

Lasertechnik VL-8

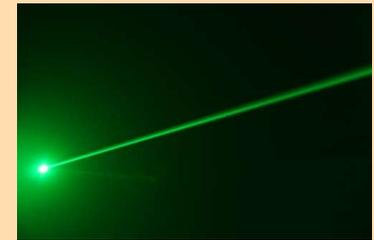
07.06.2023

Mechatronik 4.tes Semester

Vorlesung Sommersemester 2023

VL: Prof. Dr. Thomas Hebert (thebert@fb2.fra-uas.de)

Labor: Hans-Peter Tögel, Lutz Zimmermann, Prof. Kurt Jansen



Fachbereich 2 Informatik und Ingenieurwissenschaften

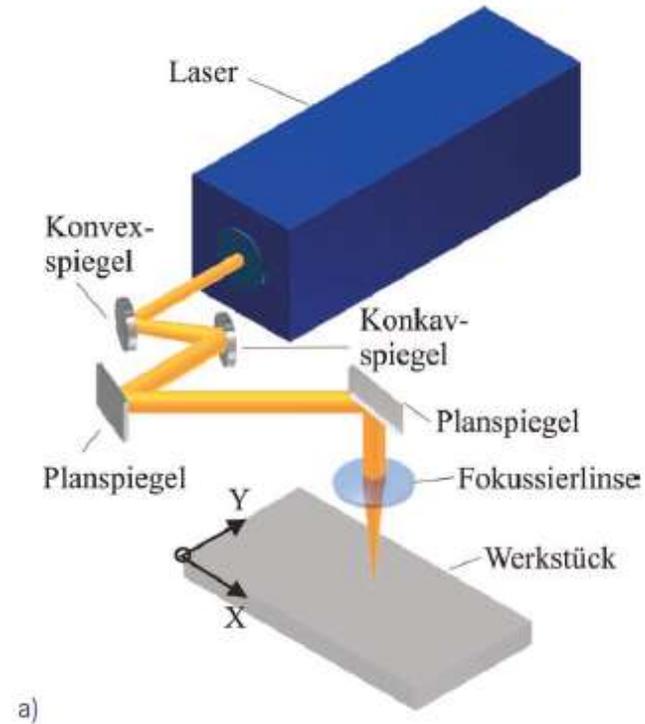
Laser-Materialbearbeitung (LMB) am Beispiel des CO2 Laser Gravierer



- Holz
- Leder
- Stein
- Plastik
- Aluminium
- Sperrholz
- Textilien
- Fliese
- Schaumstoff
- Acryl
- Papier
- Keramik
- Kork
- Glas
- Pappe
- Kunststoff
- Metall
- Plexiglas
- Karton
- Gummi
- Edelstahl

Quelle:
https://omtechlaser.de/products/60w-co2-laser-graviermaschine-cutter-mit-60x40cm-bearbeitungsfläche-turbo-646?gclid=EAIaIQobChMI8-P8kpSu_wVVCd83Ch2k5w3dEAQYAiABEgKwG_D_BwE&utm_campaign=co2-pla-de&utm_medium=shopping&utm_source=google

Prinzipieller Aufbau einer LMB Anlage



Quelle:
 BLMÜBA_LAS2013: Lasermaterialbearbeitung, J. Bliedtner, H. Müller, A. Barz, Fachbuchverlag Leipzig, 2013, E-Book-ISBN 978-3-446-42929-1

LMB Grundprinzip: Energie des Laserlichts wird absorbiert und in Wärme umgewandelt

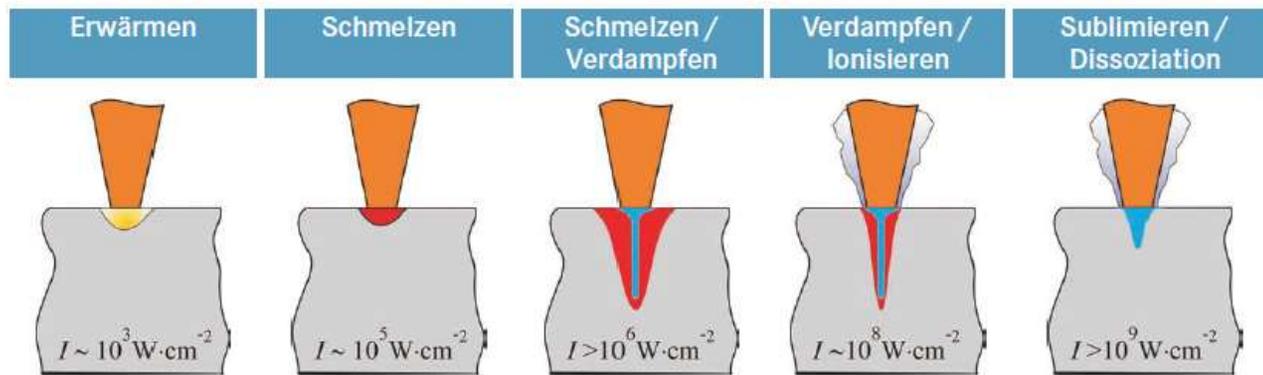


Bild 5.19 Wechselwirkungsprozesse und typische Phasen in Abhängigkeit von der Intensität /Hüge1992/

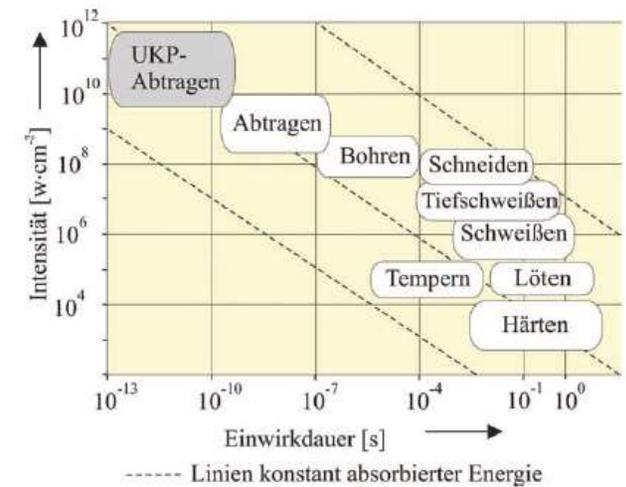


Bild 5.1 Laserintensität und Einwirkdauer für ausgewählte Bearbeitungsverfahren nach /Popr1998/

Anforderungen an den Laser / Strahlengang:

- Hohe Lichtintensität auf dem Werkstück bzw. genügend hohe Laserleistung
- Auf das Werkstück fokussierter Strahl
- Angepasste Einwirkdauer (z.B. Schnittgeschwindigkeit)

Quelle:

BLMÜBA_LAS2013: Lasermaterialbearbeitung, J. Bliedtner, H. Müller, A. Barz, Fachbuchverlag Leipzig, 2013, E-Book-ISBN 978-3-446-42929-1

Beispielaufgabe

E23.3

Ein 100 W-CO₂-Laser mit einem Strahldurchmesser von $d = 1$ cm strahlt auf einen Vorhang (0,5 mm dick, Plastik). In welcher Zeit entflammt der Vorhang?

(Zündtemperatur = 400 °C, Dichte $\rho = 1$ g/cm³, Wärmekapazität $c = 4,2$ kJ/(kg K))

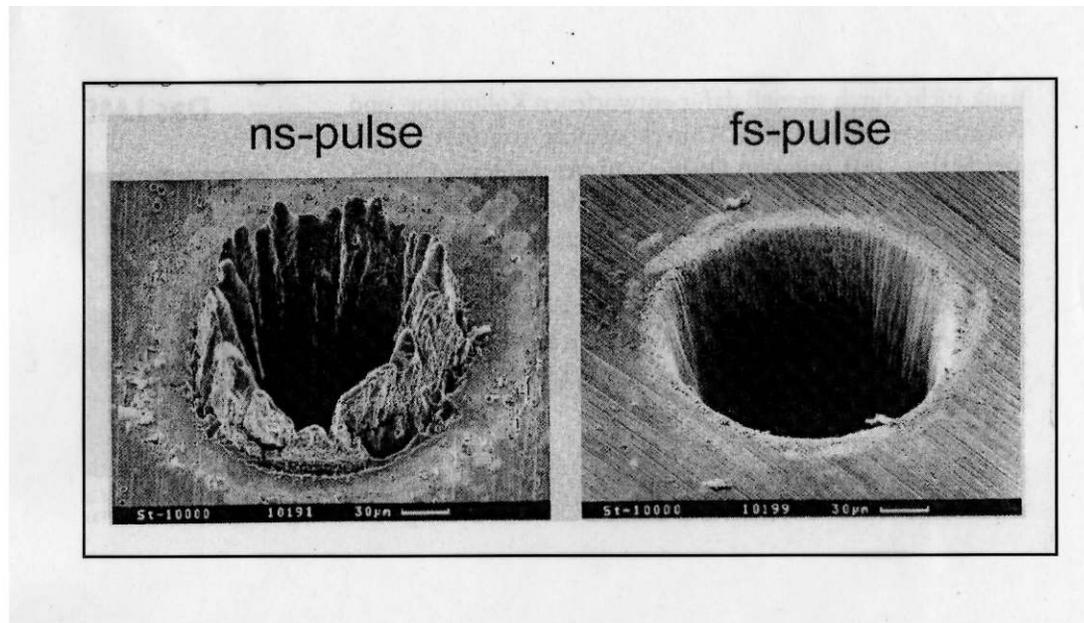
>> Lösung: $t = 0,63$ s <<

Wie kommt man auf dieses Ergebnis?



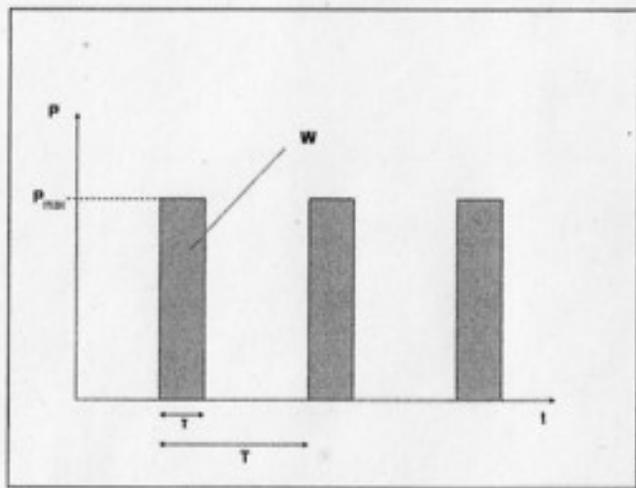
Laserpulse & Erzeugung

Wozu können gepulste Laser in der LMB sinnvoll sein?



