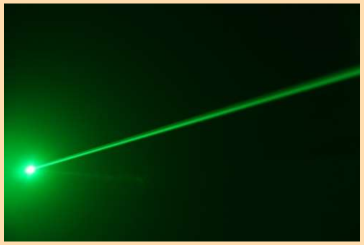
FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Lasertechnik VL-11

28.06.2023



Mechatronik 4.tes Semester

Vorlesung Sommersemester 2023

VL: Prof. Dr. Thomas Hebert (thebert@fb2.fra-uas.de)

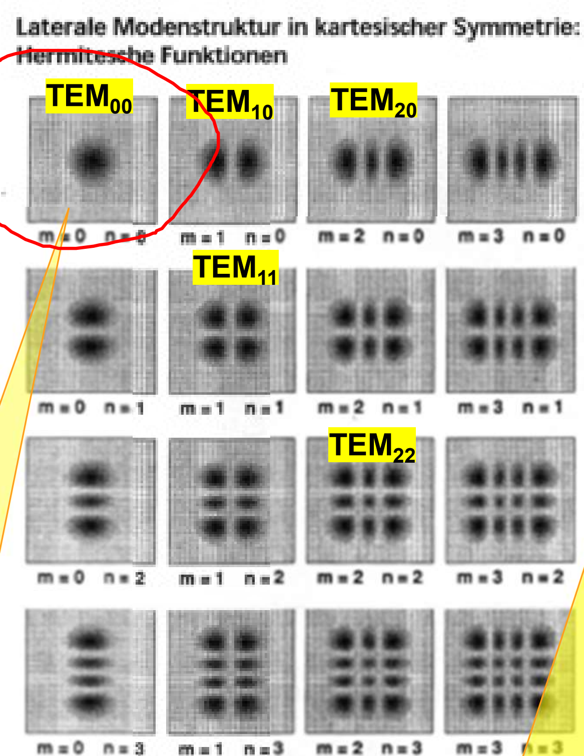
Labor: Hans-Peter Tögel, Lutz Zimmermann, Prof. Kurt Jansen

Fachbereich 2 Informatik und Ingenieurwissenschaften

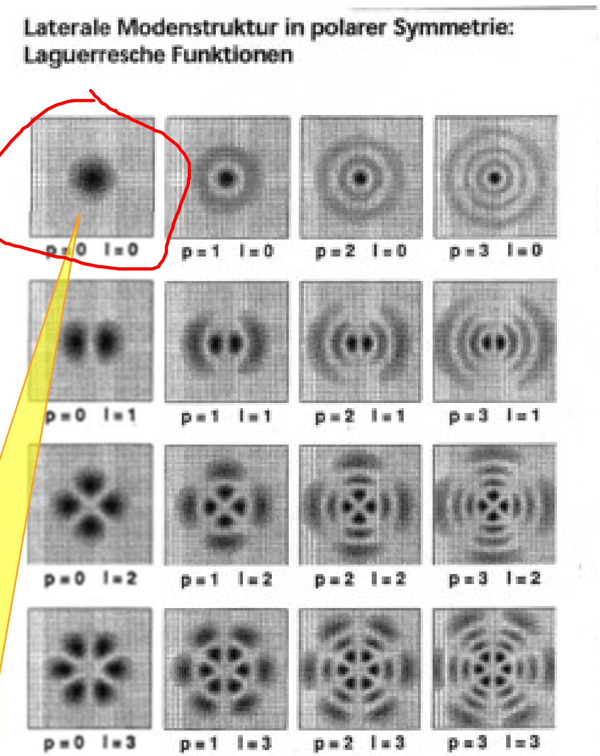
Transversale Elektromagnetische Moden TEM_{mn}
TEM_{00} → Gauss'sche Strahlen

Mit n = m = 0 erhalten wir unseren bereits bekannten Gauss'schen Strahl, bzw auch TEM_{00} Mode genannt.

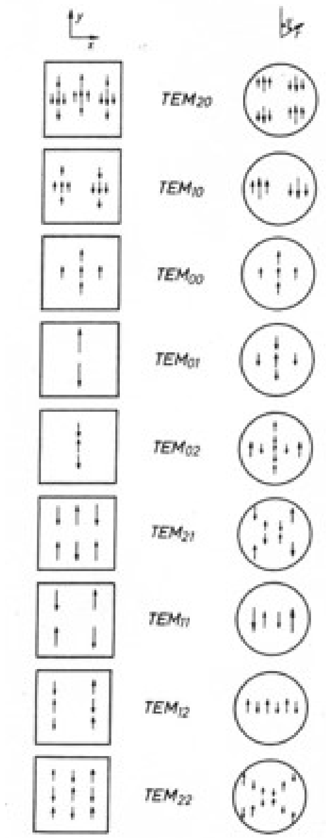
Es gibt aber auch höhere Moden m, n >= 0, die auch in der Praxis beobachtet werden können.



Quadratische Spiegel



Runde Spiegel



Orientierung der E-Feld Vektoren

TEM_{00} Mode = Gauss'scher Strahl

TEM_{00} Mode = Gauss'scher Strahl

Zusammenhang zwischen den longitudinalen und den TEM_{nmq} Moden

Beispiel: <u>Transversale Moden</u>

He/Ne – Laser: $\lambda = 632{,}80059$ nm; $L = 0{,}1$ m; Linienbreite $\delta = 1{,}5$ GHz

Fokaler Resonator: $g_1 = g_2 = 0{,}5$ (sehr stabil).

