

Lasertechnik VL-3

Mechatronik 4.tes Semester

Vorlesung Sommersemester 2023

VL: Prof. Dr. Thomas Hebert (thebert@fb2.fra-uas.de)

Labor: Hans-Peter Tögel, Lutz Zimmermann, Prof. Kurt Jansen



Fachbereich 2 Informatik und Ingenieurwissenschaften

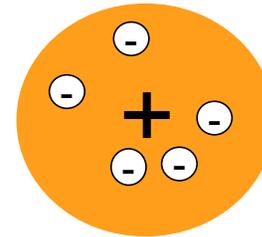
Was haben wir bis jetzt in unserem Baukasten?

- Klassische Physik / Elektrodynamik → Licht als elektromagnetische Welle
 - $\mathbf{E}_x(\mathbf{z}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(kz - \omega t + \varphi)$
 - Erklärt: Brechung, Interferenz, Beugung, Polarisation, ...
- Teilchencharakter von Licht – Photonenbild
 - $E_{\text{photon}} = h * f_{\text{Welle}}$
 - $M_{\text{photon}} = 0$ (Ruhemasse)
 - $p_{\text{photon}} = h / \lambda = h * f / c$
 - Erklärt: Spektrum des Hohlraumstrahlers, Photoeffekt
- Teilchen (z.B. Elektronen) haben auch Welleneigenschaften
 - $\lambda_{\text{De Broglie}} = h / p$ ← DeBroglie Wellenlänge eines Teilchens mit Impuls p
 - Erklärt: Elektronenbeugung an Kristallgittern

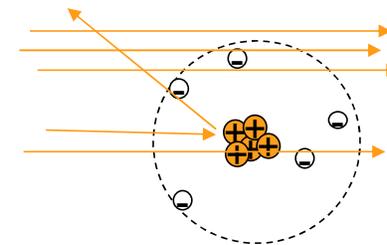
Mit diesen Tools mehr Verständnis von Aufbau und Verhalten von Atomen (und im Prinzip auch Molekülen sowie Festkörpern) erlangen

Grundlagen der Atomphysik

Entwicklung der Atommodelle ab 1900-ff

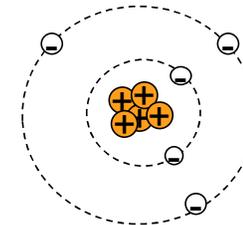


- Thomson'sches Atommodell (1903)
 - Atom besteht aus positiv geladenen und negativ geladenen Teilchen, die gleichmäßig und ungeordnet verteilt sind
 - Experimente mit Vakuumröhren: Kathoden emittieren Elektronen
- Rutherford'sches Atommodell (1909 – 1911):
 - Atom besteht aus einem positiv geladenen Kern, der auch nahezu komplett die Gesamtmasse des Atoms ausmacht, Kerndurchmesser: $\sim 10^{-15}\text{m}$
 - Elektronen befinden sich ungeordnet in der Atomhülle: Hüllendurchmesser: $\sim 10^{-11}\text{m}$
 - Streuexperimente mit alpha-Strahlung an Platin-Folien (Rutherford-Streuung) (Streuung tritt nur am Kern auf) (alpha-Strahlung = Teilchenstrahl aus He-Kernen $2p2n$)



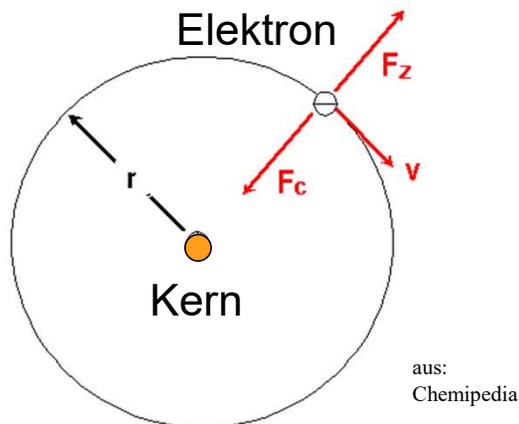
- **Bohr'sches Atommodell (1913)**

- Atom besteht aus einem positiv geladenen, Masse tragenden Kern
- Elektronen umkreisen den Kern auf bestimmten Kreisbahnen **ohne Energie abstrahlen**
- **Energieabstrahlung oder -aufnahme nur bei Wechsel von Bahn_x nach Bahn_y**
- Mithilfe dieses Modells konnten erstmals die Energieniveaus von Wasserstoffatomen in guter Genauigkeit berechnet werden.
- Der Franck-Hertz Versuch bestätigt das Bohr'sche Atommodell
- Weitere Entwicklungen:
 - * weiter verfeinerte Atommodelle (z.B. für mehrere Elektronen, Betrachtung Drehimpuls, Spin, ...)
 - * Quantenmechanik,
 - * Anwendung der Theorie auch für Moleküle und Festkörper



Vollständigere Liste zum Nachlesen unter: https://de.wikipedia.org/wiki/Liste_der_Atommodelle

Das einfachste Atom ist Wasserstoff H: 1x Proton und 1x Elektron.
Um das H-Atom besser zu verstehen betrachten wir die wirkenden Kräfte auf das Elektron:



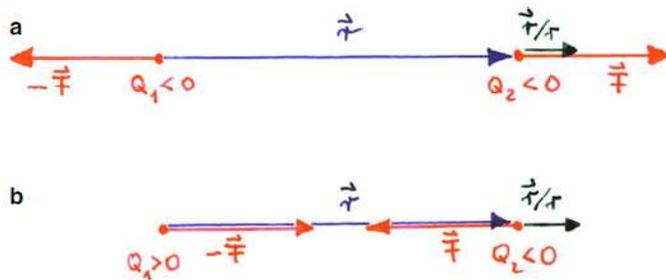
1 Proton (Kern, +) , $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ kg
 1 Elektron (-) , $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg

Bahnradius Elektron: $\sim 0,5 \cdot 10^{-10}$ m
 Kernradius (Proton): $\sim 10^{-15}$ m

- Zwischen Ladungen wirkt die **Coulomb-Kraft F_c**
 =
 Anziehungskraft zw. Proton (+) \leftrightarrow
 Elektron (-)
- Elektron bewegt sich auf „Kreisbahn“
 mit der Bahngeschwindigkeit $v \rightarrow$
 führt zur **Zentrifugalkraft F_z**
- Stabile Bahn \rightarrow beide Kräfte müssen
 im Gleichgewicht sein **$F_c = F_z$**