1. Durch Schmelzprozesse entstehende Grat- / Kraterbildung kann durch Laserpulse vermieden werden.
2. Mit Pulsen kann die Laserenergie auf eine kurze Zeitperiode konzentriert werden → es entsteht eine sehr hohe Puls-Spitzen-Leistung

Gepulste Laser: Spitzenleistung pro Puls; Energie pro Puls; mittlere Leistung (über viele Pulse)



Daten von gepulsten Lasern

- W: Pulsenergie in Joule
- τ : Pulsdauer
- T : zeitlicher Pulsabstand
- f : Pulswiederholfrequenz
- P_{max} : Pulsspitzenleistung in Watt
- P_m : mittlere Pulsleistung in Watt

$$P_{max} = \frac{W}{\tau}$$

$$P_m = \frac{W}{T} = W \cdot f$$

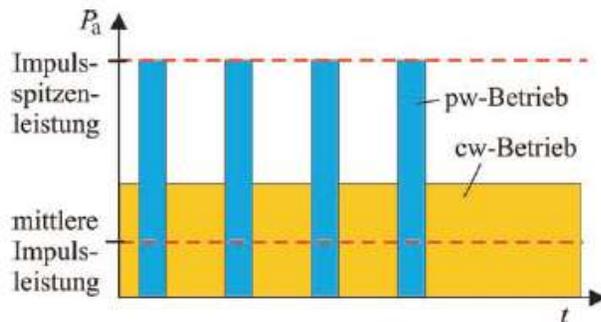


Bild 2.20 Schematische Darstellung der Betriebsarten

Peak Leistung eines einzelnen Laserpulses ist erheblich höher als die Leistung im Dauerbetrieb.

Darstellung hier vereinfacht, denn ein realer Laserpuls wird i.d.R. kein reines Rechteckprofil haben.

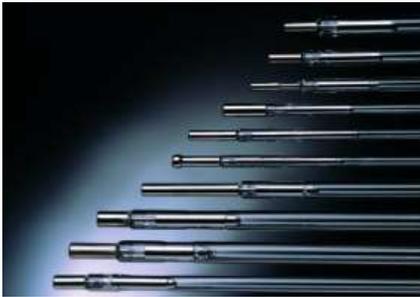
Verschiedene Methoden zur Erzeugung von Laserpulsen

- **Pulsanregung** (Pulsdauer ca. 10 ms, z.B. mit Blitzlampen oder gepulsten HV Impulsen)
- **Güteschaltung** (Pulsdauer ca. 1 ns, Verluste im Resonator werden ab- / angeschaltet) → Q-Switch, siehe Rubin-Laser
- **Modenkopplung** (Pulsdauer ca. 1 ps, Interferenz benachbarter axialer Moden durch Modulation der Verluste im Resonator)
- **Pulskompression** (Pulsdauer ca. 5 fs, Einbringen von dispersiven Elementen in den Resonator)

Methoden zur Laserpulserzeugung I: Gepulste Anregung

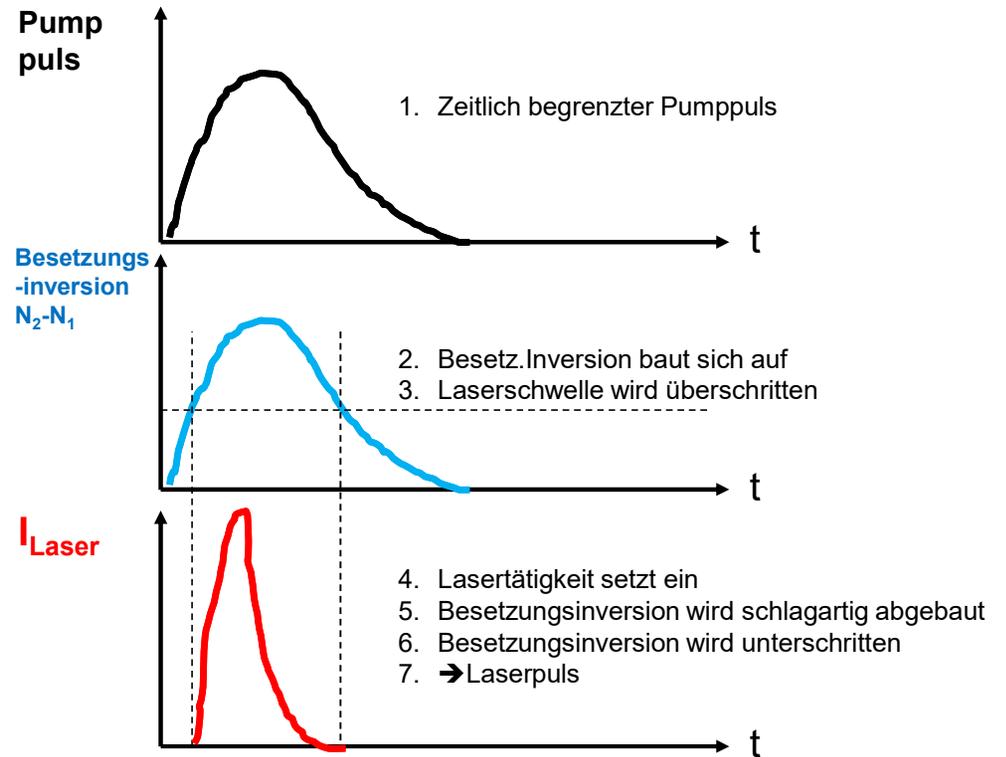
• Pulsanregung

- Typische Laserpulsdauer: $\sim 1-10 \text{ ms}$ (10^{-3} s)
- Pumpen z.B. durch
 - Blitzlampen oder
 - HV Impulse



Pulsed Flash Lamps for Laser Applications
Heraeus

https://www.heraeus.com/media/media/hng/doc_hng/products_and_solutions_1/arc_and_flash_lamps_1/pulsed_xenon_flash_lamps.pdf



Was kann man tun, um mit dem gleichen Pumpuls einen Laserpuls mit höherem P_{max} zu erhalten?

Kürzere Laserpulse mit dem Q-Switch Verfahren

- **Güteschaltung. Q-Switch**
 - Typische Laserpulsdauer: ~ 1 μs -ns (10^{-6} - 10^{-9} s)
- **Zeitversetzt zum Pumpimpuls werden die Verluste im Resonator zeitversetzt abgeschaltet (Q-Switch)**
- Erfolgt durch optische Elemente im Resonator z.B. Pockelszelle
- \rightarrow Kürzere Pulse (ns Bereich) mit höherer Peak-Leistung pro Puls

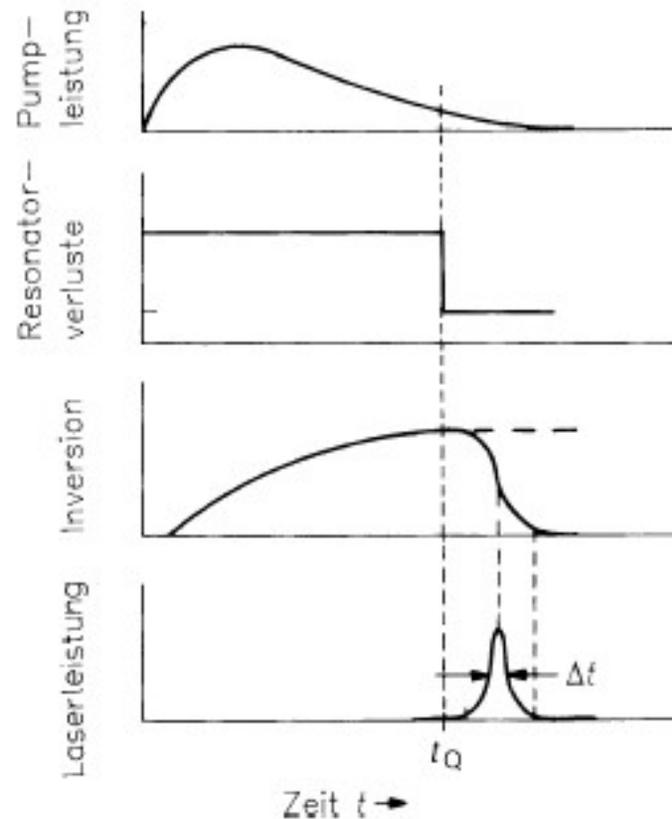


Abb. 17.3 Zeitlicher Ablauf bei der Güteschaltung (nach Köchner).
Pumpleistung: Licht der Blitzlampe.
Resonatorverluste: Änderung durch Schaltung der Pockelszelle.
Inversion: Kurvenform ist durch Integration des Blitzlampenpulses gegeben.
Laserleistung: es entsteht ein kurzer Puls ($\Delta t = \text{ns}$ -Bereich mit hoher Leistung (MW))

Quelle: EICH_LAS2015

Wie schaltet man die Resonatorverluste „ein/aus“? Variante 1: Drehspiegelmethode

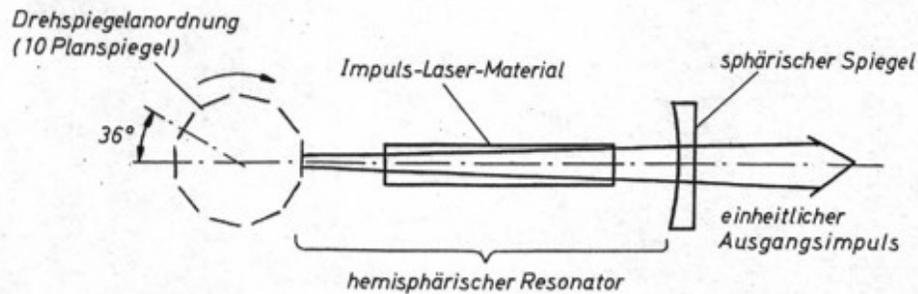


Bild 5.12. Impuls-Laser-Modulation mit einem Drehspiegel

- Resonator reflektiert nur dann, wenn einer der 10 Planspiegel in der passenden Stellung steht

