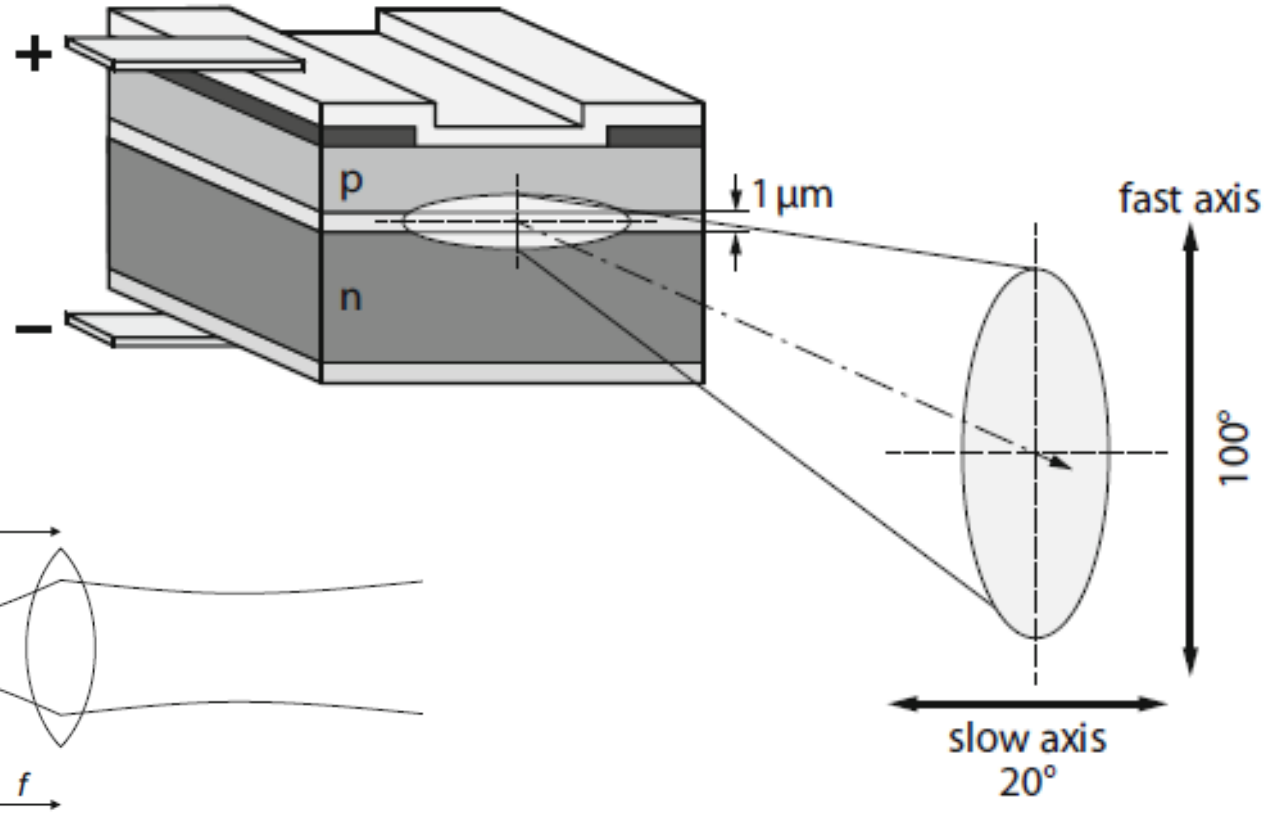
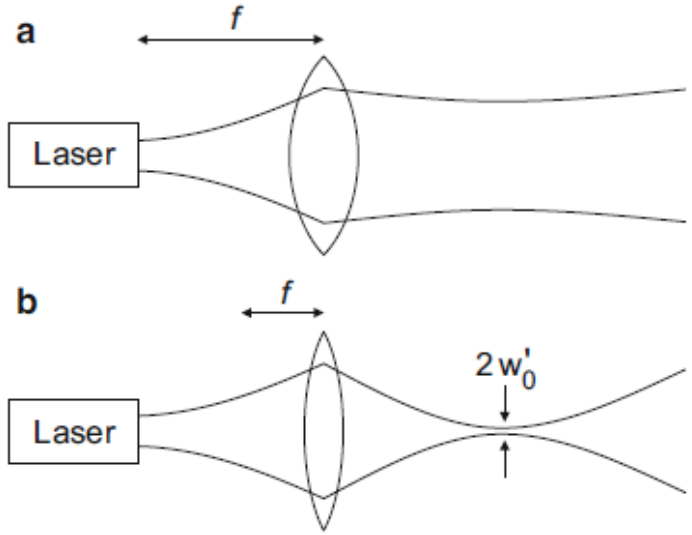