HERLEITUNG ZUM MODELL DES H-ATOMS (nach dem Bohrschen Atommodell)

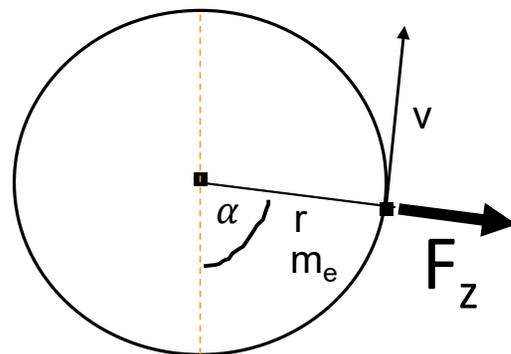
Die Coulombkraft beschreibt die Kraft, die zwei Ladungen Q_1 und Q_2 aufeinander ausüben



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2 \vec{r}}{r^2 r}$$

Die Zentrifugalkraft F_z beschreibt die Kraft, die auf eine gleichförmig rotierende Masse „nach außen“ wirkt

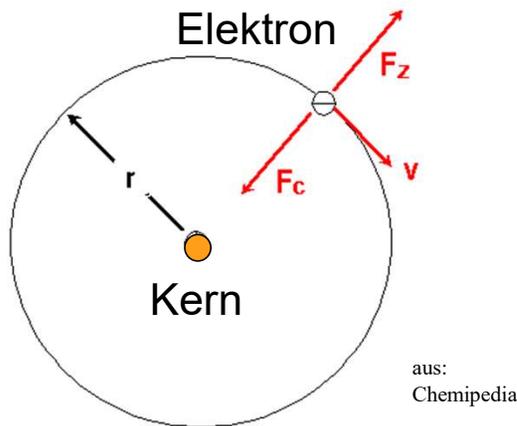
$$F_z = \frac{m_e v^2}{r}$$



Ansatz: $F_c = F_z$

Der reine Ansatz $F_c = F_z$ führt jedoch zu Widersprüchen:

Widersprüche



1 Proton (Kern, +), $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ kg
1 Elektron (-), $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg

a) Elektronenbewegung → schwingender Dipol

- es müsste permanent el.magn.Strahlung ausgesendet werden
- Energieverlust: E_{kin} und F_z müssten abnehmen
- Coulombkraft F_c würde schließlich dominieren
- Elektron würde in den Kern stürzen
- Neutralisierung des Atoms

→ **Widerspruch, denn H-Atome existiert und ist stabil**

b) Aufnahme / Abgabe von Energie (Licht, UV etc.)

- würde Änderung des Bahnradius zur Folge haben
- r aber nicht festgelegt, beliebige Bahnradien wären denkbar
- beliebige Energieänderungen wären möglich
- beliebige Wellenlängen wären möglich
- Atome würden ein kontinuierliches (Licht-) Spektrum zeigen

→ **Widerspruch zu Beobachtungen (diskrete Spektrallinien)**

Auflösung der Widersprüche durch Annahmen von N. Bohr:

- **Es gibt stabile Kreisbahnen/Schalen, Elektronen auf einer stabilen Kreisbahn/Schale strahlen KEINE Energie ab**
- **Wie das? → siehe nächste Folie (→ Welleneigenschaften des Elektrons kommen ins Spiel)**

Zusammenspiel von Teilchen- und Wellenbild bei der Betrachtung der Elektronenbahnen des H-Atoms

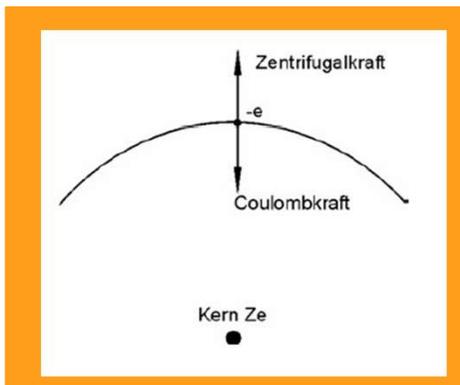
1.) Teilchenbild / Klassische Betrachtung

$$F_C = F_Z$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{m_E v^2}{r}$$

Coulombkraft = Zentrifugalkraft

Z Kernladungszahl
e Elementarladung (Elektron)
 m_E Elektronenmasse
r Bahnradius
 ϵ_0 Elektrizitätskonstante



2.) Elektronenbahn als stehende deBroglie Welle

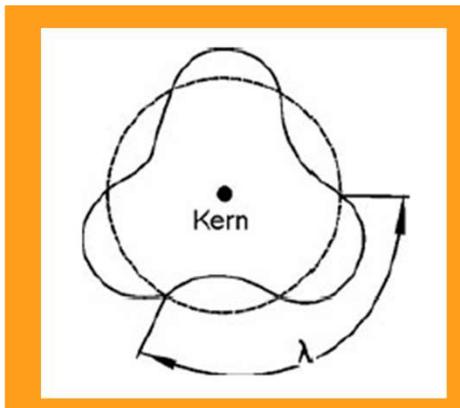
$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{m_E v} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots$$