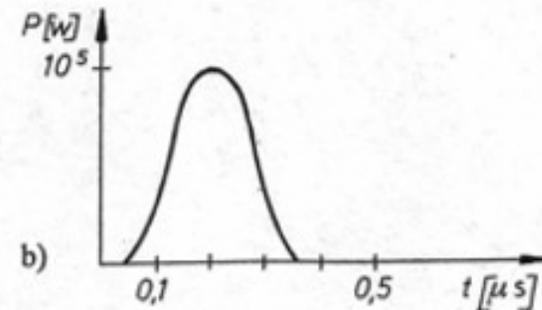
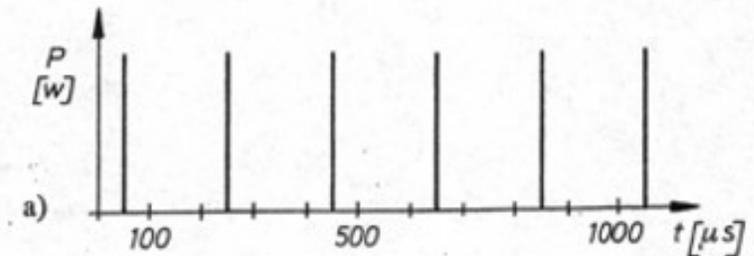


Bild 5.13. Ausgangsimpulse der Laser-Anordnung nach Bild 5.12. a) Zeitmaßstab über mehrere Impulse, b) Zeitmaßstab für einen Impuls aus der in a) dargestellten Folge gedehnt

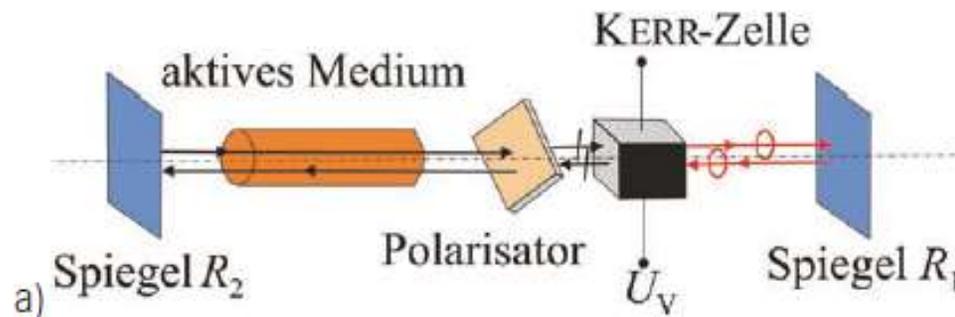
TRAD_LAS1983: Laser, K. Tradowsky, (1983, Vogel Verlag, 4. Auflage ISBN 3-8023-0021-1)

Quelle: EICH_LAS2015

Laserpulserzeugung durch Q-Switch / Güteschaltung

Tabelle 2.7 Ausgewählte Elemente der Güteschaltung

	Schaltertyp	Schaltzeit
Aktive Güteschaltung	Rotierende Blende	$> 10 \mu\text{s}$
	Drehspiegel / Drehprisma	$< 1 \mu\text{s}$
	Elektrooptischer Schalter	$< 10 \text{ ns}$
	Akustooptischer Schalter	$< 50 \text{ ns}$
Passive Güteschaltung	Sättigbarer Absorber	ca. 1 ns



1. Polarisator erzeugt linear polarisiertes Licht (45° zur Achse der Kerr Zelle)
2. Kerr Zelle ($U_V = an$) erzeugt daraus zirkular polarisiertes Licht
3. Nach Reflexion am Spiegel R_1 und nochmaligem Durchlauf durch Kerr- Zelle ist die Polarisation um 90° gedreht \rightarrow Resonator ist gesperrt
4. Abschalten der Spannung \rightarrow Resonator dann offen

Typische Schaltzeiten mit verschiedenen „optischen Schaltern“

Tabelle 2.7 Ausgewählte Elemente der Güteschaltung

	Schaltertyp	Schaltzeit
Aktive Güteschaltung	Rotierende Blende	$> 10 \mu\text{s}$
	Drehspiegel / Drehprisma	$< 1 \mu\text{s}$
	Elektrooptischer Schalter	$< 10 \text{ ns}$
	Akustooptischer Schalter	$< 50 \text{ ns}$
Passive Güteschaltung	Sättigbarer Absorber	ca. 1 ns

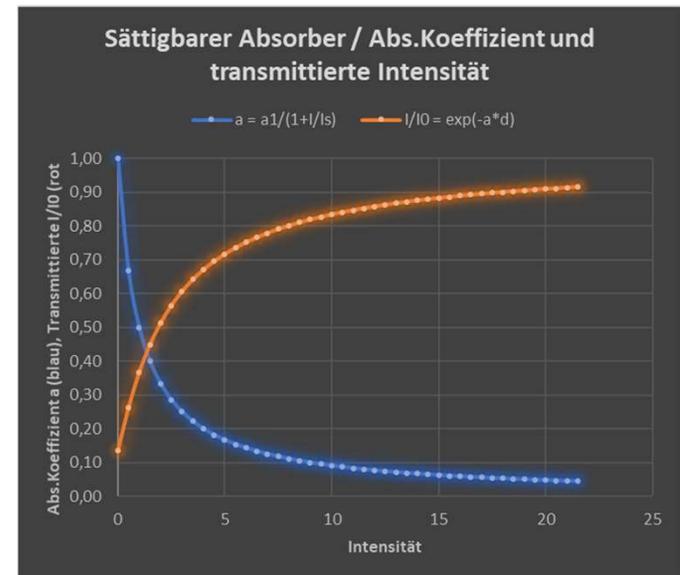
Absorbiert wenn $I < I_{\text{Schwelle}}$
Transparent wenn $I > I_{\text{Schwelle}}$

Quelle: BLMÜBA_LAS2013:
Lasermaterialbearbeitung, J. Bliedtner, H.
Müller, A. Barz, Fachbuchverlag Leipzig,
2013, E-Book-ISBN 978-3-446-42929-1

Sättigbarer Absorber – Was ist das?

- Ein sättigbarer Absorber ist ein passives optisches Schaltelement
- Basis ist ein geeignetes Material mit einem intensitätsabhängigen Absorptionskoeffizienten
- Wird realisiert mit:
 - Küvetten mit Farbstoffmolekülen (die bei der gewünschten Wellenlänge absorbieren)
 - Speziellen Halbleitern SESAM (semiconductor *saturable absorber* mirror)
Entwickelt ~ 1992 von Ursula Keller (ETH Zürich)
<https://ulp.ethz.ch/research/sesam/what-is-a-sesam.html>

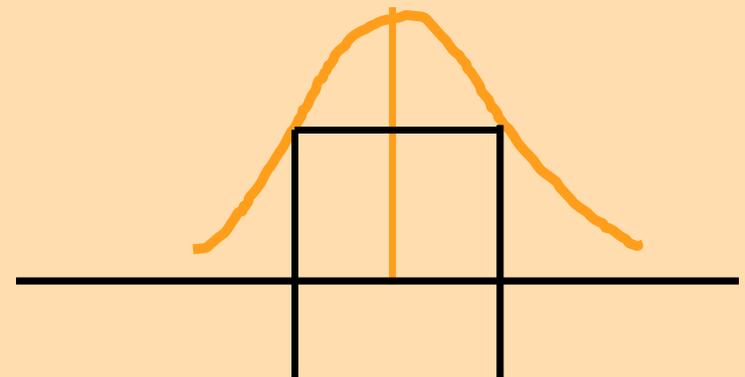
$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_s}$$



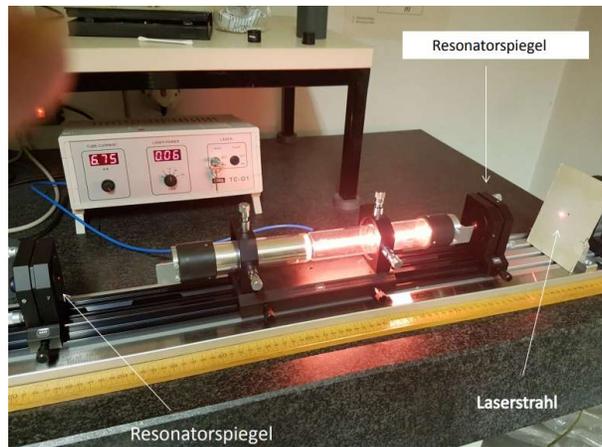
Themenwechsel

Linienverbreiterungen

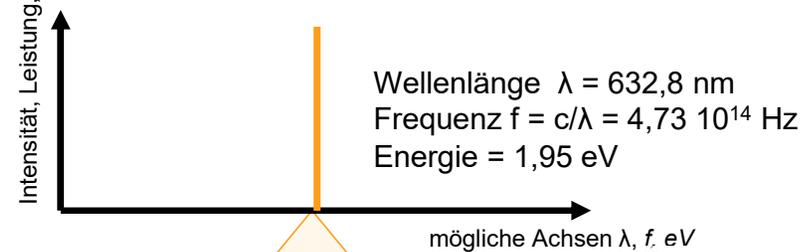
- natürliche Linienverbreiterung
- Dopplerverbreiterung
- Stoßverbreiterung



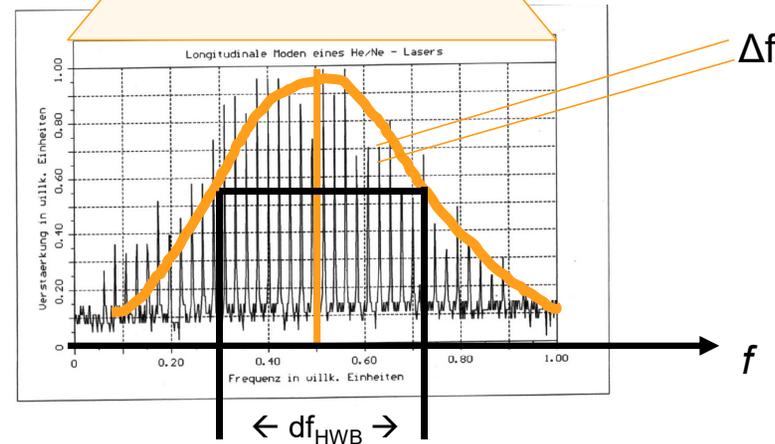
Untersuchung der Strahlung eines He-Ne-Lasers



- I. Es gibt eine einhüllende Kurve mit einer bestimmten Halbwertsbreite $df_{\text{HWB}} \sim 1,5 \text{ GHz}$ ($1,5 \cdot 10^9 \text{ Hz}$)
- II. Wir sehen eine Reihe von äquidistanten Frequenzpeaks im Abstand $\Delta f \sim 100 \text{ MHz}$ ($1,00 \cdot 10^8 \text{ Hz}$)



- Wie scharf sind diese Werte?
- Was messen wir, wenn wir z.B. die Frequenz des Laserlichts genauer messen?