Abb. 10.21 Transformation von Diodenlaser-Strahlung durch eine Linse: **a** Kollimierung bzw. **b** Fokussierung



Strahlungsprofil eines Halbleiters wird in vielen Anwendungen mit Hilfe von Linsen optimiert

EICH_LAS2015: Laser – Bauformen, Strahlführung, Anwendungen, J. Eichler, H.J. Eichler

Zusammenfassung Halbleiterlaser 1/2

FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Einige allgemeine Eigenschaften

a.) Der Halbleiterlaser ist nahezu punktförmig: ≈ 100 µm.

b.) Kein paralleler Strahl ohne Optik. Auch Beugungseffekte.

c.) Kohärenzlänge etwa 30 m.

d.) Modulierbar über den Strom bis 10 GHz.

e.) Die wichtigen Betriebsgrößen sind Strom I und Temperatur T.

Temperaturänderungen -> Änderung der Wellenlänge.

-> Änderung der Lichtleistung, bei I = const.

f.) Leistung: bis 200 mW, Array: 100 W, Stack: einige kW.

Zusammenfassung Halbleiterlaser 2/2

Eigenschaften:

Kein paralleler Strahl ohne Optik. Auch Beugungseffekte.
Die Wellenlänge ist veränderbar, ≈ 20%.
Der Laser ist modulierbar bis 10 GHz über den Strom I.
Der Halbleiterlaser ist klein, ≈ 100 µm. Er hat eine Kohärenzlänge von 30 m.

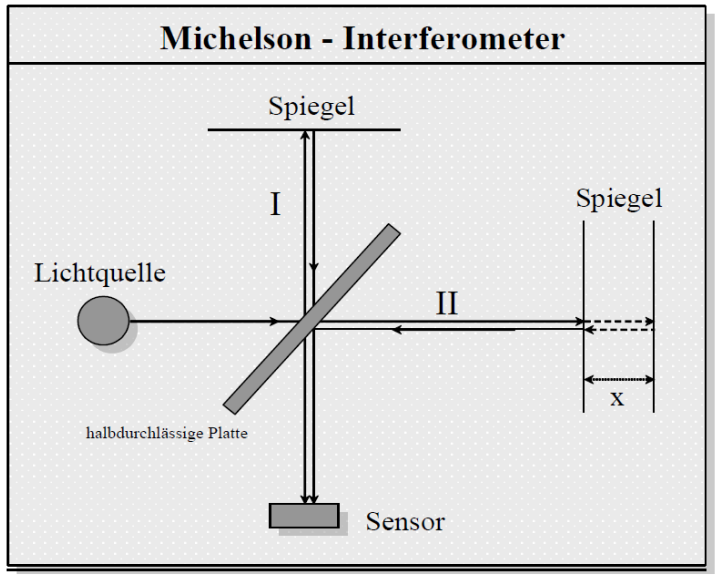
Typische Anwendungen:

Pumpen von Festkörperlasern.
Nachrichtenübertragung (Lichtleiter).
CD- und DVD-Spieler.
Laserpointer.

Leistungen:

Eine Laserdiode: 200 mW; ein Array: 100 W; ein Stack: einige kW.

Laborversuche: 1. Michelson Interferometer



Klassisches Interferenzexperiment, bei dem zwei Lichtwellen mit einem bestimmten Gangunterschied überlagert werden.