Elektronenwellen

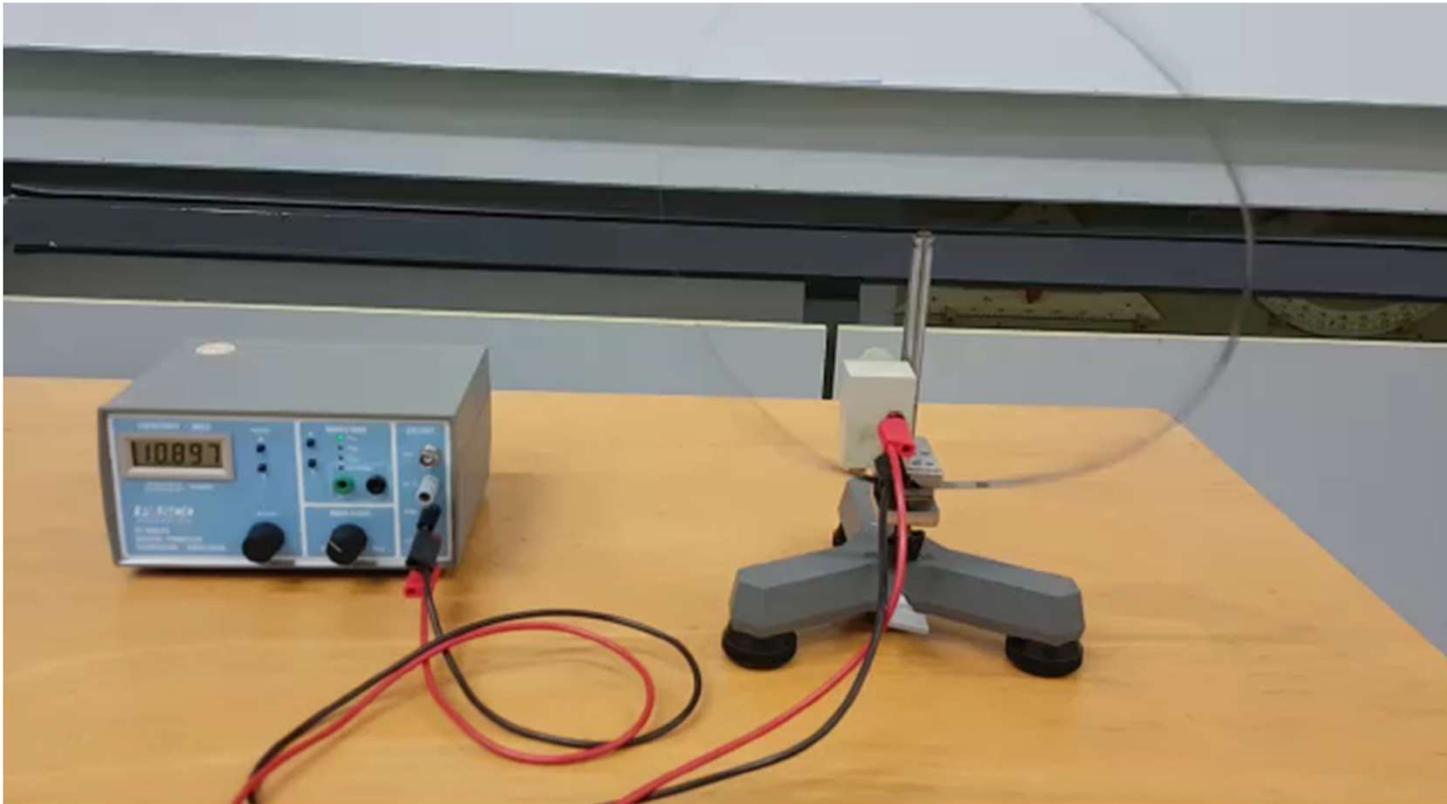
$$p_E = m_E \cdot v = h / \lambda$$

- Erlaubte Elektronenbahn muss eine stehende Welle (mit de Broglie Wellenlänge des Elektrons sein)

n Bahn Nummer
 λ de Broglie Wellenlänge
h Planck'sches Wirkungsquantum



Analogie aus der Mechanik „der Glockenschwinger“ aufgenommen: Lutz Zimmermann im Hörsaal UAS



Herleitung Energieniveaus H-Atom

H-Atom (Bohr'sches Atommodell)
Herleitung von Bahnradien r_n
- Bahngeschwindigkeiten v_n
- Energieniveaus E_n

$$F_c = F_z \quad \left[\begin{array}{l} \text{Coulombkraft} \\ \rightarrow \text{Zentrifugalkraft} \end{array} \right]$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{ze^2}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r} \quad \text{I}$$

Erlaubte Elektronenbahnen
 $\hat{=}$ stehende De Broglie Wellen
 $2\pi r = n\lambda$ mit $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v}$

$$2\pi r = \frac{nh}{m_e v} \quad \text{II}$$

• II auflösen nach v

$$v = \frac{nh}{2\pi m_e r} \quad \text{III}$$

• III einsetzen in I

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{ze^2}{r^2} = \frac{m_e}{r} \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{4\pi^2 m_e^2 r^2}$$

$$r_n = \frac{h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi m_e z e^2} \cdot n^2 \quad \text{IV}$$

• einsetzen IV in III

$$v_n = \frac{ze^2}{2\pi\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}$$

$$v_n = \frac{ze^2}{2z_0 h} \cdot \frac{1}{n} \quad \text{IV}$$

• Energiewerte

$$E_n = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} \quad \text{VI}$$

a) E_{kin}

$$E_{\text{kin}} = \frac{m_e}{2} v^2 \quad \text{einsetzen von v}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{m_e}{2} \cdot \frac{z^2 e^4}{4\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{VII}$$

b) E_{pot}

$$E_{\text{pot}} = - \int_{r_n}^{\infty} F_c dr$$

$$= - \int_{r_n}^{\infty} \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

diese Energie muß aufgewendet werden gegen die Coulombkraft von $r_n \rightarrow \infty$ zu bewegen

$$= \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{r_n}^{\infty} \quad \left(\frac{1}{r} \right)' = - \frac{1}{r^2}$$

$$= \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \left[0 - \frac{1}{r_n} \right] \quad \text{grenzen des Integrals eingesetzt}$$

$$= - \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_n} \quad \text{jetzt } r_n \text{ (IV) einsetzen}$$

$$= - \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{m_e z e^2}{h^2 \epsilon_0} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$= - \frac{z^2 e^4 m_e}{4\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

• $E_n = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$

$$E_n = \left[\frac{z^2 e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} - \frac{z^2 e^4 m_e}{4\epsilon_0^2 h^2} \right] \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$E_n = - \frac{z^2 e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad \text{VIII}$$

für H (Wasserstoff)

$$13.6 \text{ eV}$$

$$E_{n,H} = -13.6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Wir haben also die erlaubten Kreisbahnen des Elektrons für das H-Atom berechnet:

$$r_n = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_F Z e^2} n^2 \quad \text{und} \quad v_n = \frac{Z e^2}{2 \epsilon_0 h} \frac{1}{n}$$

Elektron: Bahnradius und Bahn-Geschwindigkeit

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_E}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

Energieniveaus

Beispiel H-Atom: (Z=1)

Bahn mit n = 1

$$E_1 = -13,6 \text{ eV}$$

$$r_1 = 5,28 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,5 \text{ \AA}$$

$$v_1 = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

- **A1: Welcher Photonenenergie in eV würde im H-Atom der Übergang von n = 3 nach n = 2 entsprechen?**
- **A2: Welcher Wellenlänge entspricht das?**
- $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;
 $m_E = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ (As)/(Vm)}$,
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- **Lösung A1: $\Delta E_{3-2} = 1,9 \text{ eV}$**

$$E_3 = -13,6 \text{ eV} \cdot 1/3^2 = -1,5 \text{ eV}$$

$$E_2 = -13,6 \text{ eV} \cdot 1/2^2 = -3,4 \text{ eV}$$

$$\Delta E = E_3 - E_2 = -1,5 \text{ eV} + 3,4 \text{ eV} = 1,9 \text{ eV}$$

- **Lösung A2: $\lambda = 652 \text{ nm}$**

$$E = h \cdot f = h \cdot c / \lambda \rightarrow \lambda = h \cdot c / E_{(\text{in Joule})}$$