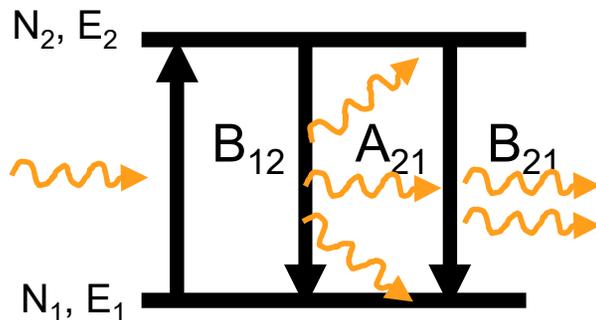


Was wissen wir über unsere Energieübergänge:

$$E_{\text{phot}} = h f = E_2 - E_1$$

Übergangsrate spontane Emission $A_{21} = 1/\tau_{21}$

Übergangsraten Absorpt. und Induzierte Emiss. $B_{12} = B_{21}$



$$A_{ab} = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} B_{ab} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \hbar &= \frac{h}{2\pi} \\ \omega &= 2\pi f \end{aligned}$$

Alle diese Größen können für ein Atom / Molekül / Festkörper mit quantenmechanischen Methoden berechnet werden

→ Quantenmechanik beschränkt sich auf

Wahrscheinlichkeitsaussagen

→ und es gibt u.a. eine wichtige Einschränkung:

Heisenberg'sche UNSCHÄRFE RELATION = Ort und Impuls eines (quantenmechanischen) Teilchens sind nicht gleichzeitig + beliebig schärf messbar!!

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

Heisenberg'sche Unschärfe Relation als Ursprung der „natürlichen Linienbreite“

- **Bisher haben wir unterschwellig angenommen, dass Energieübergänge E_2-E_1 etc. und die zugehörigen Lichtfrequenzen diskrete scharfe Werte sind.**
- **Das stimmt so aber nicht: Energieübergänge bzw. z.B. die zugehörigen Lichtfrequenzen haben eine gewisse Bandbreite ΔE , Δf**
- Die sog. **natürliche Linienbreite Δf_{nat}** begründet sich aus der Quantenmechanik, bzw. dort aus der **Heisenberg'schen Unschärfe Relation**, die auf zwei verschiedene Weisen ausgedrückt werden kann
 - **Orts-Impuls-Unschärfe:** Ort und Impuls eines Teilchens sind NICHT GLEICHZEITIG SCHARF MESSBAR:
 - **Energie-Zeit-Unschärfe:** Energie und Zeitpunkt des Übergangs sind NICHT GLEICHZEITIG SCHARF MESSBAR:

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

$$\Delta E \Delta t > \frac{\hbar}{2}$$

Orts-Impuls-Unschärferelation Beispiele

1. Auto und Radarkontrolle

Ortsunschärfe bei Radarmessung +/- 1m bzw. $\Delta x = 2\text{m}$

Geschwindigkeitsunschärfe (Messungenauigkeit) $\Delta v = 1 \text{ km/h} = 0,27 \text{ m/s}$

Masse $m = 1000 \text{ kg} \rightarrow \Delta p = m \Delta v = 1000 \text{ kg} * 0,27 \text{ m/s}$

Unschärferelation: $\Delta x \Delta p > \sim h \rightarrow 2\text{m} * 270 \text{ kgm/s} = 540 \text{ kg m}^2/\text{s} \gg 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2/\text{s}$ **Faktor: $8 \cdot 10^{35}$ Absolut OK**

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

2. Staubkorn unterm Mikroskop

Ortsunschärfe $\Delta x = 0,01 \cdot 10^{-6} \text{m}$

Geschwindigkeitsunschärfe $\Delta v = 0,001 \text{ m/s}$

Masse $m = 10^{-15} \text{ kg}$

Unschärferelation: $\Delta x \Delta p > \sim h \rightarrow 0,01 \cdot 10^{-6} \text{m} * 10^{-15} \text{ kg} * 0,001 \text{ m/s} = 10^{-26} \text{ kg m}^2/\text{s} \gg 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2/\text{s}$

Faktor: $1,5 \cdot 10^7$ Absolut OK

3. Elektron

- **Ortsunschärfe $\Delta x = 10^{-9} \text{m}$ (ca. x10 des H-Atom Durchmessers)**

Impulsunschärfe $\Delta p = 1,7 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$

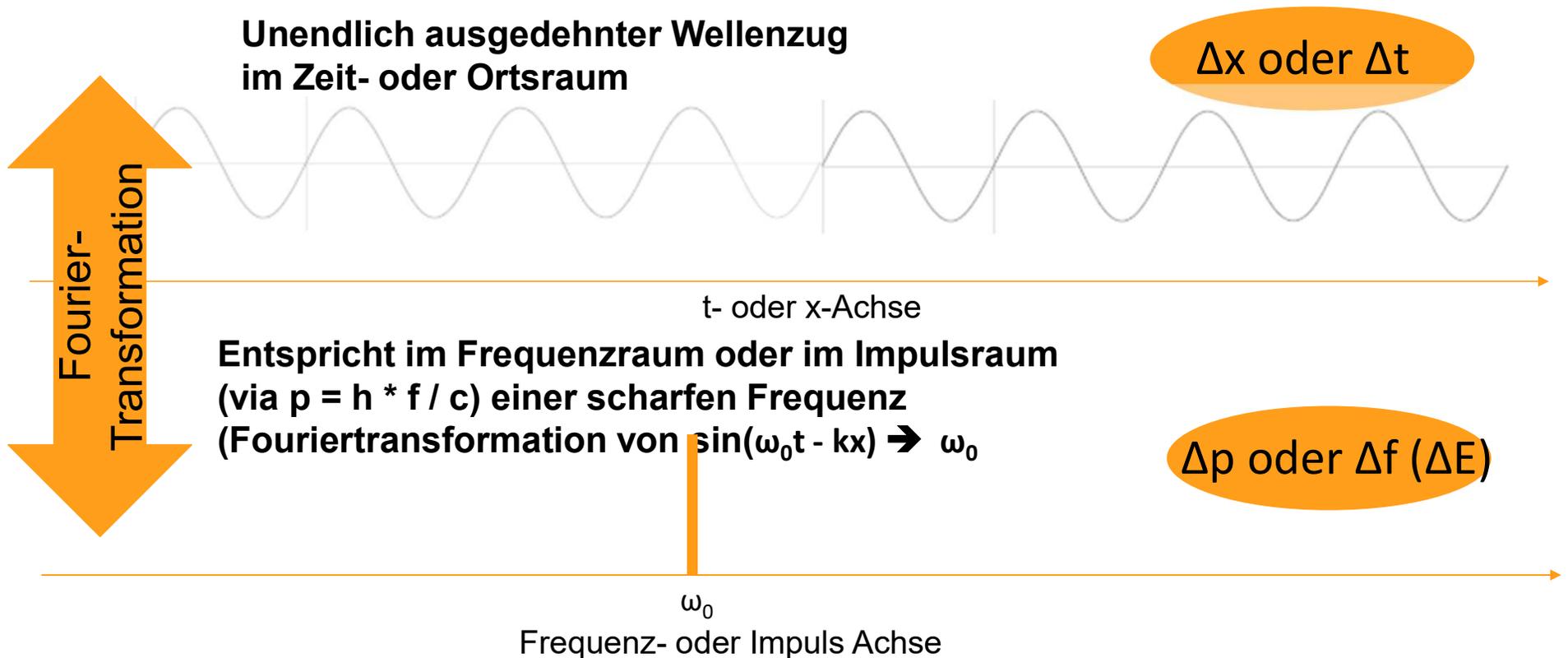
Unschärferelation: $\Delta x \Delta p > \sim h \rightarrow 10^{-9} \text{m} \cdot 1,7 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s} = 1,7 \cdot 10^{-33} \text{ kg m}^2 / \text{s} > 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2/\text{s}$ **Faktor: 2,5 noch OK**

- **Ortsunschärfe $\Delta x = 0,1 * 10^{-9} \text{m}$**

Unschärferelation: $\Delta x \Delta p > \sim h \rightarrow 0,1 * 10^{-9} \text{m} \cdot 1,7 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s} = 1,7 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2 / \text{s} > 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2/\text{s}$

Faktor: 0,25 Nicht mehr OK

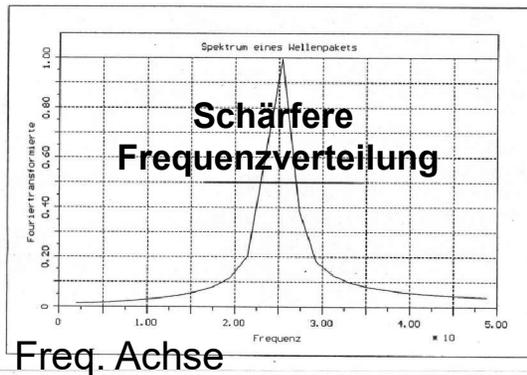
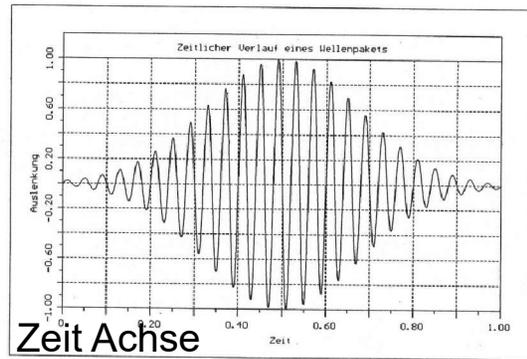
Aus mathematischer Sicht hängen die Unschärferelationen und somit auch die natürliche Linienbreite mit der Fourier-Transformation zusammen 1/2