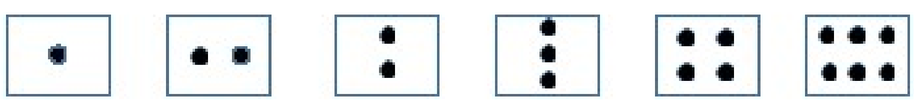
Grundmode: $f_{00q} = c/\lambda = 4{,}740830 \cdot 10^{14}$ Hz

$f_{00q} = 4{,}740830 \cdot 10^{14}$ Hz
$f_{00\,q+1} = 4{,}740845 \cdot 10^{14}$ Hz
$f_{00\,q+2} = 4{,}740860 \cdot 10^{14}$ Hz
$f_{10q} = 4{,}740835 \cdot 10^{14}$ Hz
$f_{01q} = 4{,}740835 \cdot 10^{14}$ Hz
$f_{02q} = 4{,}740840 \cdot 10^{14}$ Hz
$f_{11q} = 4{,}740840 \cdot 10^{14}$ Hz
$f_{21q} = 4{,}740845 \cdot 10^{14}$ Hz

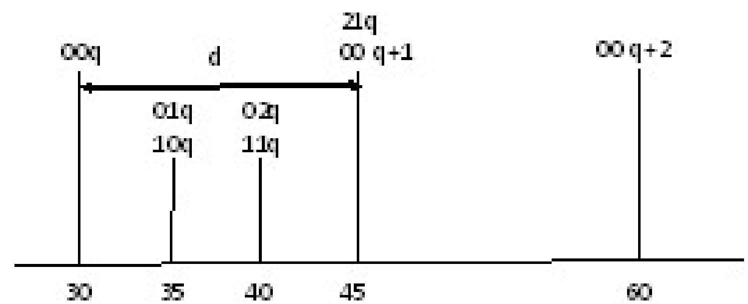
Formel: $f_{mnq} = \frac{c}{2L}\left(q + \frac{m+n+1}{\pi} \cdot \arccos\left(\sqrt{g_1\, g_2}\right)\right)$; $\arccos(0{,}5) = \pi/3$.

$$f_{mnq} = \frac{c}{2L}\left(q + \frac{m+n+1}{3}\right)$$

$\Rightarrow$ mit f_{00q}: $q = 316.055$



f_{00q} f_{10q} f_{01q} f_{02q} f_{11q} f_{21q}



q ist die Ordnungszahl aus den longitudinalen Moden $f_q = q * c/(2L)$

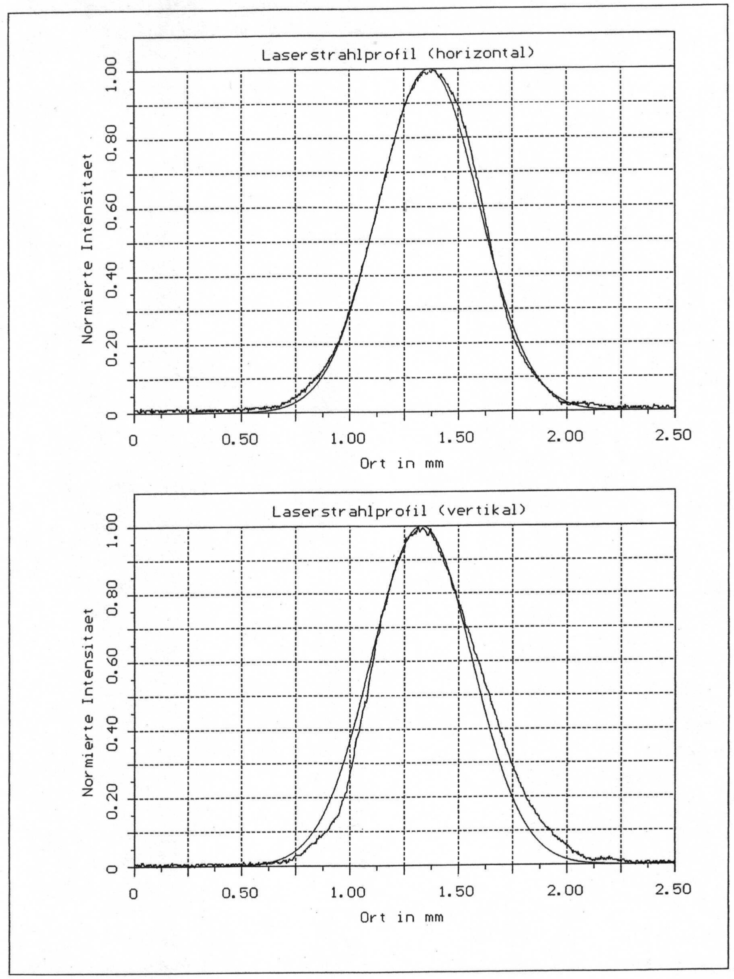
Gemessene (x,y) Intensitäts-Profile eines HeNe-Lasers

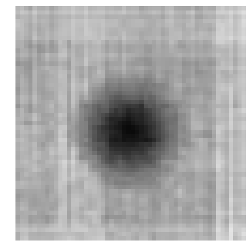
Ein He-Ne-Laser zeigt bei korrekter Justierung einen sog. Gauss'schen Strahl (auch TEM_{00} Mode genannt)

- F: Warum heißt das Gauss'scher Strahl?
- A: Weil die Intensitätsverteilung (in der x, y Ebene) durch ein Gauss-Profil beschrieben wird.

$$f_{Gauss}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$I(r) = I_0 \ e^{-\frac{2r^2}{w^2}}$$





Mit $r^2 = x^2 + y^2$

TEM_{00} Mode hat ein Gauss-Profil als Intensitätsverteilung (daher der Name Gauss'scher Strahl) $I(r) \sim E(r)^2$

FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Definitionen

Strahlradius w
ist der Radius, bei dem die Intensität (in r-Richtung auf $1/e^2$ abgefallen ist.
Dort **$I/I_0 = 1/e^2 = 13.5\%$**

$e = 2.72$
$e^{-2} = 1/e^2 = 0.135$

Strahltaille (waist) w_0
Ist der Strahlradius an der schmalsten Stelle (in z-Richtung)

Rayleigh Länge z_R
Strahl weitet sich in z-Richtung auf. Bei z_R ist der Strahlradius $\sqrt{2}$ größer als bei w_0