Der Gangunterschied kann zum Beispiel durch verändern der Spiegelstellung II variiert werden

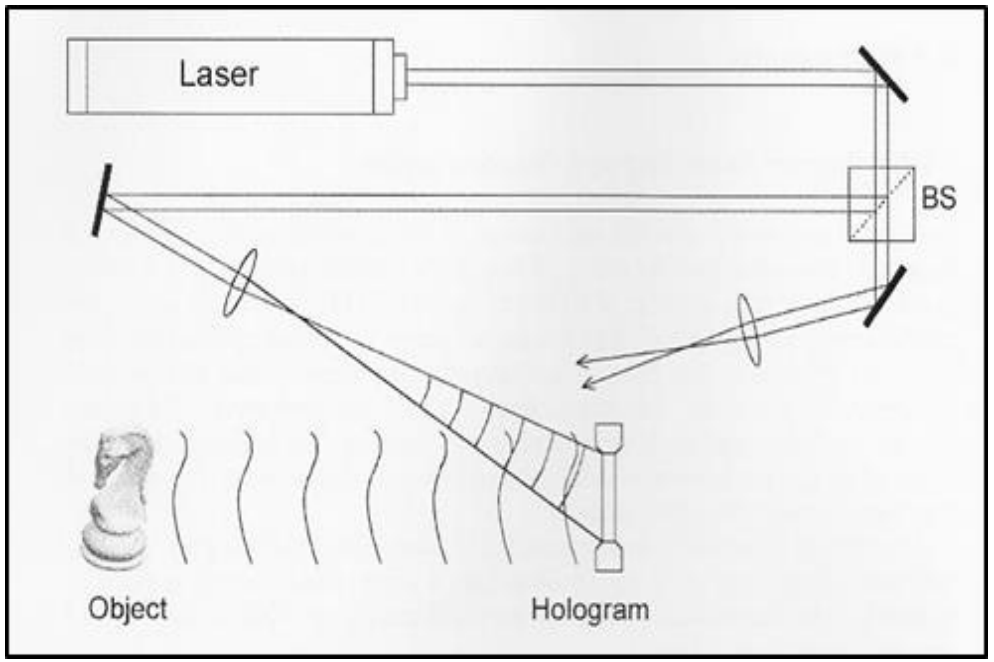
$$\Delta\varphi = m\,2\pi \quad \text{bzw.} \quad 2x = m\,\lambda, \quad \text{mit } m = 1,2,3,\ldots \qquad (1)$$

Es gilt immer:

$$\Delta\varphi = k_0\,\Gamma \qquad (2)$$

k_0 : Wellenzahl im Vakuum. Γ : optischer Wegunterschied.

Laborversuche: 2. Holographie



Im Prinzip auch ein Interferenzexperiment.

Ein Interferenzmuster wird gespeichert.

Bei der **Aufnahme eines Hologramms** gibt es eine Objektwelle O und eine Referenzwelle R:

$$O = O_0\, e^{j\,\emptyset_o} \quad \text{und} \quad R = R_0\, e^{j\,\emptyset_R}$$

Beide Wellen überlagern sich (Interferenz) bei der Aufnahme:

$$|O+R|^2 = (O+R)\cdot(O+R)^* = (O+R)\cdot(O^*+R^*)$$

$$I = OO^* + \underbrace{OR^*}_{wichtig} + RO^* + RR^* \qquad (1)$$

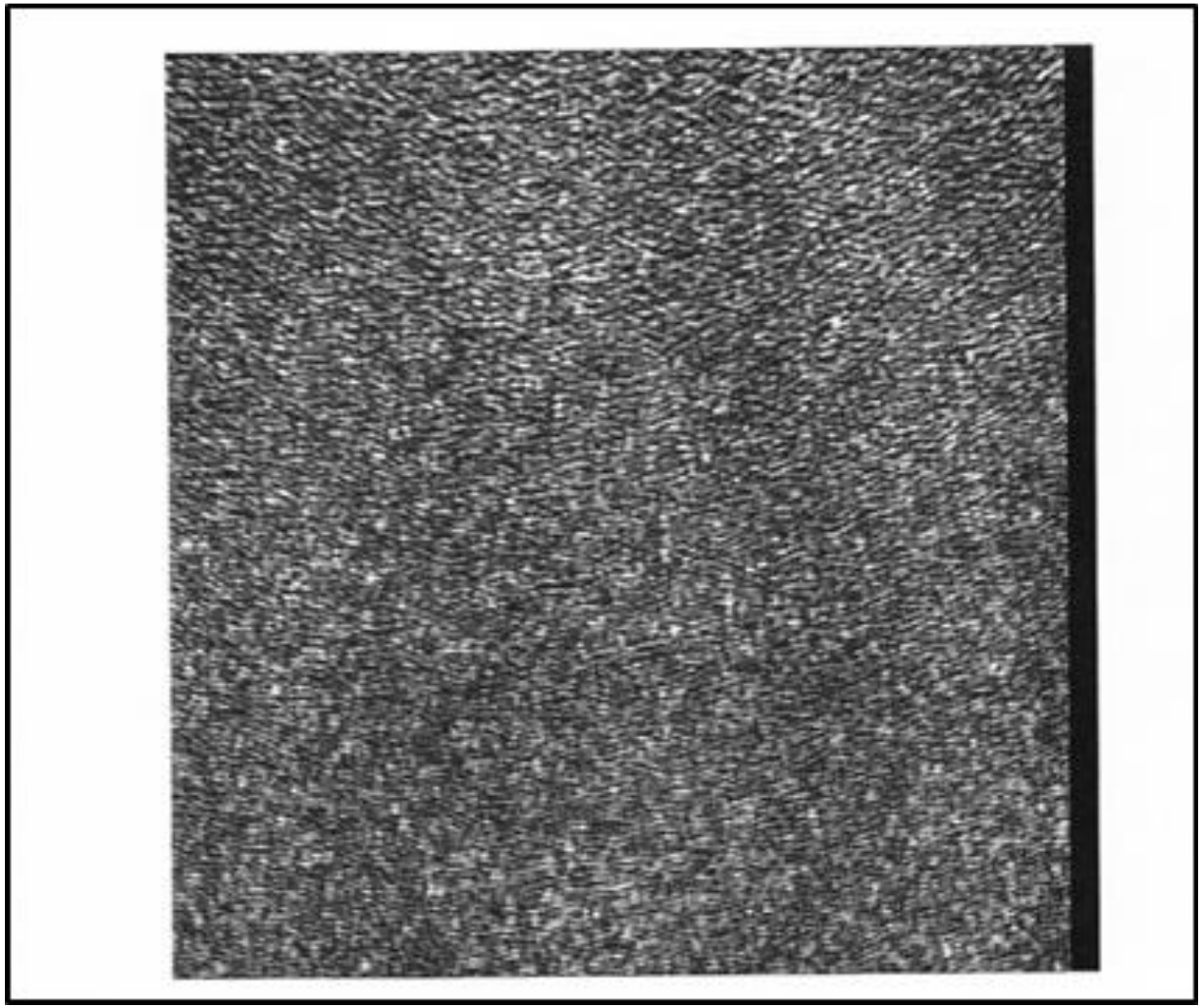
$$I = |O|^2 + |R|^2 + O_0\, e^{j\,\emptyset_o}\cdot R_0\, e^{-j\,\emptyset_R} + R_0\, e^{j\,\emptyset_R}\cdot O_0\, e^{-j\,\emptyset_o}$$

$$I = O_0^2 + R_0^2 + R_0 O_0\,(e^{j\,(\emptyset_o-\emptyset_R)} + e^{-j\,(\emptyset_o-\emptyset_R)})$$