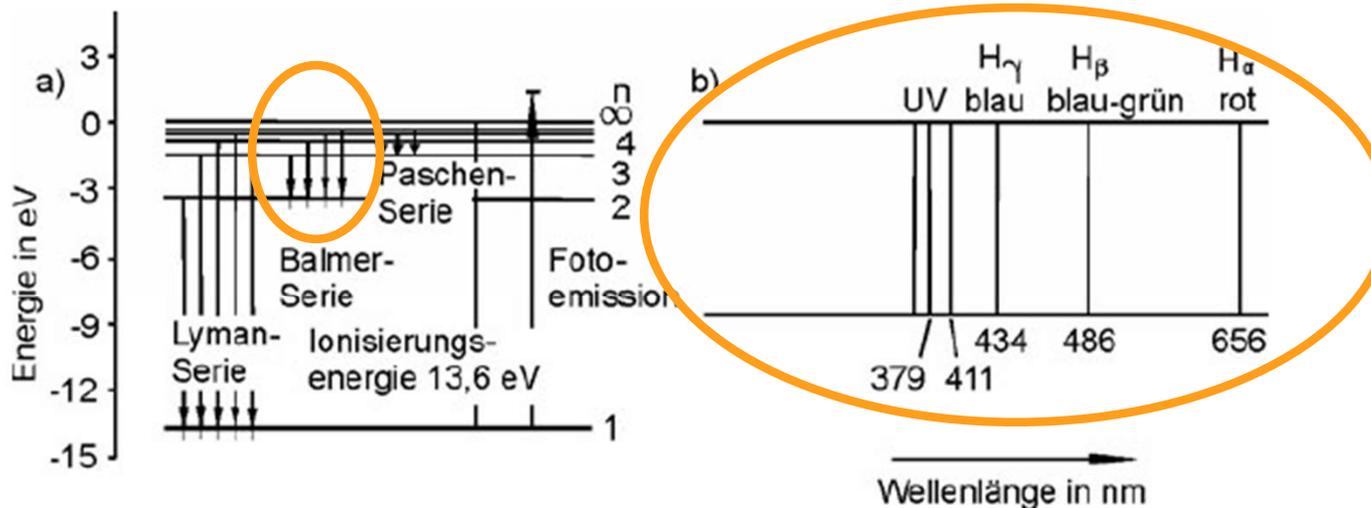
$$E_{(\text{in Joule})} / e = E_{(\text{in eV})}$$

$$\lambda = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s} / (1,9 \text{ eV} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})$$

So ergibt für sich $n = 1, 2, 3, \dots$ das Energieschema (Termschema) des Wasserstoff Atoms

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_E}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

H-Atom: $Z = 1$
 Grundzustand: Bahn mit $n = 1$
 $E_1 = 13,6 \text{ eV}$



Alle Energieübergänge können im Bohr Modell Berechnet werden:

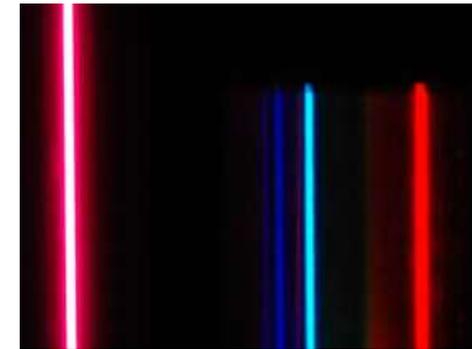
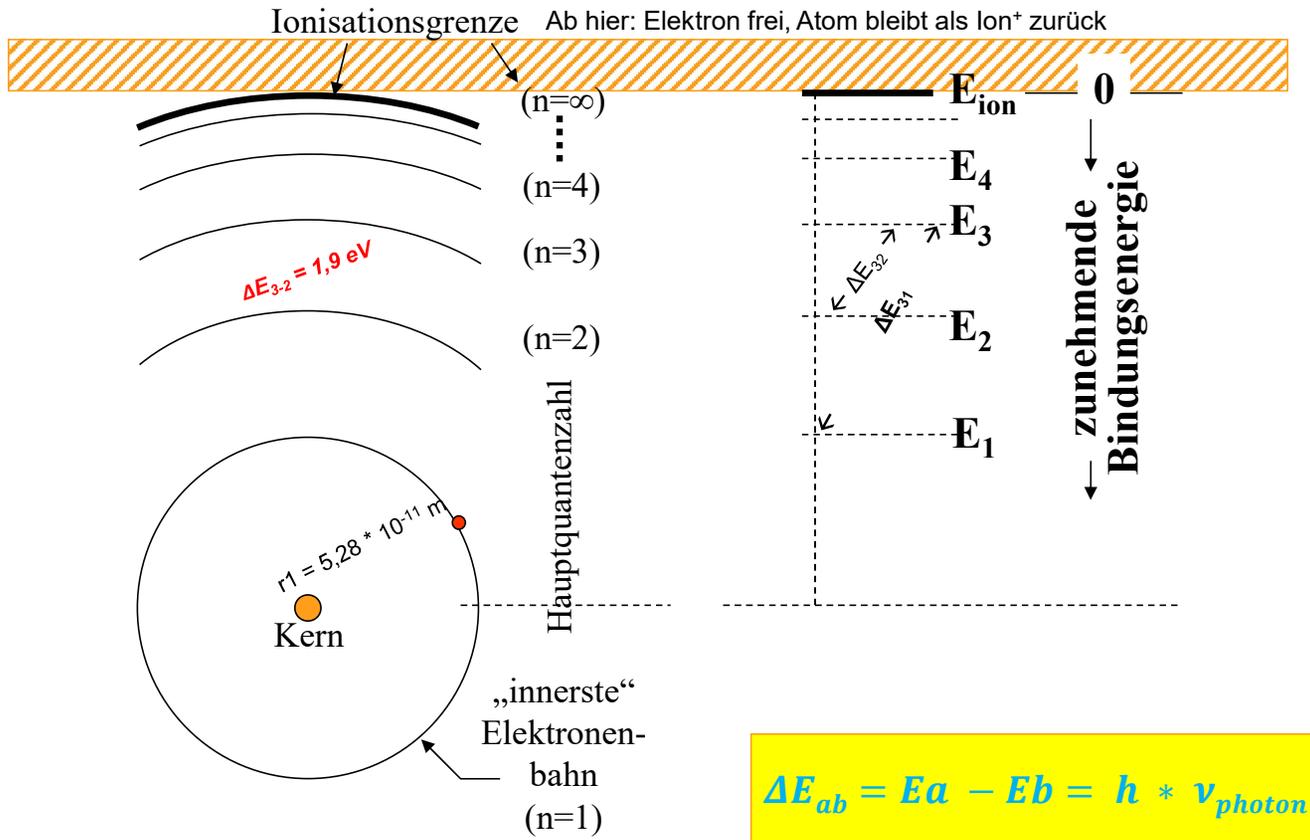
$$hf = E_2 - E_1$$

$$f = \frac{Z^2 e^4 m_E}{8 \epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