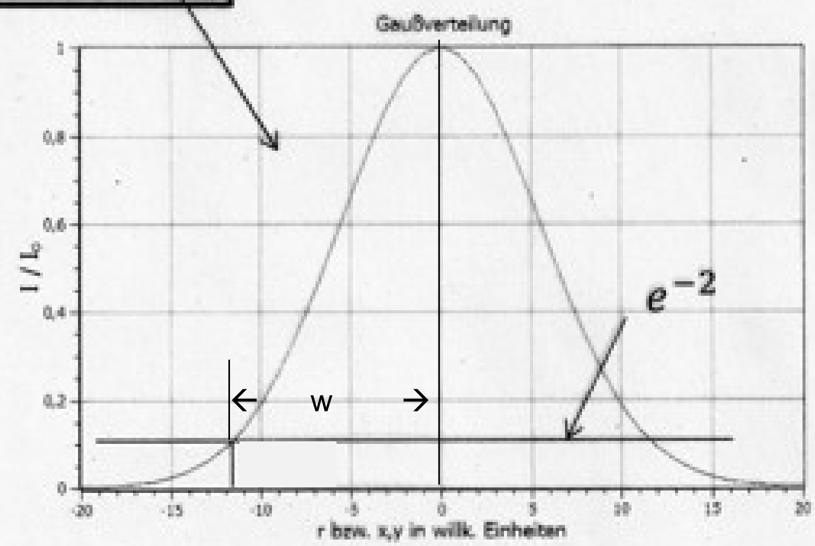
Intensitätsverteilung: Gaußverteilung!

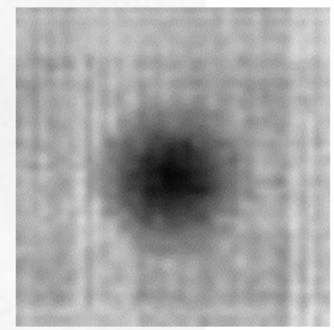
$I \sim \langle E^2 \rangle$: $I(r,z,t) \sim I_0 \frac{w_0^2}{w(z)^2} e^{-\left(\frac{2r}{w(z)}\right)^2} < e^{2j(\omega t - kz - \varphi_L - \varphi_T)} >$

$$\boxed{I(r) = I_0 \, e^{-\frac{2r^2}{w^2}}}$$

$$w(z) = \sqrt{1 + z^2/z_R^2} \cdot w_0$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$





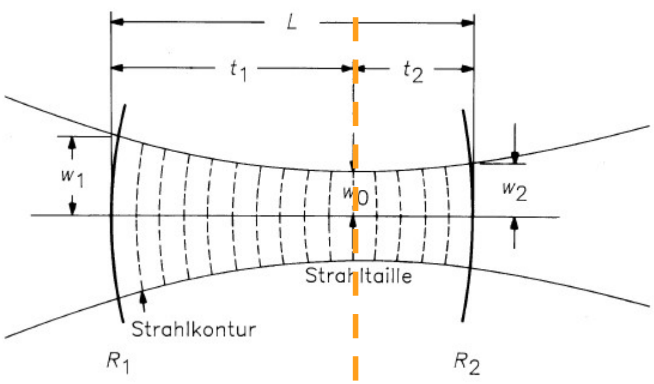
Für Gauss‘sche Strahlen innerhalb und außerhalb des Resonators kann man folgende Gleichungen ableiten

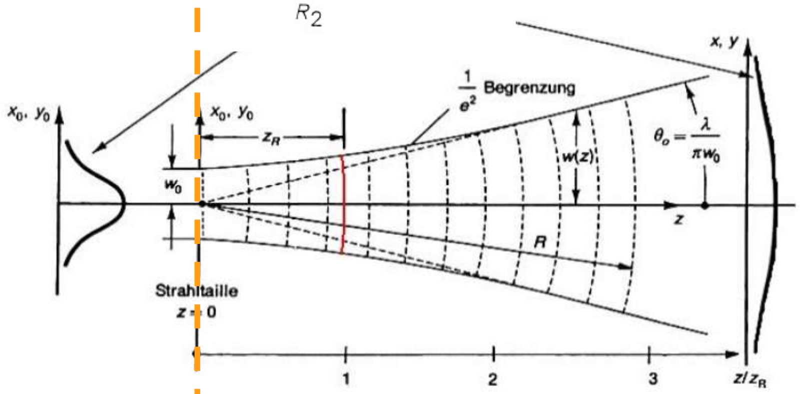
FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Abkürzung: Resonator Parameter $g_{1,2} = 1 - \frac{L}{R_{1,2}}$

mit L = Spiegelabstand

R_1, R_2 = Krümmungsradien der Spiegel 1,2





Formeln für die Strahlgeometrie im Gauß-Mode

Strahltaille: $$w_0 = \left(\frac{L\,\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2)^2}\right)^{1/4}$$

Strahlradien: (definiert durch Intensitätsabfall auf $1/e^2$)

$$w_1 = \left(\frac{L\,\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{1}{1 - g_1 g_2}\right)^{1/4}$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \cdot w_1$$

Taillenlage: $$t_1 = \frac{g_2 (1 - g_1) L}{g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2} \quad , \quad t_2 = L - t_1$$

Divergenzwinkel: $$\Theta = \frac{\lambda}{\pi\, w_0} \quad , \quad tg(\Theta) = \frac{\Delta R}{s}$$

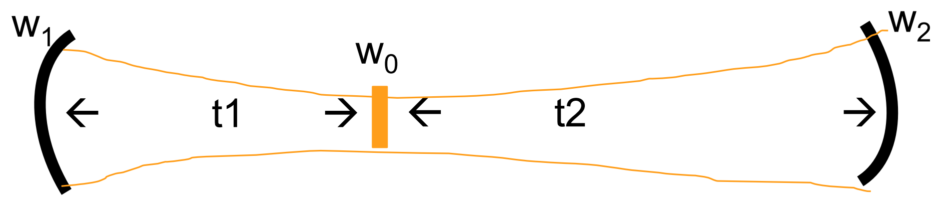
Rayleighlänge: $$z_r = \frac{w_0^{\,2} \cdot \pi}{\lambda}$$

Def. z_R :
Strahlradius Faktor
$\sqrt{2}$ größer als w_0

Strahlaufweitung: $$w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_r^{\,2}}}$$

31.)