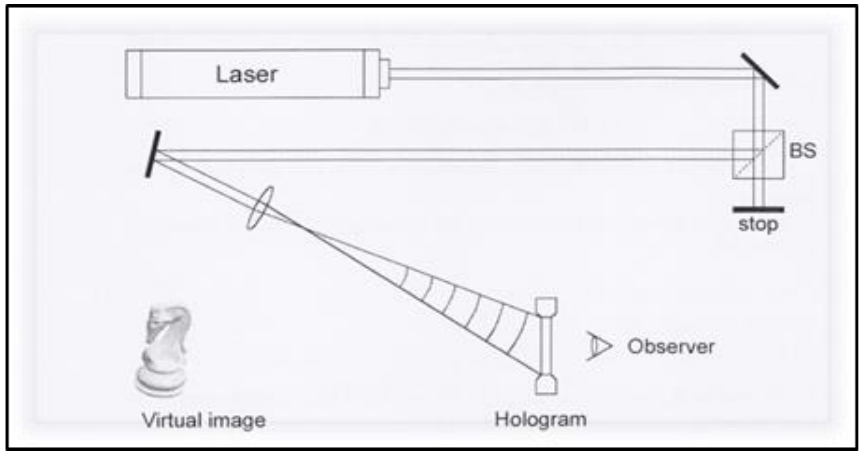
$$I = O_0^2 + R_0^2 + 2\,R_0\,\underbrace{O_0}_{\uparrow}\,\cos(\underbrace{\emptyset_o}_{\uparrow} - \emptyset_R)$$

Amplitude und Phase der Objektwelle sind also gespeichert!

Hologramm: Objekt Würfel



Wiedergabe eines Hologramms



Das Hologramm wird mit der Referenzwelle beleuchtet. Das Hologramm wirkt wie ein Filter mit dem Filterfaktor I.

Die Welle U, direkt hinter dem Hologramm ergibt sich aus Gl. (1) zu:

$$I = OO^* + \underbrace{OR^*}_{wichtig} + RO^* + RR^* \qquad (1)$$

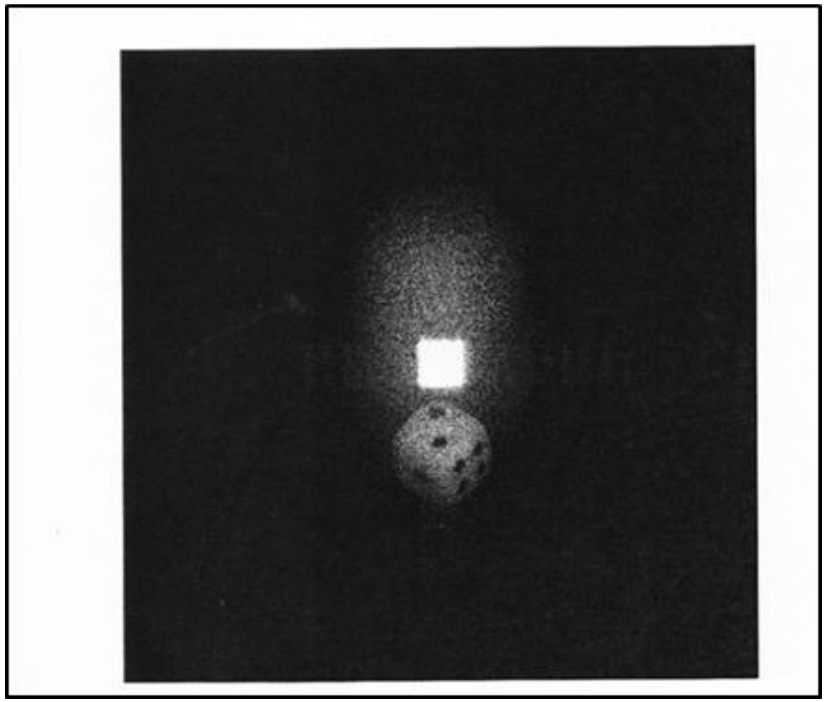
$$U = R \cdot I = \underbrace{R \cdot (O_0^2 + R_0^2)}_{a} + \underbrace{R_0^2 \cdot O}_{c} + \underbrace{R \cdot R \cdot O^*}_{b}$$

mit $O \cdot O^* = O_0^2$ *und* $R \cdot R^* = R_0^2$.

Term a: Das ist die Referenzwelle, multipliziert mit dem konstanten Faktor $(O_o^2 + R_0^2)$.