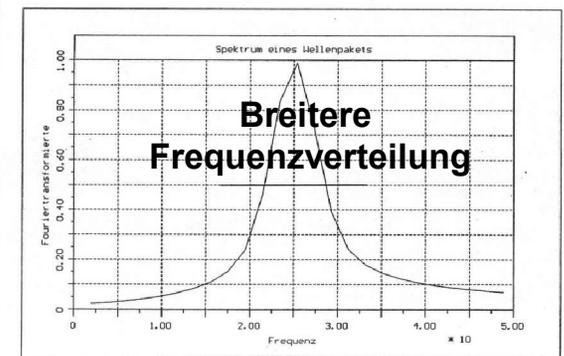
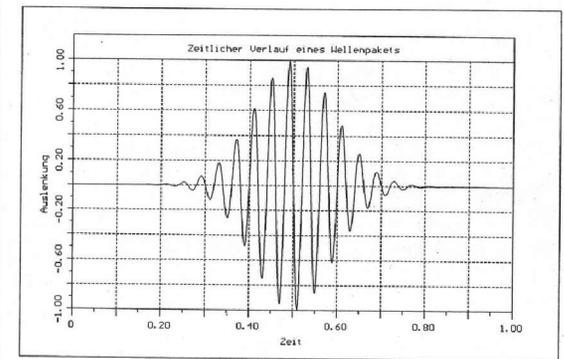
Aus mathematischer Sicht hängen die Unschärferelationen und somit auch die natürliche Linienbreite mit der Fourier-Transformation zusammen 2/2

Die Fouriertransformierte eines endlichen Wellenzugs ergibt keine scharfe Frequenz sondern eine Frequenzverteilung

Längerer Puls



Kürzerer Puls



Natürliche Linienbreite eines Übergangs E_i nach E_k

- Elektron wechselt von Niveau E_i nach E_k
- Strahlung bzw. Photon gemäß $E = E_i - E_k = h f$ wird ausgesendet
- Unschärferelation sagt: E_i und E_k haben eine gewisse Unschärfe ΔE
- Die Unschärfe ΔE hängt mit der Lebensdauer τ_i und den A_{ik} oder B_{ik} Koeffizienten zusammen
- Zur Herleitung kann der Übergang als schwingender Dipol mit der Dämpfungskonstante τ_i betrachtet werden das Frequenzprofil und die Halbwertsbreite lassen sich dann ausrechnen

- Natürliche Linienbreite: $\Delta f_{\text{nat}} = \frac{1}{2 \pi \tau_i}$

- Oder noch etwas allgemeiner für den Fall, dass E_i nach E_k und dann noch nach E_j zerfällt $\Delta f_{\text{nat}} = \frac{1}{2 \pi (\tau_i + \tau_k)}$

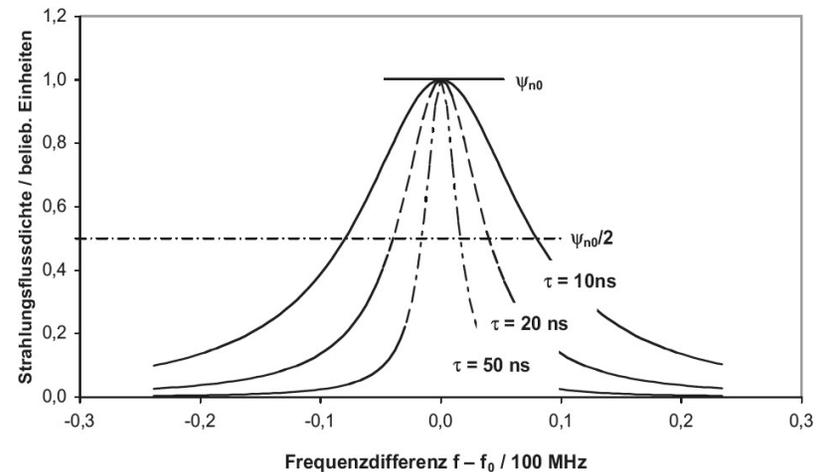


Abb. 1.11: Lorentzprofil für Relaxationszeiten τ von 10 ns, 20 ns und 50 ns. Die zugehörigen Linienbreiten sind 16,9 MHz, 7,96 MHz und 3,18 MHz.

Beispiel:

Lebensdauer

$$\tau_i = 10 \cdot 10^{-9} \text{s}$$

Natürl. Linienbreite

$$\Delta f_{\text{nat}} = 16 \text{ MHz}$$

Es gibt noch weitere Quellen für Linienbreiten

Stoßverbreiterung

- Atome oder Moleküle (z.B. Ne im Glaskolben des HeNe Lasers) bewegen sich und stoßen auch zusammen
- Die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen sei τ_s
- Durch den Stoß wird die Emission gestört, die Phase des emittierten Wellenzugs wird verändert und es kommt zu „verkürzten“ Wellenzügen der „Dauer“ τ_s

$$\Delta f_S = \frac{1}{\pi \tau_S} \quad \Delta f_S = \sqrt{\frac{3}{4mkT}} \cdot d^2 p$$

Dopplerverbreiterung

- Atome im Glaskolben bewegen sich mit einer mittleren Geschwindigkeit v und es wirkt (wenn $v \ll c$) der Dopplereffekt, der zu einer Frequenzverschiebung $f'_{12} = f_{12}(1 \pm v/c)$ des beobachteten Lichts führt
- Im thermischen Gleichgewicht gilt die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung, die bezogen auf das Licht zu einer Frequenzverteilung führt.

$$f'_{12} = f_{12} (1 \pm v/c)$$

$$\Delta f_D = \frac{2f_{12}}{c} \sqrt{2kT \ln 2/m}$$

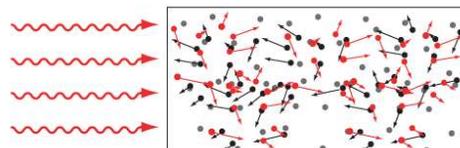
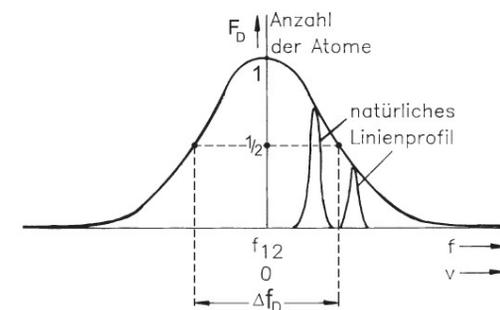


Abb. 5.3. Illustration zum Doppler-Profil einer Absorptionslinie: Die Bewegung der Atome führt zu einer Rot- bzw. Blauverschiebung (rot bzw. schwarz markierte Atome)



Man beobachtet immer den Effekt, der am stärksten ist

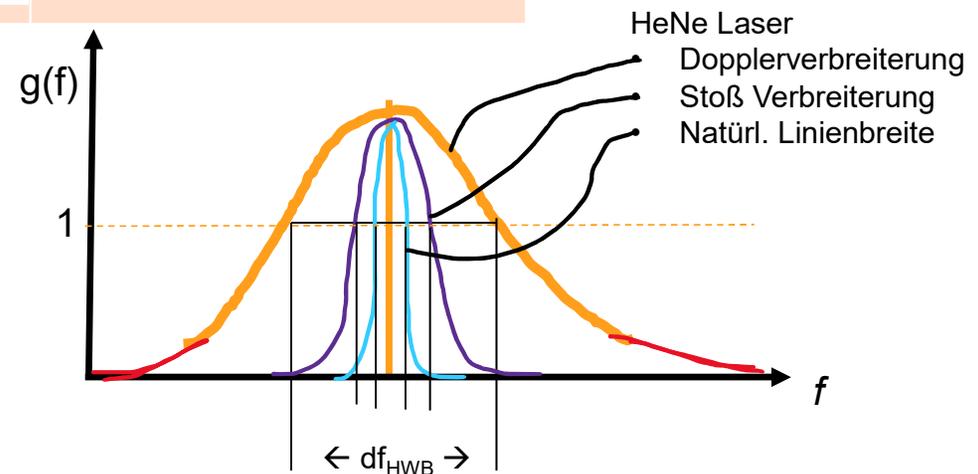
Beispiel zum Nachrechnen: He-Ne-Laser

Art der Verbreiterung	Formel	Wert
Natürliche Linienbreite	$\Delta f_{\text{nat}} = \frac{1}{2 \pi \tau_i}$	$\Delta f_{\text{nat}} = 10 \text{ MHz}$
Stoßverbreiterung	$\Delta f_s = \sqrt{\frac{3}{4mkT}} \cdot d^2 p$	$\Delta f_s \sim 32 \text{ MHz}$
Dopplerverbreiterung	$\Delta f_D = \frac{2f_{12}}{c} \sqrt{2kT \ln 2/m}$	$\Delta f_D \sim 1,5 \text{ GHz}$

Werte: $\tau_i = 15 \text{ ns}$, $m = (\text{Masse Neon Atom}) = 3,35 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$, $T = 400 \text{ K}$, $p = 500 \text{ Pa}$, $d = 10^{-10} \text{ m}$ Atomdurchmesser, $k = \text{Boltzmann-Konstante} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $f_{12(633\text{nm})} = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

1,5 GHz \gg 32 MHz > 10 MHz

Der größte Wert dominiert: **Beim HeNe Laser wird somit die Dopplerverbreiterung beobachtet.**



Einige Beispiele und weitere Linienverbreiterungen

- $\Delta f_n \ll \Delta f_{\text{stoß}}, \Delta f_{\text{doppler}}$

In Molekülen und Festkörpern gibt es weitere Mechanismen, die zu Linienverbreiterungen führen

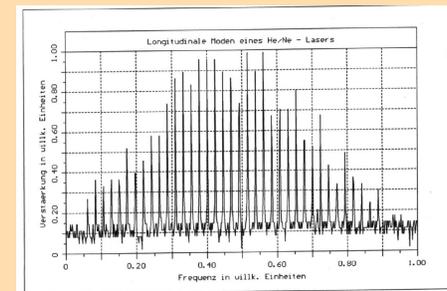
- Moleküle:
Überlappung von Schwingungs- und Rotationsniveaus
- Kristalle:
Gitterschwingungen
- Dotierte Kristalle:
Statische E-Felder
- Halbleiter:
Energiebänder