Wie groß ist für einen He/Ne - Laser (Resonatorspiegel $R_1 = 800$ mm und $R_2 = 1000$ mm, Resonatorlänge 1,5 m) der Strahltaillenradius, und wo liegt die Strahltaille? Geben Sie zusätzlich die Laserstrahlradien am Ort der Spiegel an. Zeichnen Sie eine Skizze der Strahlgeometrie.



$R_1 = 0{,}8$ m

$L = 1{,}5$m

$R_2 = 1$ m

$\lambda = 633$nm

$g_1 = 1 - L/R_1 = 1 - 1{,}5 / 0{,}8 = -0{,}875$

$g_2 = 1 - L/R_2 = 1 - 1{,}5 / 1 = -0{,}5$

$g_1 * g_2 = 0{,}4375$

Strahltaillen Radius:

$$w_0 = \left(\frac{L\,\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2)^2}\right)^{1/4} = 0{,}0005499 * 0{,}469 = 0{,}258 \text{ mm}$$

Strahltaillen Lage:

$$t_1 = \frac{g_2 (1 - g_1) L}{g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2} = -1{,}406 / -2{,}25 = 0{,}625 \text{ m},\; t_2 = L - t_1 = 0{,}875 \text{ m}$$

Strahlradius auf Spiegeln

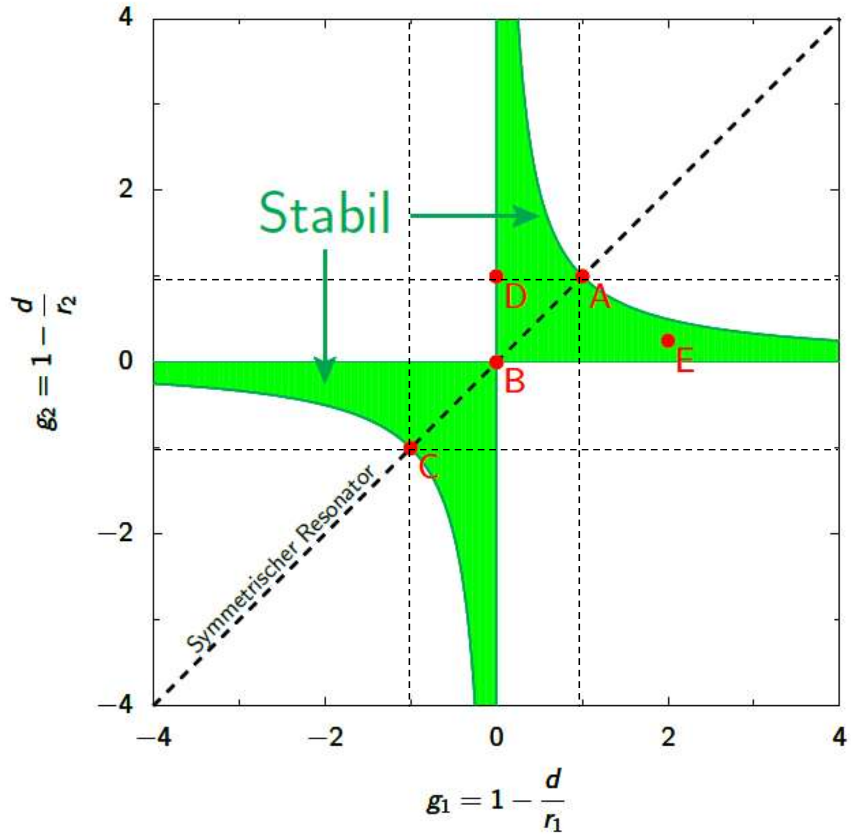
$$w_1 = \left(\frac{L\,\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{1}{1 - g_1 g_2}\right)^{1/4}$$

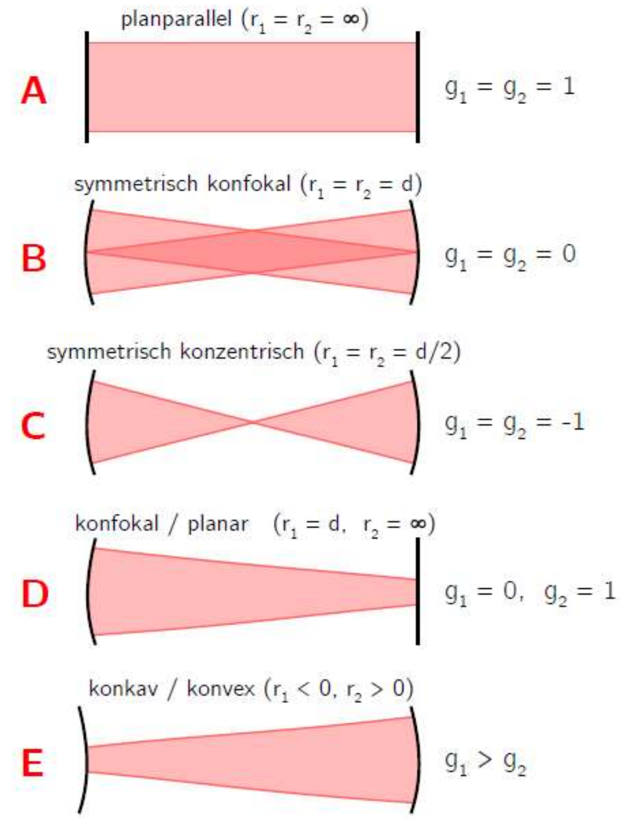
$$w_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \cdot w_1$$