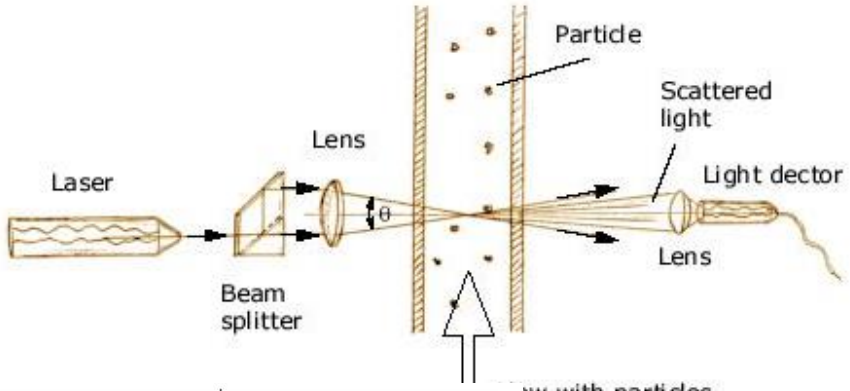
Term b: Gemisch aus Referenzwelle und konjugiert komplexer Objektwelle. (Reelles Bild).

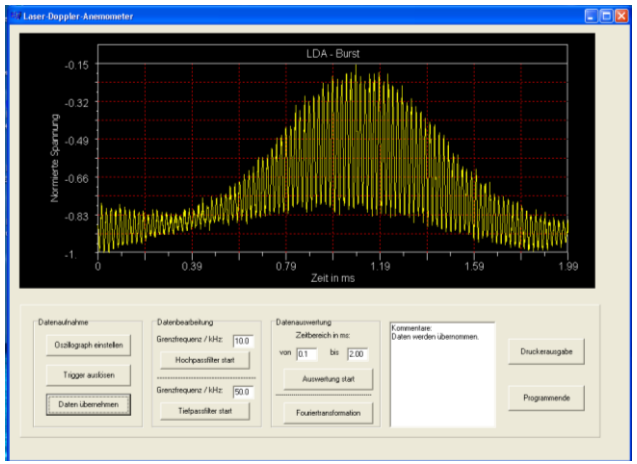
Term c: Objektwelle O, multipliziert mit dem konstanten Faktor R_0^2. (Virtuelles Bild).



Bei off-axis-Hologrammen fallen die Bilder nicht zusammen, sondern sind räumlich getrennt.
Term a und Term b sind ausblendbar, wenn der Winkel zwischen Referenzwelle und Objektwelle bei der Aufnahme groß genug ist.

Laborversuche: 3. Laser Doppler Anemometer





Nochmal ein Versuch auf Basis eines Wellenphänomens

Das Streulicht von zwei Laserstrahlen ein einem bewegten Teilchen erfährt einen Dopplereffekt

Dadurch, dass das Streulicht zweier Laserstrahlen unter verschiedenen Winkeln verschiedene Dopplerfrequenzen aufweist…

… gibt es eine Schwebungsfrequenz, die gemessen kann.