Bild 10-11 Wasserstoffatom: a) Termschema mit den Übergängen b) Linienspektrum der Balmer-Serie

Wasserstoff / H-Atom

Elektronenbahnen, Energie Niveaus, Spektrallinien



Wasserstoff

kein kontinuierliches sondern
diskretes
 Spektrum
(Linienspektrum)

Simulation der Bohrschen Atommodells

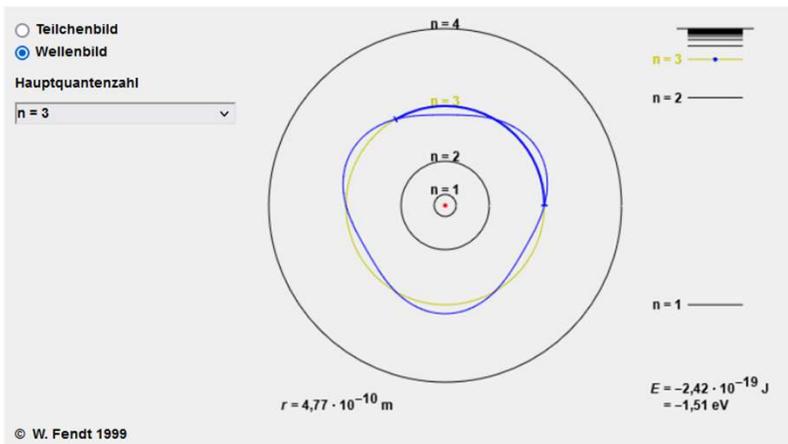


Abb. 1 Simulation des BOHR'schen Modells des Wasserstoffatoms

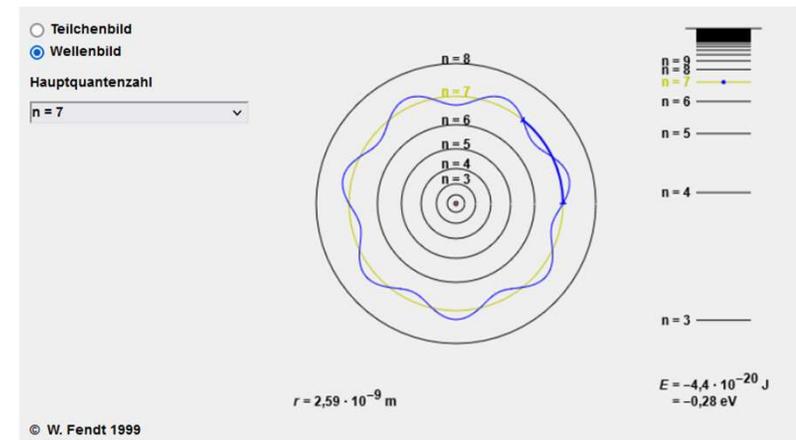


Abb. 1 Simulation des BOHR'schen Modells des Wasserstoffatoms

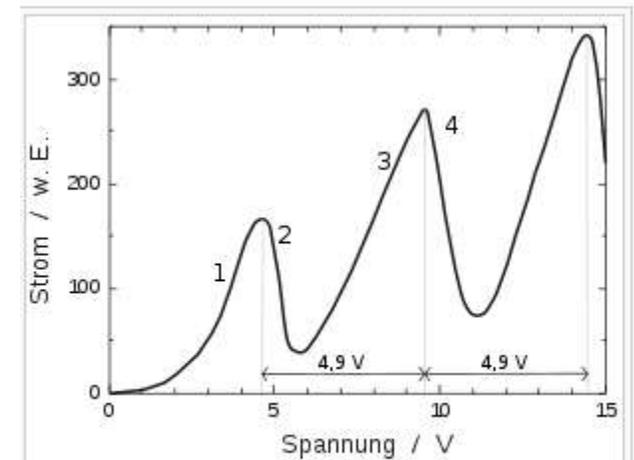
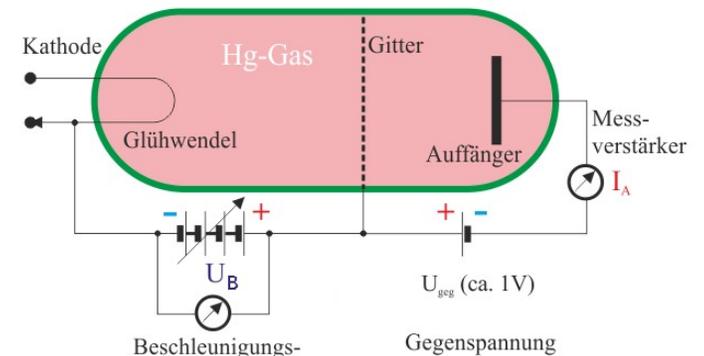
<https://www.leifiphysik.de/atomphysik/bohrsches-atommodell/versuche/bohrsches-modell-des-wasserstoffatoms-simulation>

Franck-Hertz Versuch (1911-14)

- Elektronen werden mit einer bekannten Beschleunigungsspannung bzw. Energie durch einen mit Hg-Dampf gefüllten Glaskolben bewegt
- Jeweils bei 4.9 V, 9.8 V, ..., $n \cdot 4.9$ V fällt der gemessene Strom stark ab
- 4.9 eV entspricht einem Energieübergang im Hg-Atom (Bsp.: Elektron mit der Energie $n \cdot 4.9$ eV kann n Hg Atome anregen)
- **Experiment belegt die Existenz von Energieniveaus bzw. von Energieübergängen in Atomen und gilt als Beleg für das Bohr'sche Atommodell**