w1	Part1	0,00054977
	Part2	1,00394485
	0,55193611 mm	
w2	0,73014284 mm	

Stabilitätskriterium für Hohlspiegel Resonatoren

$0 \leq g_1 \, g_2 \leq 1$



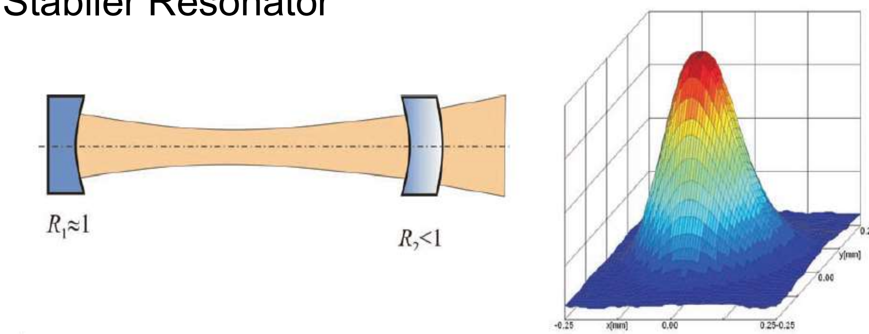


Stabile versus instabile Resonatoren

- **Resonator stabil**: $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$,
  - Gauß Strahl
  - geringe Beugungsverluste im Resonator
- **Resonator instabil** wenn: $g_1 g_2 > 1$ oder $g_1 g_2 < 0$
  - Dann existiert KEIN Gaußstrahl als Grundmode
  - Hohe Beugungsverluste

- **Trotzdem können auch instabile Resonatoren vorteilhaft eingesetzt werden.**
  - Typischerweise für Lasermedien mit sehr hoher Verstärkung und großem Querschnitt des aktiven Mediums
  - z.B. bei Lasern mit großen Verstärkungsfaktoren
    - Excimer-Lasern oder
    - CO_2-Lasern
  - Geeignet für sehr hohe Laserleistungen, da Spiegel nur auf Reflektion ausgelegt sein müssen.

Stabiler Resonator



Instabiler Resonator

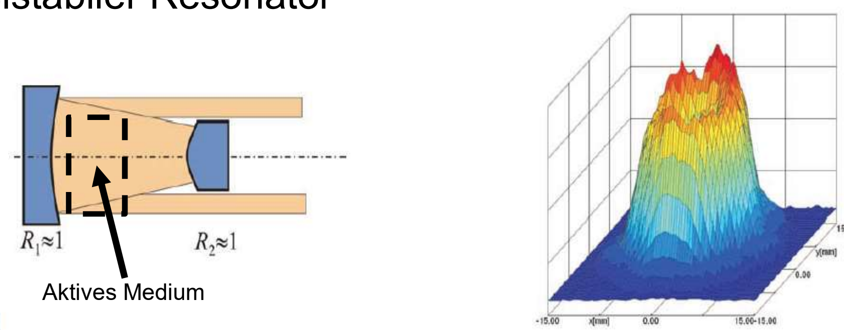


Bild 2.11 Resonator Grundformen und dazugehörige Intensitätsverteilungen. a) stabiler Resonator, b) instabiler Resonator

BLMÜBA_LAS2013: Lasermaterialbearbeitung, J. Bliedtner, H. Müller, A. Barz, Fachbuchverlag Leipzig, 2013, E-Book-ISBN 978-3-446-42929-1

hu

Divergenz und Strahl-aufweitung

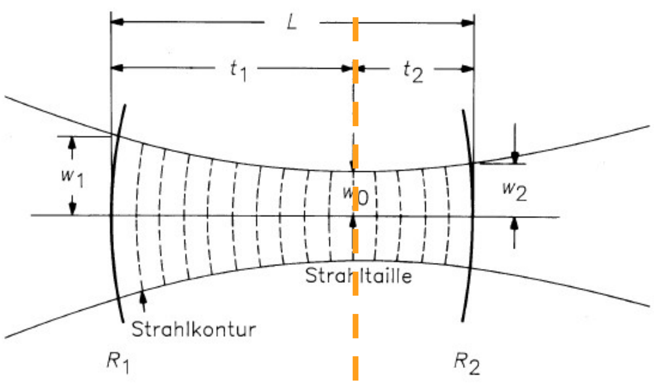
Für Gauss'sche Strahlen innerhalb und außerhalb des Resonators kann man folgende Gleichungen ableiten

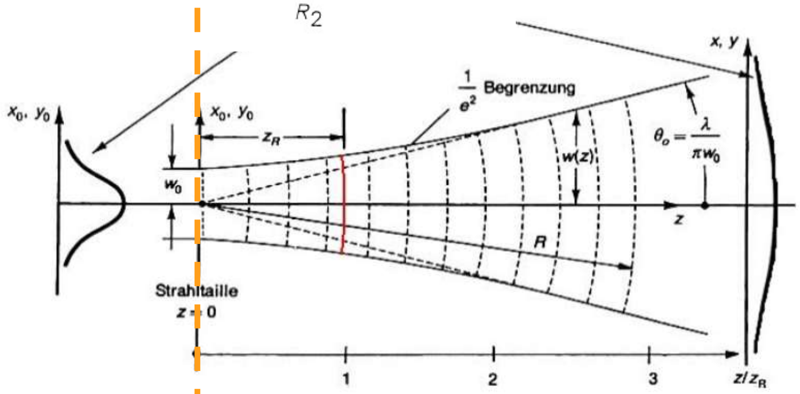
FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Abkürzung: Resonator Parameter $g_{1,2} = 1 - \frac{L}{R_{1,2}}$

mit L = Spiegelabstand

R_1, R_2 = Krümmungsradien der Spiegel 1,2





Formeln für die Strahlgeometrie im Gauß-Mode

Strahltaille: $w_0 = \left(\frac{L\,\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_1 g_2 (1-g_1 g_2)}{(g_1+g_2-2g_1g_2)^2}\right)^{1/4}$

Strahlradien: (definiert durch Intensitätsabfall auf $1/e^2$)

$$w_1 = \left(\frac{L\,\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{1}{1-g_1 g_2}\right)^{1/4}$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \cdot w_1$$