Tabelle 2.2. Beispiele für Linienbreiten von Laserübergängen

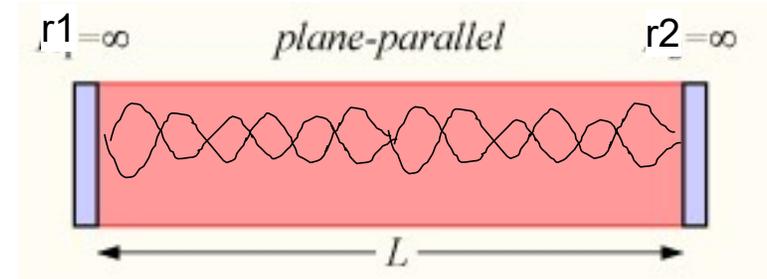
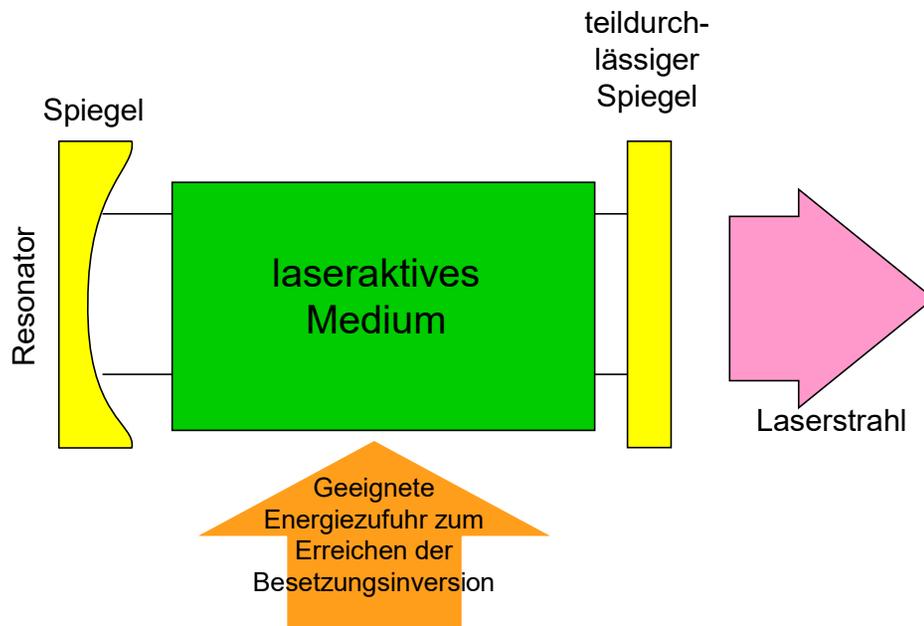
Lasertyp	Wellenlängen (μm)	df/f	Linienbreite	Mechanismus
He-Ne Gastemperatur 300 K	0,6328	0,0003	1,5 GHz	Doppler, inhomogen
Argon-Ionen Gastemperatur 2000 K	0,488	0,0007	4 GHz	Doppler, inhomogen
Excimer KrF CO ₂	0,248 10,6	0,8272	10 THz	überlappende Schwingungsniv.
10 mbar, 300 K		0,0002	60 MHz	Doppler, inhomogen
1 bar		0,0141	4 GHz	Stöße, homogen
10 bar		0,5304	150 GHz	überlappende Rotationsniv.
Farbstoff Rh6G	0,6	16,0107	80 THz	überlappende Schwingungsniv.
Rubinlaser	0,694	0,0764	330 GHz	Gitterschwingungen, homogen
Nd: YAG	1,06	0,0426	120 GHz	wie Rubinlaser
Nd:Glas	1,06	2,6618	7500 GHz	Starkeffekt durch statistische E-Felder, inhomogen
Halbleiter GaAs	0,89	2,9686	10 THz	Energiebänder der Elektronen im period. Kristallfeld

MHz = 10^6 Hz, GHz = 10^9 Hz, THz = 10^{12} Hz; sichtbares Licht 10^{14} Hz

Resonanzfrequenzen im Resonator (Longitudinale Moden)



Resonator

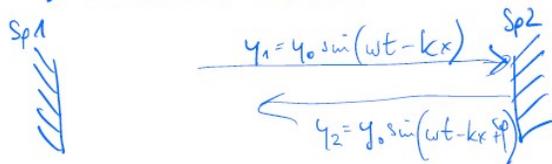


Optischer Resonator:

- Typischerweise zwei Hohl- oder Planspiegel mit Radien r_1, r_2 im Abstand L
- Hoher Reflexionsgrad der Spiegel: $R_1 \sim 0,999$; $R_2 \sim 0,98$ (um später auch einen Teil der Strahlung auszukoppeln)
- Verschiedene Resonator Architekturen (z.B. plan-plan oder konkav-plan,)
- **Grundprinzip: stehende Wellen mit Knoten bzw. E-Feld = 0 an den Spiegeloberflächen**

Herleitung zu den Moden im Resonator 1/2

- 1 Resonator: 2x Spiegel im Abstand L
Licht wird im Resonator hin+her reflektiert
=> stehende Welle



Spiegel wie 'feste Ende'

=> daher Phasenprung π bei Reflexion

Rechnung für 1 Spiegel

$$y_G = y_1 + y_2$$

$$= y_0 \left[\sin(\omega t - kz) + \sin(\omega t + kz + \pi) \right]$$

↑
Vorlaufende Richtung
↑
Rücklaufende Richtung

Mathe Formelsammlung

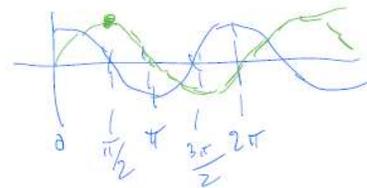
$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$2 y_G = 2 y_0 \sin\left(\frac{\omega t - kz + \omega t + kz + \pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega t - kz - \omega t - kz - \pi}{2}\right)$$

$$= 2 y_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(kz + \frac{\pi}{2}\right)$$

$\cos(x) = \cos(-x)$ nicht abhängig von t => Interferenz fest

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(\alpha)$$



$\alpha = 0: \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ✓
 $\sin(0) = 0$ ✓
 $\alpha = \frac{\pi}{2}: \cos(\pi) = -1$ ✓
 $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ✓

Wann ist Interferenzform maximal, wenn?

$$\cos\left(kz + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin(kz) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \dots \\ -1 & \text{wenn } \dots \\ 0 & \text{wenn } \dots \end{cases}$$

Herleitung zu den Moden im Resonator 2/2

3 $\sin(kz) = 0$ wenn

$$kz = \pm q \cdot \pi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$z = L$$

~~$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L = \pm q \cdot \pi$$~~

$$q = 0, 1, 2, \dots$$

$$\lambda = \pm \frac{2L}{q}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\frac{c}{f} = \pm \frac{2L}{q} \Rightarrow f = q \frac{c}{2L}$$

mozgliche stehende Wellen im Resonator

$$f_q = q \cdot \frac{c}{2L}$$

Grundwelle (Schwingung) wäre $q=1$

$$q \hat{=} 1$$

$$f_1 = \frac{c}{2L} = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 0,25 \text{ m}} = 599,6 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

4

unrealistische für Licht ($f_{\text{Licht}} \approx 10^{14} \text{ Hz}$)

im Lasoresonator q i.d.R. sehr hoch

$$\text{HeNe: } \lambda = 632,8 \text{ nm} \rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$q_{632,8} = \frac{f \cdot 2L}{c} = \frac{4,74 \cdot 10^{14} \cdot 2 \cdot 0,25 \text{ m}}{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\approx 790000, \dots$$

wenn f ein solcher Wert wäre
müsste Spiegelabstand L sehr ~~erhöht~~
sein

$$q = 790000 \quad f = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

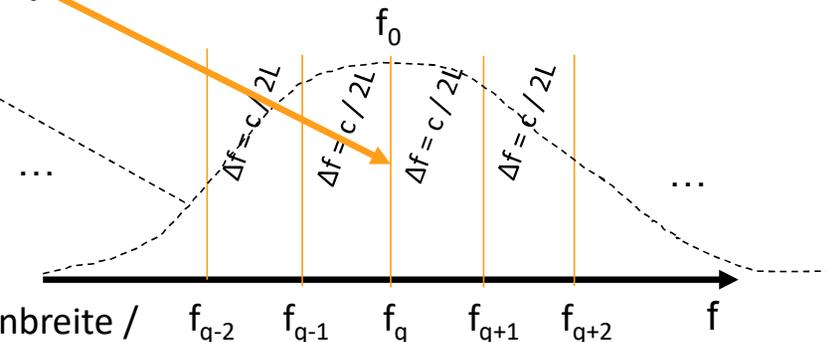
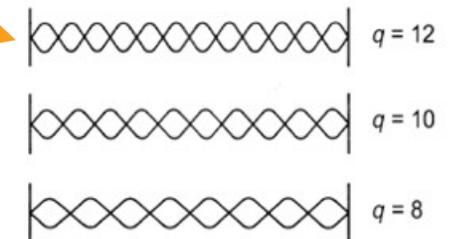
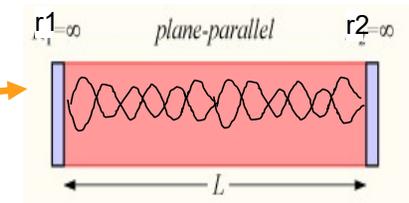
$$L_{790000} = \frac{q \cdot c}{2f} = \frac{790000 \cdot 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 4,74 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}}$$

$$\approx 0,2498333 \text{ m}$$

Eigenschaften optischer Resonatoren

Optischer Resonator: zwei Spiegel (Plan- oder Hohlspiegel) mit Reflexionsgrad R_1 und R_2 im Abstand L

1. Auf den Spiegelflächen (Metallspiegel) muss die E-Feldstärke = 0 sein, daher gilt die Resonanzbedingung: „Ganzzahlige Vielfache der Wellenlänge müssen in die doppelte Resonatorlänge passen“ (Hin- und Rückweg) **$q * \lambda = 2L$**
2. Jede Kombination aus q (Ordnungszahl) und λ (Wellenlänge) wird als **axiale Mode** des Resonators bezeichnet
3. Frequenz je axialem Mode: **$f_q = q * c / 2L$**
4. Die Freq.-Differenz zweier benachbarter axialer Moden („freien Spektralbereich“) ist **$\Delta f = c / 2L$**
5. Da die Lichtfrequenz (od. Wellenlänge) wegen der Linienbreite kein exakt scharfer Wert ist, kann die Bedingung $q * \lambda = 2L$ für mehrere Kombinationen $q * \lambda$ erfüllt werden.
6. Gesamtreflexionsvermögen: **$R = (R_1 * R_2)^{0,5}$**
7. Analog zum Gütefaktor beim Schwingkreis ($Q = 1/R * \text{SQRT}(L/C)$) gibt es hier ebenfalls einen Ausdruck für die „Güte“ die sog. **Finesse $F = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}$**
8. Und bezogen auf die Moden Frequenzen eine Halbwerts- bzw. Linienbreite / beschreibt die Resonator-Verluste: **$f_{\text{hwb}} = \Delta f / F$**