<https://de.wikipedia.org/wiki/Franck-Hertz-Versuch>

<https://www.leifiphysik.de/atomphysik/atomarer-energieaustausch/versuche/franck-hertz-versuch>



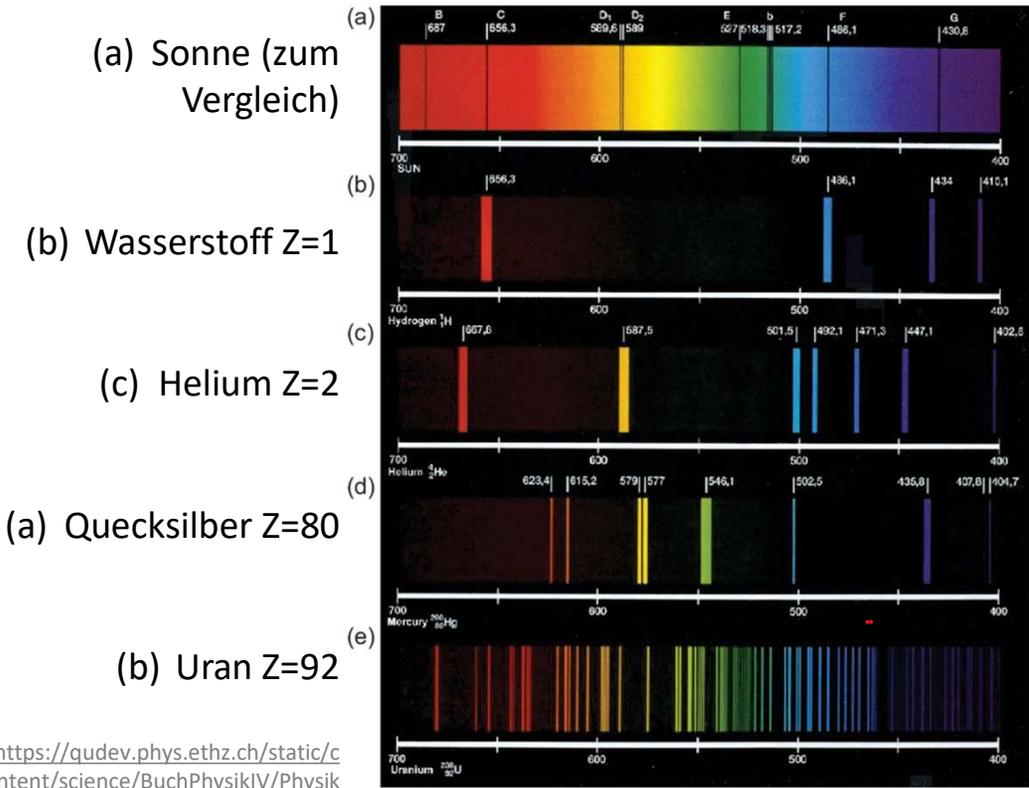
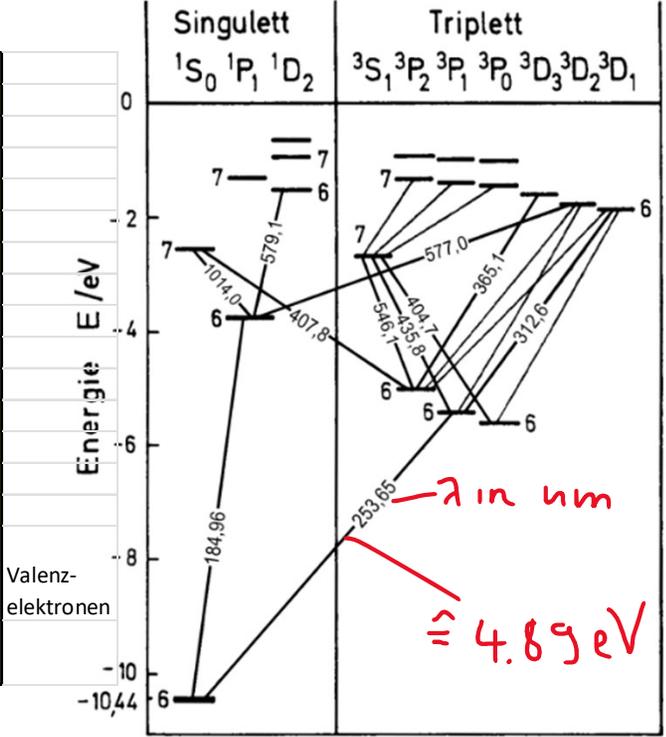
Auffängerstrom beim Franck-Hertz-Versuch an Quecksilber (Hg)

Jedes Atom hat spezifische Energieniveaus.
Übergänge zwischen den Energieniveaus führen zu den Spektrallinien, mit denen, ähnlich einem Fingerabdruck, das Atom identifiziert werden kann