Laborversuche: 4. He-Ne-Laser

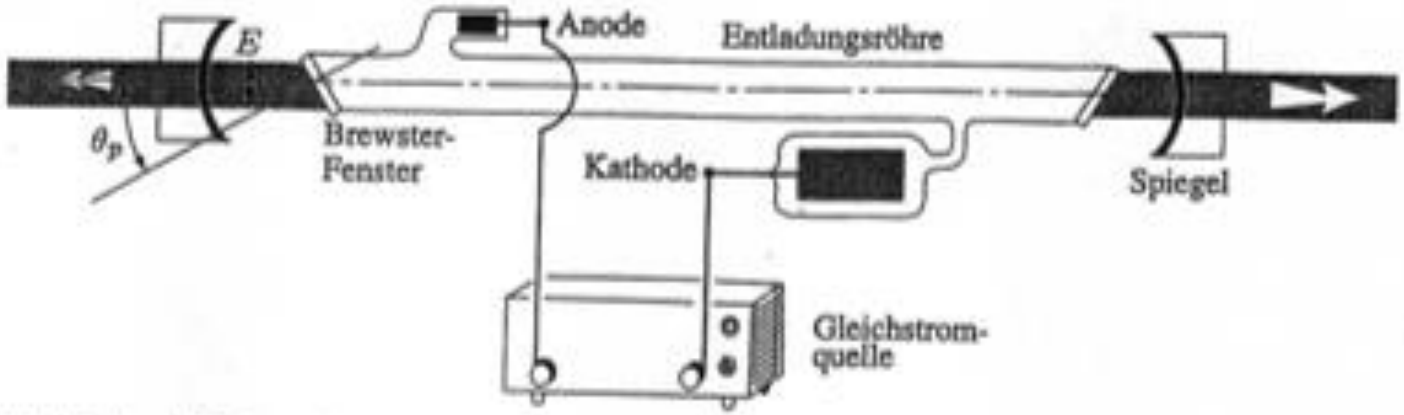


Bild 13.14: Ein einfacher, früher Helium-Neon-Laser.

Resonator

Spiegelabstände

Longitudinale Moden

Transversale Moden

Laborversuche: 5. Nd:YAG-Laser

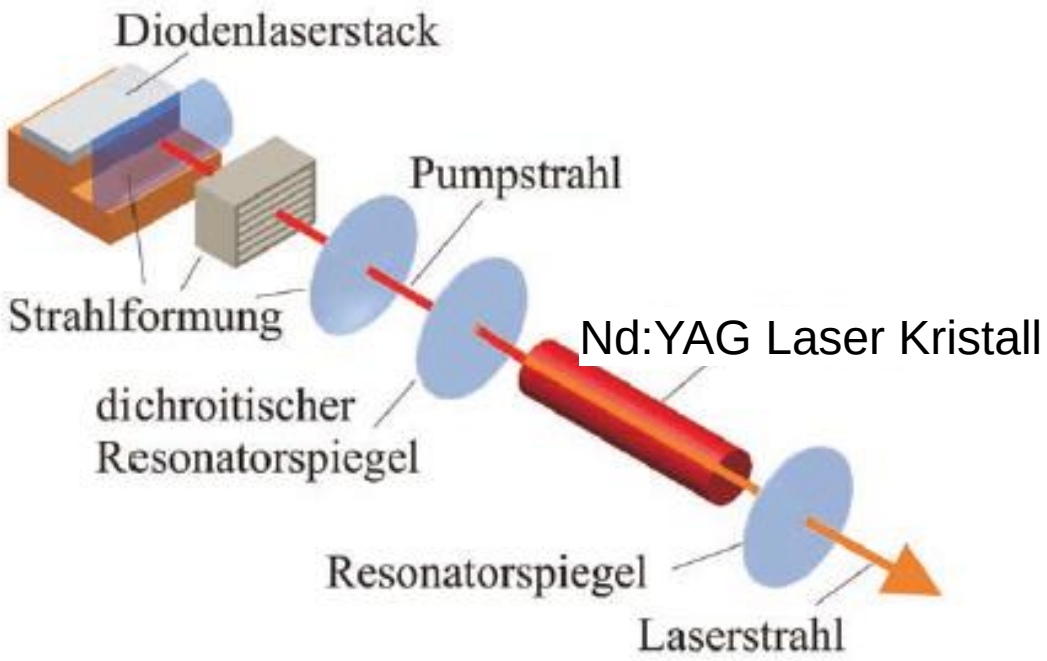


Bild 3.22 Resonatoraufbau eines endgepumpten DPSS-Lasers

Lebensdauer oberes Laser Niveau

Spiking

Frequenz Verdopplung

Zur Klausur

Termin 28.07. 14.00;
Raum/Räume: stehen noch nicht fest

Es wird ca. 7-8 Aufgaben geben

- Erklär Aufgaben
- Berechnungsaufgaben

Hilfsmittel: Auszug aus „Formel und Konstantensammlung Lasertechnik“ – wird mit dem Aufgabenblatt ausgegeben

Eigene Aufzeichnungen etc. = NICHT ERLAUBT

The End

Vielen Dank fürs Zuhören.

Hoffentlich hat jeder etwas mitgenommen und einen Eindruck vom Thema Lasertechnik bekommen.

Viel Erfolg für die Klausur.