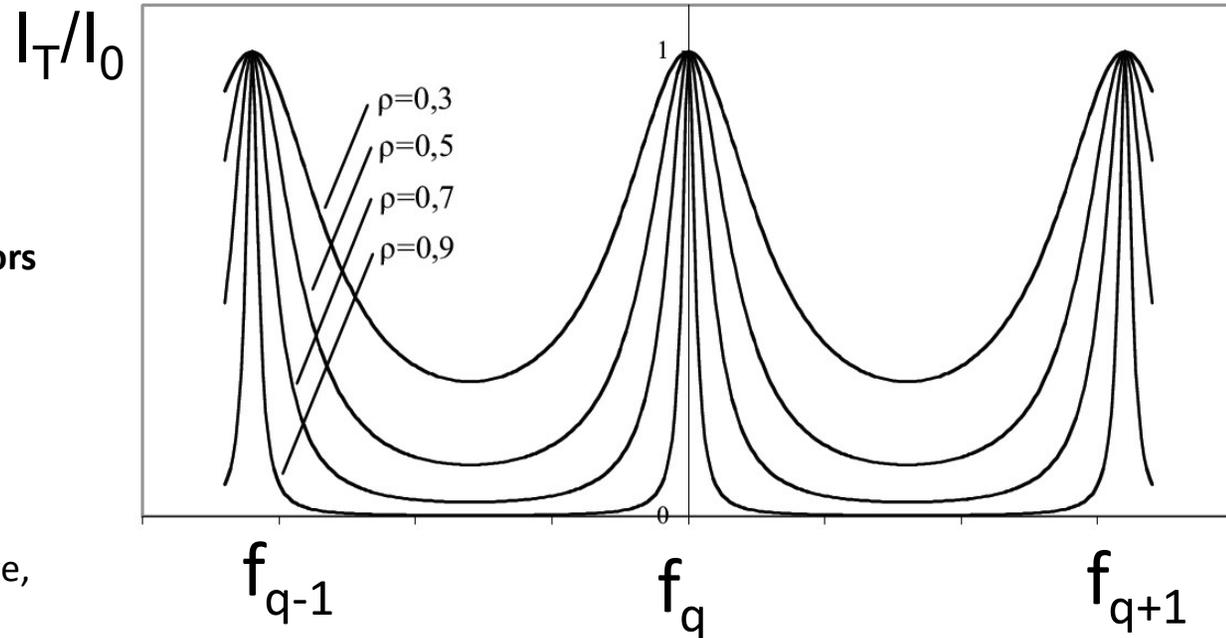
Die Moden im Resonator sind um so „schärfer“
je geringer die Strahlungsverluste im Resonator sind.

$$I_T = \frac{I_0}{1 + F \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

- Mit **F = Finesse des Resonators**
- **F** beschreibt die „Güte“ des Resonators

$$F = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}$$

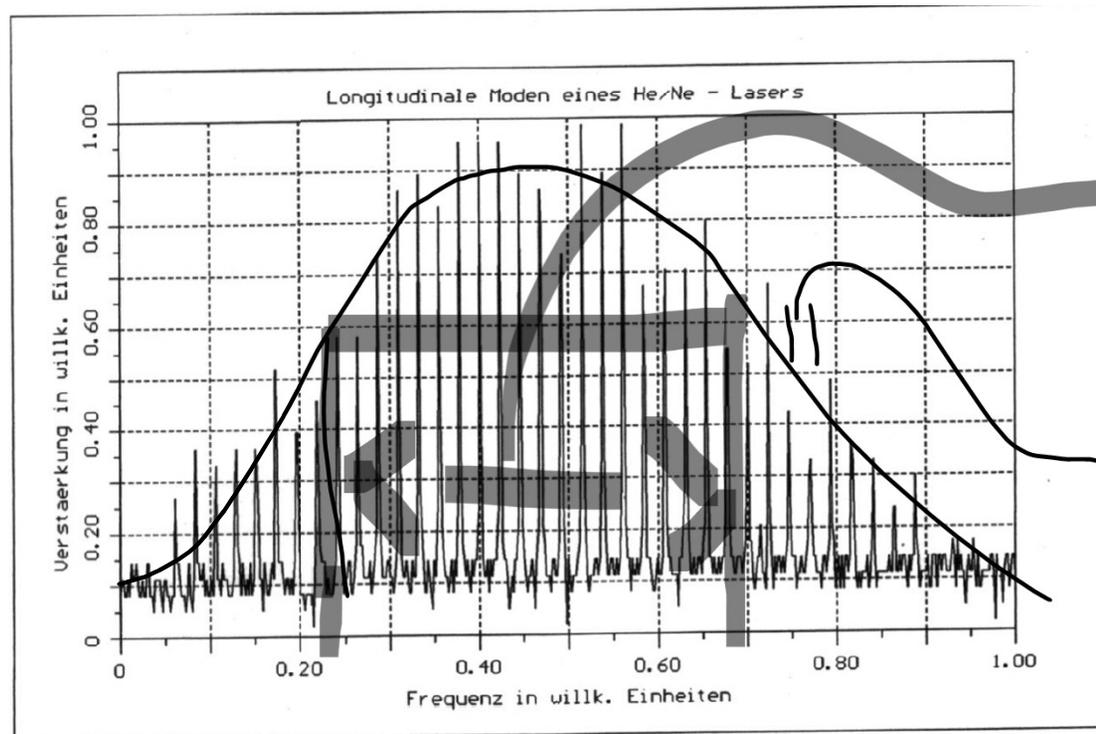
- F hoch = geringe Verluste, scharfer Resonanzpeak
- F niedrig = hohe Verluste, breiterer Resonanzpeak



Transmission I_T/I_0 eines 2-Spiegel-Resonators mit den Reflexionsgraden 0,9 / 0,7 / 0,5 / 0,3

Quelle: Dohlus „Technische Optik“

Im HeNe Laser Licht können die Longitudinalen Moden beobachtet werden



$$\Delta f_D = \frac{2f_{12}}{c} \sqrt{2kT \ln 2/m}$$

- Gegeben durch die Dopplerverbreitung der Ne Atome in der Laserröhre

$$\Delta f = c / 2L$$

- Gegeben durch die longitudinalen Moden im Resonator

Longitudinale Moden für verschiedene Resonatorlängen

- Frequenz je axialem Mode:

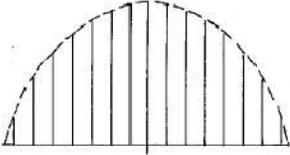
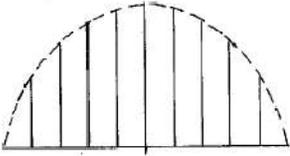
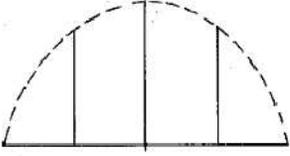
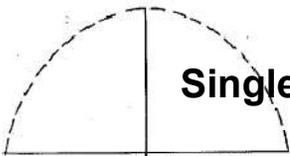
$$f_q = q \cdot c / 2L$$

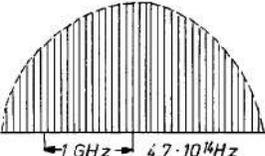
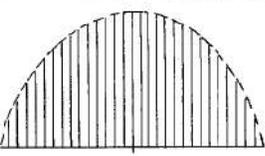
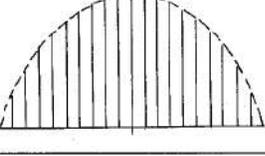
- Die Freq.-Differenz zweier benachbarter axialer Moden („freien Spektralbereich“) ist

$$\Delta f = c / 2L$$

- **Multimode Betrieb:**
Mehrere Longitudinale Moden schwingen an und tragen auch alle zur Ausgangsleistung bei.
- **Singlemode Betrieb:**
Resonator jetzt so kurz, dass nur noch eine Mode anschwingen kann (hohe Frequenz „Reinheit“ – dafür geringere Ausgangsleistung)

Tabelle 3.4. Frequenzabstand der axialen Moden im TEM_{00} und Ausgangsleistung beim He-Ne-Laser für die Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$

Ausgangsleistung mW	Resonatorlänge m	axialer Modenabstand MHz	
10	0,75	200	
5	0,5	300	
1	0,2	750	
0,1	0,1	1500	

Ausgangsleistung mW	Resonatorlänge m	axialer Modenabstand MHz	
50	2	75	
40	1,5	100	
25	1	150	

TRAD_LAS1983: Laser, K. Tradowsky, (1983, Vogel Verlag, 4. Auflage ISBN 3-8023-0021-1)

Methoden zur Laserpulserzeugung III

DIE Methode zur Erzeugung Ultrakurzer Laserpulse

- **Modenkopplung** (Laserpulsdauer 1 ps (10^{-12} s))
 - Pumpen jetzt kontinuierlich
 - Interferenz benachbarter axialer Moden durch Modulation der Verluste im Resonator
 - → noch kürzere Pulse mit noch höherer Peak-Leistung pro Puls
 - **siehe auch <https://www.geogebra.org/m/xesgynse>**

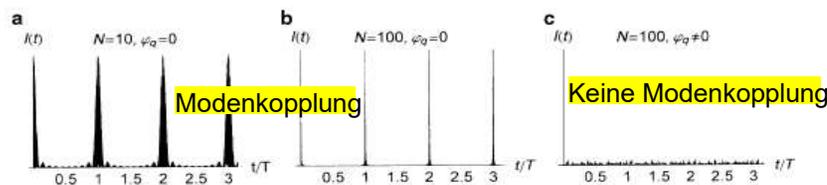


Abb. 17.6 Zeitlicher Verlauf der Laserintensität $I(t) \propto E(t)^2$ für die Überlagerung von N Lasermoden, links und Mitte ohne Phasendifferenz zur Zeit $t = 0$, rechts für statistische Phasen ($q = 10^6$)

Wie erreicht man eine feste Phasenbeziehung zur Kopplung der Moden?