Quecksilber Hg (80)
Orbitale & Elektronen

Energieschema Hg

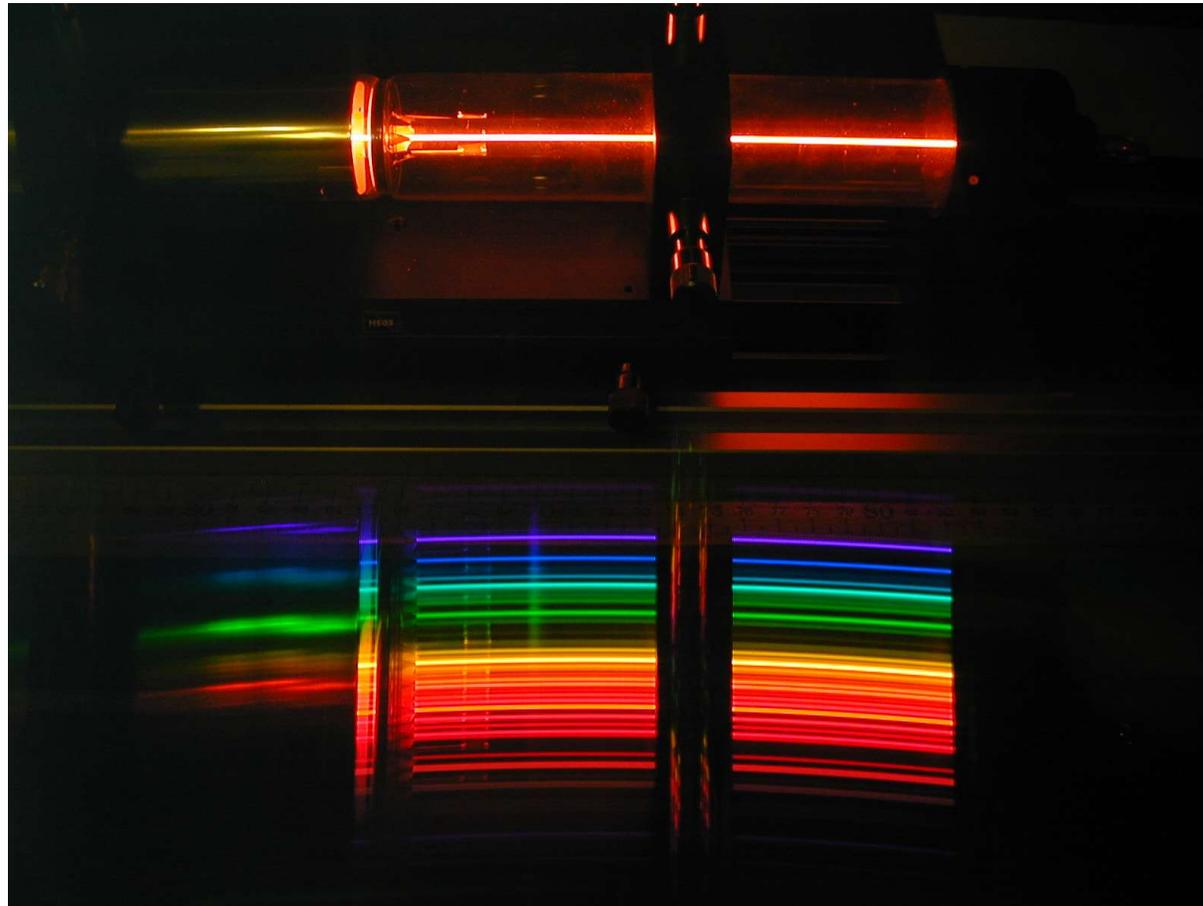
Orbital	Elektronen
1s	2
2s	2
2p	6
3s	2
3p	6
3d	10
4s	2
4p	6
4d	10
4f	14
5s	2
5p	6
5d	10
5f	
6s	2
Elektronen Summe	80



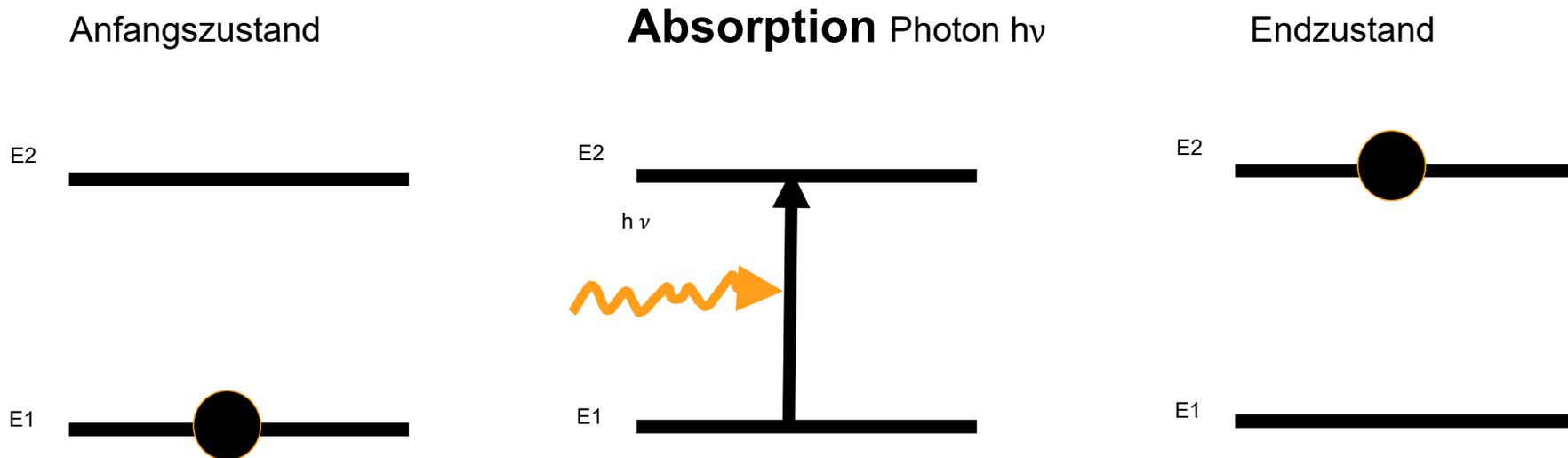
<https://qudev.phys.ethz.ch/static/content/science/BuchPhysikIV/PhysikIVch8.html>

Emission des angeregten Ne

- Oben HeNe Laser direkt fotografiert
- HeNe Laser durch ein Prisma fotografiert



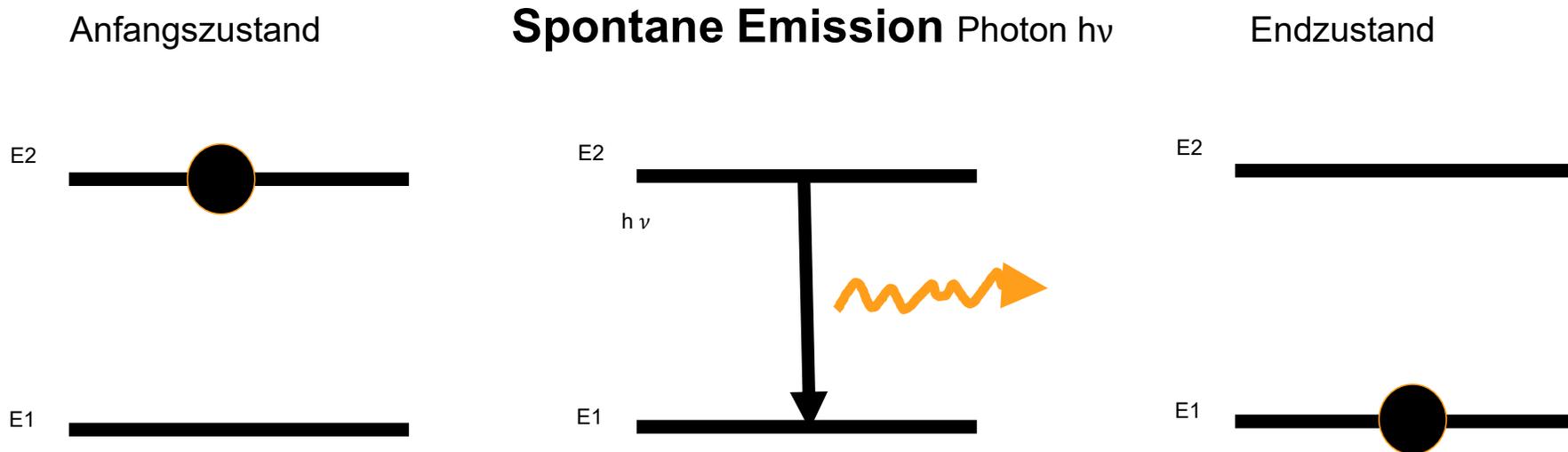
Atom mit Energiezuständen z.B. E_1 und E_2 und dessen Wechselwirkung mit Licht (der passenden Energie $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$)