Taillenlage: $t_1 = \frac{g_2(1-g_1)L}{g_1+g_2-2g_1g_2}$, $t_2 = L - t_1$

Divergenzwinkel: $\Theta = \frac{\lambda}{\pi\, w_0}$, $tg(\Theta) = \frac{\Delta R}{s}$

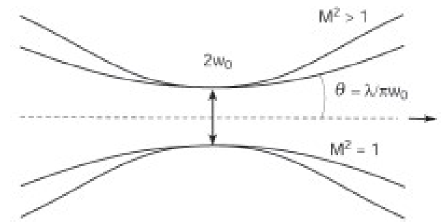
Rayleighlänge: $z_r = \frac{w_0^{\,2} \cdot \pi}{\lambda}$

Def. z_R :
Strahlradius Faktor
$\sqrt{2}$ größer als w_0

Strahlaufweitung: $w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_r^{\,2}}}$

Dimensionen des Laserstrahls in großer Entfernung

Divergenz Θ , Taillenradius w_0 und Maßzahl M eines Laserstrahls werden oft als technische Daten eines Lasers genannt



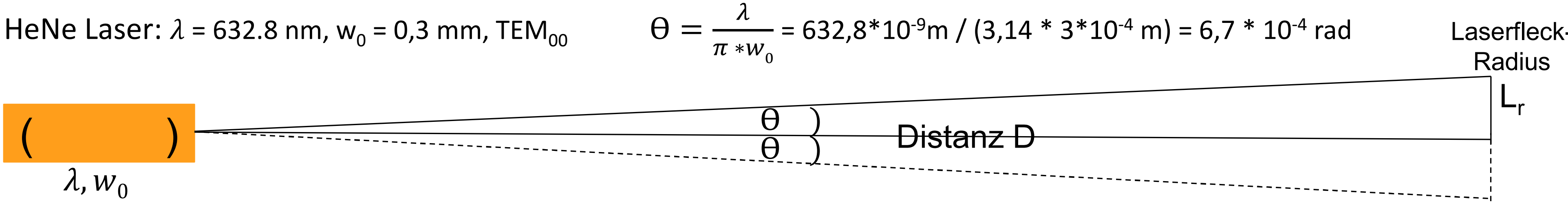
Divergenzwinkel eines Laserstrahls im TEM_{00} ist gegeben durch: $$\boldsymbol{\theta} = \frac{M^2\,\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\pi} * \boldsymbol{w_0}}$$

Oft auch als SPP (Strahlparameterprodukt) angegeben: $\text{SPP} = \boldsymbol{\theta}\, \boldsymbol{w_0} = \frac{M^2\,\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\pi}}$

M^2 ist die sog. Beugungsmaßzahl. $M^2 = 1$ für reinen TEM_{00} und $M^2 > 1$ für nicht ganz ideale TEM_{00} Strahlen

Beispiel: (mit M = 1)

HeNe Laser: λ = 632.8 nm, w_0 = 0,3 mm, TEM_{00} $\Theta = \frac{\lambda}{\pi * w_0}$ = 632,8*10^{-9}m / (3,14 * 3*10^{-4} m) = 6,7 * 10^{-4} rad



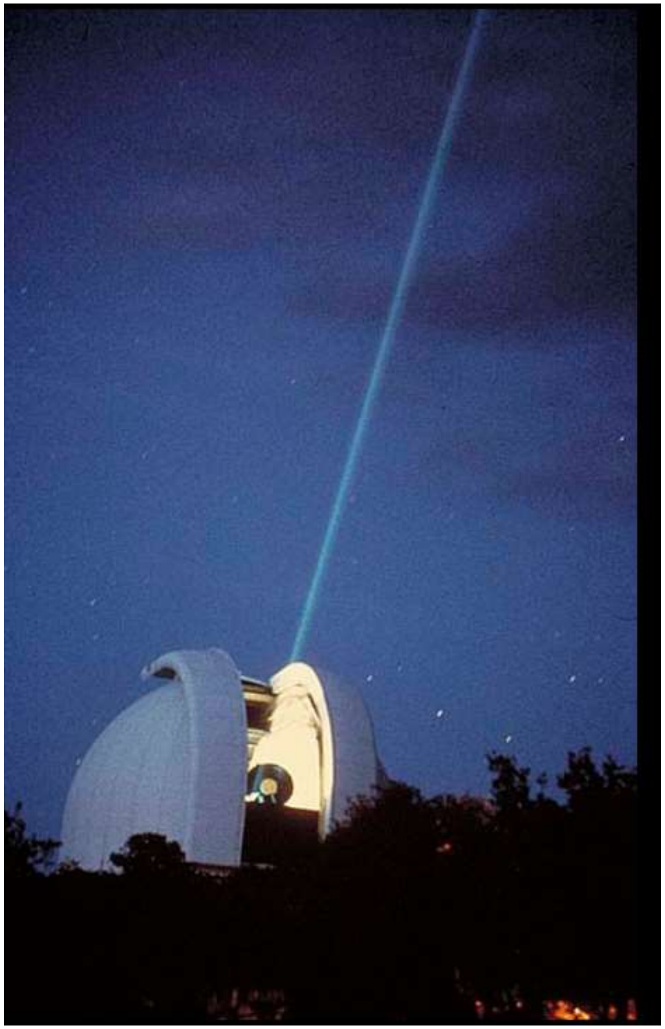
Wie groß ist der Laserfleck eines HeNe Lasers in der Distanz D = 500 m ?