Aktive Modenkopplung:

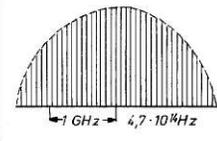
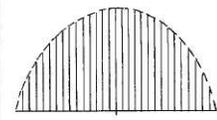
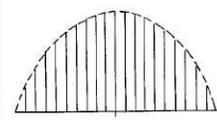
- Aktives Optisches Element im Resonator moduliert die Resonatorverluste mit der Frequenz $f_{\text{mod}} = c / 2L$

Passive Modenkopplung:

- Passives Optisches Element im Resonator
- „Sättigbarer Absorber“ gibt den Resonator erst ab einer Schwell-Intensität frei

Vorraussetzung viele Axiale Moden

Tabelle 3.4. Frequenzabstand der axialen Moden im TEM_{00} und Ausgangsleistung beim He-Ne-Laser für die Wellenlänge $\lambda = 632,8$ nm

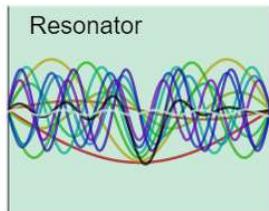
Ausgangsleistung mW	Resonatorlänge m	axialer Modenabstand MHz	
50	2	75	
40	1,5	100	
25	1	150	

Modenkopplungs Simulator für bis zu 11 Moden (in der Praxis $N > 10^5$ gekoppelte Moden möglich)

<https://www.geogebra.org/m/xesgynse>

Modengekoppelter Resonator

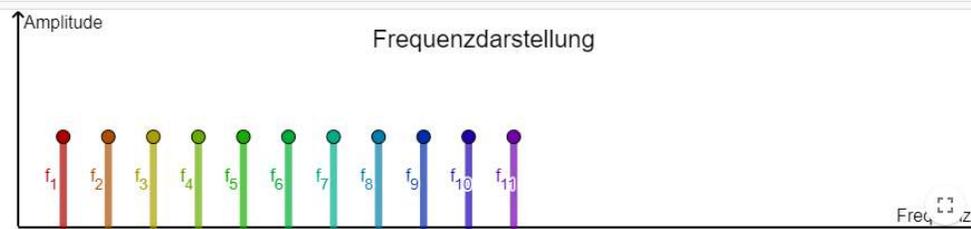
Animation <input type="button" value="Start"/>	Anzeige	Modeneinstellungen
Resonatorlänge	<input checked="" type="checkbox"/> Einzelne Moden	$n_{\min} = 1$
<input checked="" type="checkbox"/> Auskopplung	<input checked="" type="checkbox"/> Überlagerung	$n_{\max} = 11$
	<input checked="" type="checkbox"/> Frequenzdarstellung	<input checked="" type="checkbox"/> Modenkopplung <input type="button" value="Ok"/>



$$E(t) = \sum_{q=q_0}^{q_0+N} E_q \cos(2\pi f_q t + \varphi_q) = \sum_{q=q_0}^{q_0+N} E_q \cos(2\pi q \frac{t}{T} + \varphi_q)$$

Die Anregung der Moden mit fester Anfangsphase geschieht durch sinusförmige Modulation der optischen Weglänge im Resonator mit der Frequenz, die dem Modenabstand entspricht, und starkes Pumpen. Es ist heute möglich $N > 10^5$ Moden zu koppeln.

Die Halbwertsbreite der Pulse beträgt: $\Delta\tau \approx \frac{1}{N \Delta f} = \frac{T}{N}$.



Longitudinale Moden: $f_q = q \frac{c}{2L} = \frac{q}{T}$, T : Umlaufzeit im Resonator.

Die Moden müssen durch aktive oder passive Elemente im Resonator synchronisiert werden → dann erhält man kurze Laserpulse

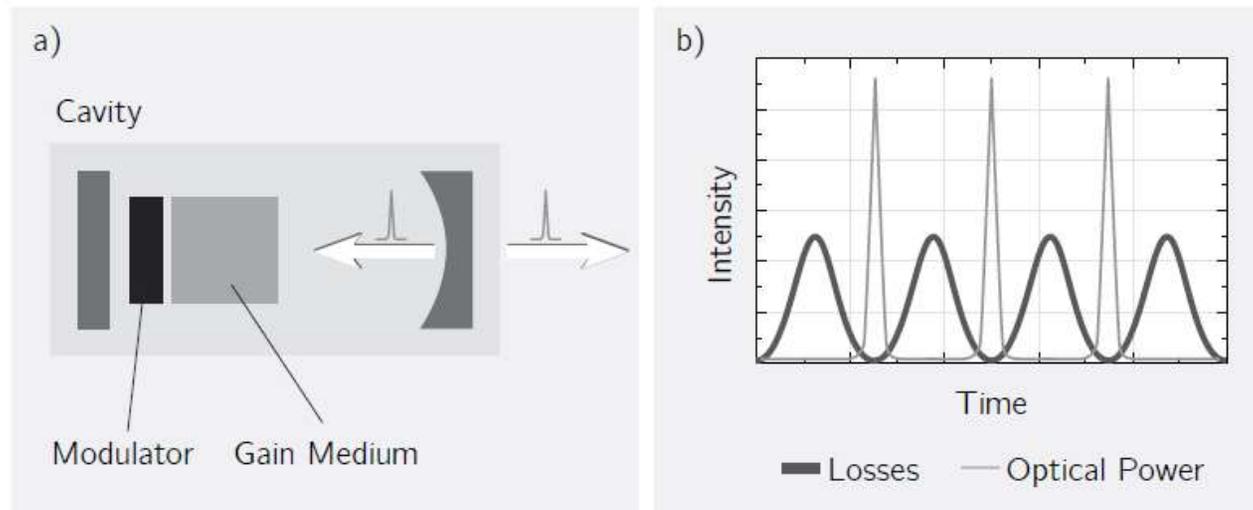


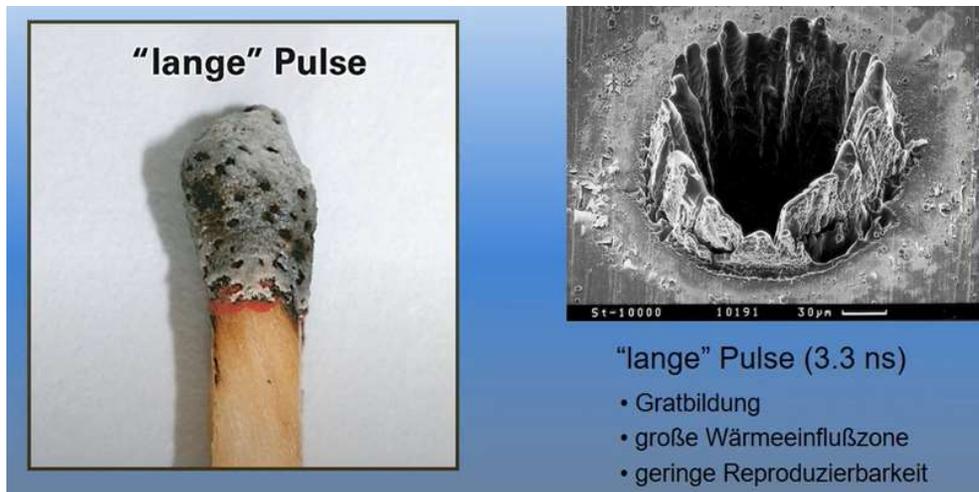
Abbildung 2.5: a) Schema eines Resonators mit aktiver Modenkopplung und b) zeitlicher Verlauf der Intensität.

Bachelorarbeit: Markus Schäfer, Uni Stuttgart, 2017

https://www.researchgate.net/publication/322203533_Bestimmung_der_nichtlinearen_Reflektivitat_von_sattigbaren_Halbleiterabsorberspiegeln_im_roten_Spektralbereich/link/5a4b516caca272d29464fdf9/download

Was kann man mit ultrakurzen Laserpulsen tun?

→ Materialbearbeitung mit sehr feinen Strukturen



Ultrakurze Laserpulse:

- Minimaler Wärmeeinfluß auf das Material
- Praktisch gratfrei
- Sehr feine Strukturen sind möglich

Überblicksvideo zu Materialbearbeitung mit ultrakurzen Laserpulsen

Ultrakurze Laserpulse – Neue Möglichkeiten für hochpräzise Materialstrukturierung; Institute for Applied Physics; Universität Jena



<https://www.youtube.com/watch?v=keP7MrdrGss>

Übungsaufgaben

Aufgaben

24.) E2.5

Berechnen Sie die Dopplerverbreiterung im He-Ne-Laser (bei 100 °C) und vergleichen Sie das Ergebnis mit der gemessenen Linienbreite von 1,5 GHz.

[Lösung: 1,4 GHz] (++)

47.) Ein Argon-Laser mit 3000 K Gastemperatur besitzt die Wellenlänge 488 nm. Die spektrale Linienbreite ist durch den Doppler-Effekt verursacht. Die Molmasse von Argon beträgt 39,95 g/mol. 1 Mol Gas besitzt genau $6,023 \cdot 10^{23}$ Atome (Loschmidtsche Zahl). Wie groß muß die Resonatorlänge sein, damit höchstens drei longitudinale Moden existieren? Welche Voraussetzung muß noch erfüllt sein, damit sie anschwingen?

[Lösung: ~11,8 cm] (+) (Wert korrigiert 06.12.22)

28.) E13.1

Welche Längenänderungen dürfen bei einem 50 cm langen He-Ne-Laser auftreten, damit die Frequenzschwankung höchstens 1 MHz beträgt?

[Lösung: 1 nm] (+)

Übungsaufgaben

47c.) Wie hoch sind für einen Laser-Resonators der Länge von $L = 0,5$ m und einem Auskoppelspiegel mit einem Reflexionsgrad von $R = 95$ %

- a) der freie Spektralbereich
- b) die Finesse
- c) die Linienbreite der longitudinalen Resonatormoden?

[Lösung: 300 MHz; 61,2; 4,9 MHz] (+)

28.) E13.1

Welche Längenänderungen dürfen bei einem 50 cm langen He-Ne-Laser auftreten, damit die Frequenzschwankung höchstens 1 MHz beträgt?

[Lösung: 1 nm] (+)

Aufgaben

49.) E17.1

Ein Festkörperlaser liefert normale Pulse von 0,5 ms Dauer mit 10 mJ.

- Wie groß ist die Pulsleistung?
- Wie steigt die Leistung im Q-switch-Betrieb an (Pulsdauer 5 ns)?
- Wie groß ist die mittlere Leistung bei einer Pulsfolgefrequenz von 100 Hz?

50.) E17.2

Schätzen Sie die minimale Pulsdauer im Q-switch-Betrieb zweier Festkörperlaser mit Resonatoren von 1 m und 0,3 m Länge ab.

9.5 Ein Nd-Festkörperlaser wird mit einem Kondensator von 10 μF und einer Spannung von 1 kV betrieben. Der Wirkungsgrad beträgt 1 %.

- Wie hoch sind Pulsenergie und Pulsleistung für normale Pulse von 0,1 ms Dauer?
- Berechnen Sie die mittlere Leistung bei einer Pulsfolgefrequenz von 10 Hz.