Absorption:

Ein einfallendes Photon der Energie $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$ wird absorbiert und das Atom/Elektron erfährt eine Anregung aus Energiezustand E_1 nach E_2 .

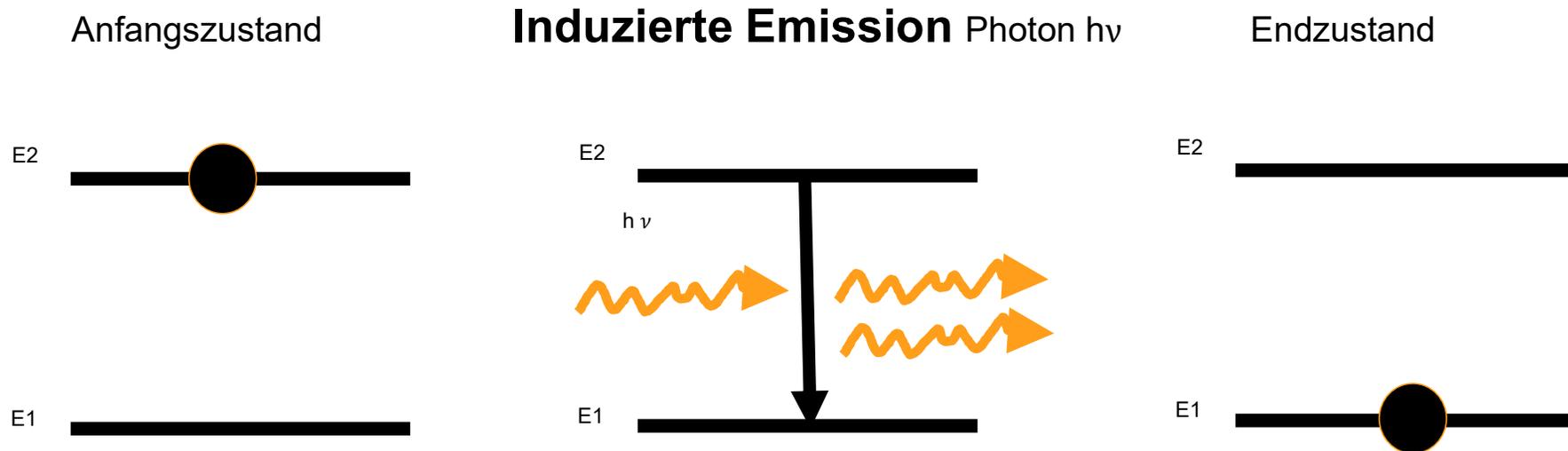
Atom mit Energiezuständen z.B. E_1 und E_2 und dessen Wechselwirkung mit Licht (der passenden Energie $h\nu = E_2 - E_1$)



Spontane Emission:

Ein angeregtes Atom/Elektron im Zustand E_2 kann spontan in den tiefer gelegenen Zustand E_1 wechseln und dabei ein Photon der Energie $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$ emittieren.

Atom mit Energiezuständen z.B. E_1 und E_2 und dessen Wechselwirkung mit Licht (der passenden Energie $h\nu = E_2 - E_1$)



Induzierte Emission:

Ein angeregtes Atom/Elektron im Zustand E_2 kann durch ein von außen einfallendes Photon (der Energie $h\nu = \Delta E = E_2 - E_1$) zum Übergang nach E_1 gezwungen werden. Dabei wird ein zusätzliches Photon der gleichen Energie emittiert.

Aufgaben

5.) Die Grenzwellenlänge des Photoeffekts für Silber liegt bei 262 nm.



a) Berechnen Sie die Austrittsarbeit für Silber.

b) Berechnen Sie die maximale Bremsspannung für einfallende Strahlung der Wellenlänge 175 nm.

[Lösung: 4,74 eV ; 2,36 V] ++



6.) Können Photoelektronen aus einer Kupferoberfläche, deren Austrittsarbeit 4,4 eV beträgt, emittiert werden, wenn sie mit sichtbarem Licht bestrahlt wird?

[Lösung: -] (++)



11.) Wie viele Photonen werden in einer Sekunde von einer gelben Lampe (Wellenlänge = 600 nm) von 10 W Leistung emittiert?

[Lösung: $3 \cdot 10^{19}$] (+)

Übungsaufgaben

3.) Berechnen Sie die elektrische Abstoßungskraft zwischen zwei Protonen in einem Wasserstoffmolekül. Ihr Abstand beträgt $0,74 \cdot 10^{-10}$ m. Geben Sie das Verhältnis dieser Kraft zu der anziehenden Gravitationskraft an.

[Lösung: $4,20 \cdot 10^{-8}$ N, $-1,24 \cdot 10^{36}$] (+)

12.) Welche Energie muß ein Photon besitzen, um den gleichen Impuls wie ein Proton der kinetischen Energie von 10 MeV zu haben?

[Lösung: 137,4 MeV] (+)

17.) Ein Wasserstoffatom befinde sich in seinem zehnten angeregten Zustand. Es wird das Bohr'sche Atommodell vorausgesetzt. Wie groß ist der Radius der entsprechenden Kreisbahn des Elektrons? Wie groß ist der Drehimpuls des Elektrons? Wie groß ist seine kinetische -, potentielle - und Gesamtenergie?

[Lösung: 6,4 nm ; $1,16 \cdot 10^{-33}$ kgm²/s ; 0,113 eV ; -0,225 eV ; -0,112 eV] (++)

18.) Wie groß ist die Bindungsenergie eines Elektrons a) für ein Wasserstoffatom b) für He⁺ und c) für Li⁺⁺?

[Lösung: 13,6 eV ; 54,4 eV ; 122,4 eV] (-)