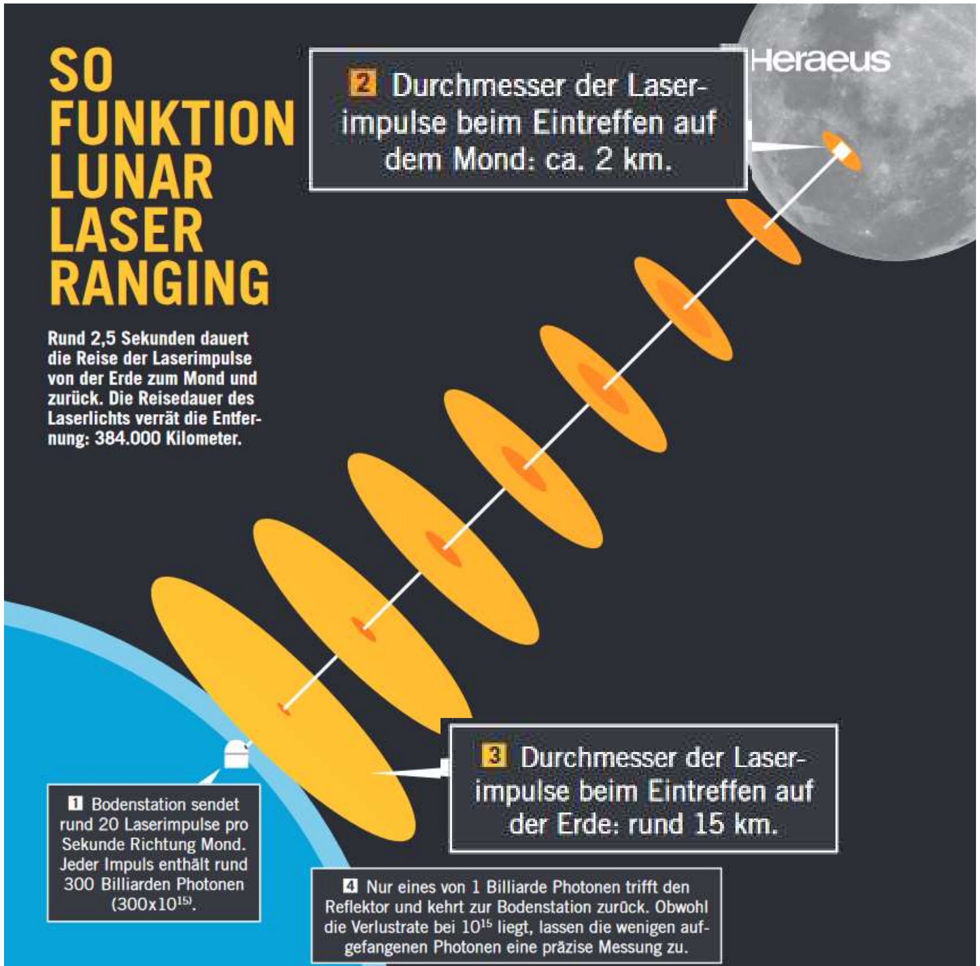
L_r = D * tan Θ ~ D * Θ = 500 m * 6,7 * 10-4 = 0,33 m   mit tan Θ ~ Θ $für\ kleine\ Winkel$

Durchmesser des Laserflecks = 2 * L_r = 66 cm

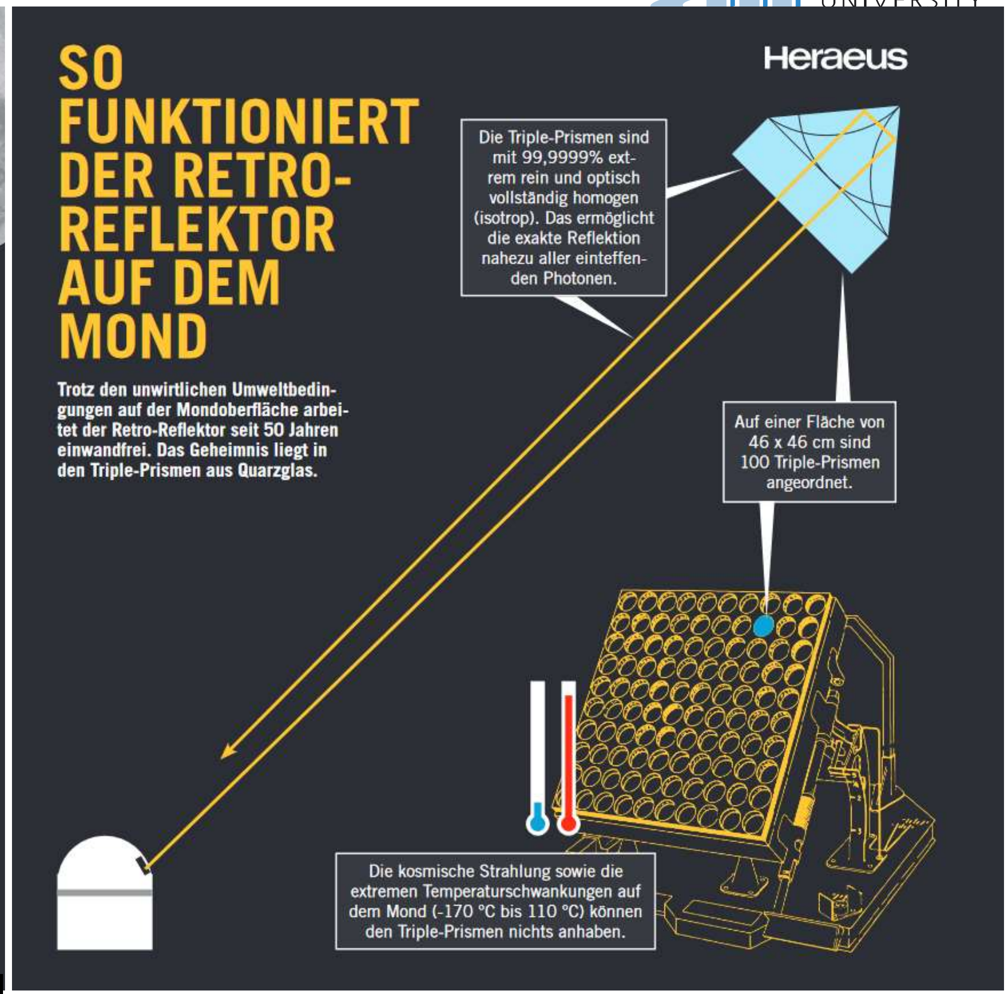
Das 2,7-Meter-Harlan-J.-Smith-Teleskop des McDonald-Observatoriums (USA) wird benutzt, um mit einem Laser die auf dem Mond stationierten Reflektoren anzumessen. (Credit: McDonald Observatory)

https://de.wikipedia.org/wiki/Entfernungsmessung#/media/Datei:Lunar_Laser_McDonald_Observatory.jpg





Ausbeute Photonensignal: $300 * 10^{15}$: 1



https://www.heraeus.com/media/media/landingpages_1/apollo_11/19_CM_02_Moonwalker_Reflektor_Infografik_190312_DE.pdf

Wie groß wäre der Laserfleck auf dem Mond, wenn wir einen Nd:YAG Laser λ = 532 nm (Frequenzverdoppelt) und einer Strahltaille im Resonator w_0 = 2 mm

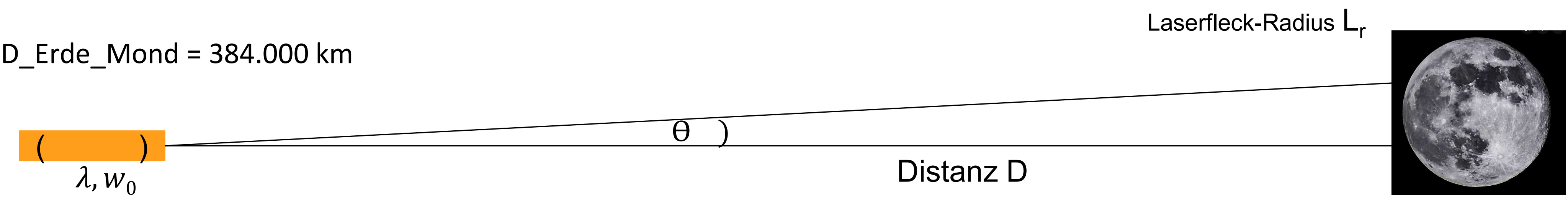
FRANKFURT UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Divergenzwinkel eines Laserstrahls im TEM_{00} ist gegeben durch:

$$\theta = \frac{M^2 \lambda}{\pi * w_0}$$

Annahme: $M^2 = 1$

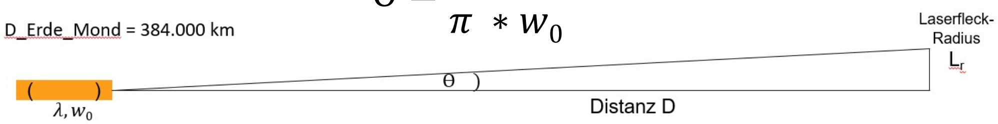
D_Erde_Mond = 384.000 km

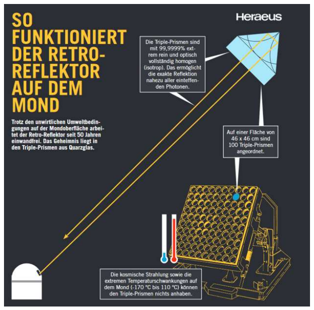


a. $2 L_r$ = ?? (Strahldurchmesser auf dem Mond)
b. Wieviele Photonen treffen auf den Reflektor (40 x 40 cm²), Pulsenergie 150mJ
c. Wieviele reflektierte Photonen kommen auf dem Detektor auf der Erde (Fläche 2 x 2 cm²) zurück?
d. Was kann man tun um mehr Photonen zu erhalten?

Erde-Mond-Erde

$$\theta = \frac{M^2 \lambda}{\pi \; * w_0}$$





Annahme: M^2 = 1

D_Erde_Mond = 384.000 km

Lambda = 532 nm

W0 = 1 mm

a. 2 L_r = ?? (Strahldurchmesser auf dem Mond)?

b. Wieviele Photonen treffen auf den Reflektor (40 x 40 cm²), Pulsenergie 150mJ?

c. Wieviele reflektierte Photonen kommen zurück und treffen auf den Detektor auf der Erde (Fläche 2 x 2 cm²)?

d. Was kann man tun um mehr Photonen zu erhalten?

a) Divergenzwinkel ausrechnen

$\boldsymbol{\theta} = \frac{M^2 \lambda}{\pi * w_0}$ = 532 10^{-9} m / (3.14 * 0,001 m) = 1,7 10^{-4} rad

Laserfleck Radius auf dem Mond bestimmen

L_r = D_{erde_mond} * tan θ ~ D_{erde_mond} * θ ~ 65 km

Durchmesser D_r = 2 L_r ~ 130 km

c) Anzahl Photonen eines Pulses bestimmen

N_{Phot} = E_{Puls} / E_{Phot}

E_{Puls} = 150mJ

E_{Phot} = h*c/λ = 6,62*10^{-34} Js * 2,998*10^8 m/s / 532*10^{-9} m

= 3,73* 10^{-19}J

N_{Phot} = 150 10^{-3} / 3,73 10^{-19}J = 4,02 * 10^{17} Photonen pro Puls

Wieviele Photonen treffen den Reflektor auf dem Mond?

N_{Refl} = N_{Phot} * A_{Refl} / A_{Laser}

A_{Refl} = 0,4 * 0,4 m² = 0,16 m²

A_{Laser} = π * Lr² = 3,14 * 65000*65000 m² = 1,33 10^{10} m²

N_{Refl} ~ 4,84 * 10^6 Photonen / Puls

d) Wieviele zurückreflektierte Photonen misst der Detektor auf der Erde??

Annahme: Strahldivergenz θ für Hin- und Rückweg gleich

$A_{detektor}$ = 4 * 10^{-4} m²

$N_{Detektor}$ = N_{Phot} * $A_{Refektor}$ / A_{Laser} * $A_{Detektor}$ / A_{Laser} =

4,02 * 10^{17} * 0,16 m²/ 1,33 10^{10} m * 4 * 10^{-4} m²/ 1,33 10^{10}

~ 1.5 10^{-7} pro Puls ➔ So praktisch nicht messbar