

Grundlagen der Lasertechnik

Skript zur Vorlesung von
Prof. Dr. K. Jansen
Fachbereich 2
Fachhochschule Frankfurt/Main

Literatur : Optik und Laser

1. E. Hecht: Optik
3. Auflage, Oldenbourg Verlag
ISBN 3-486-24917-7
2. Pedrotti, Pedrotti, Bausch, Schmidt: Optik für Ingenieure
2. Auflage, Springer Verlag
ISBN 3-540-67379-2
3. Schröder: Technische Optik
Vogel Verlag Würzburg (Kamprath-Reihe)
ISBN 3-8023-0067-X
4. Lipson, Lipson, Tannhäuser: Optik
Springer Verlag
ISBN 3-540-61912-7

-
5. Eichler, Eichler: Laser
4. Auflage, Springer Verlag
ISBN 3-540-41917-9
 6. Donges: Physikalische Grundlagen der Lasertechnik
Hüthig Verlag Heidelberg
ISBN 3-7785-2800-9
 7. Tradowsky: Laser
Vogel Verlag Würzburg, Kamprath - Reihe
ISBN ?
 8. Kneubühl, Sigrist: Laser
Teubner Verlag
ISBN 3-519-43032-0

Grundlagen der Lasertechnik

Inhaltsverzeichnis:

1. Atomphysik:

- 1.1 Coulombkraft, Elektrisches Feld einer Punktladung.
- 1.2 Rutherford'sches und Bohr'sches Atommodell.
- 1.3 Franck - Hertz - Versuch.
- 1.4 Quantenmechanik-Modell, Auswahlregeln, Pauli - Prinzip.
- 1.5 Photoeffekt, Unschärferelation.

2. Laser - Grundlagen:

- 2.1 Prinzip eines Lasers, metastabile Zustände.
- 2.2 Der Helium / Neon Laser.
- 2.3 Resonatorarten und Stabilitätskriterium.
- 2.4 Geometrien des Gauß'schen Strahls.
- 2.5 Longitudinal- und Transversalmoden eines Lasers.
- 2.6 Der CO₂ - Laser.
- 2.7 Festkörperlaser: Rubinlaser und Nd:YAG - Laser.
- 2.8 Nichtlineare Optik: Frequenzverdopplung.
- 2.9 Erzeugung ultrakurzer Laserpulse.
- 2.10 Der Halbleiterlaser.

3. Lasernwendungen:

- 3.1 Das Laser-Doppler-Anemometer.
- 3.2 Holographie.

Grundlagen der Lasertechnik

Das Wort Laser bedeutet: Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation.

I. Erzeugung von Licht

1.) Das elektrische Feld von Punktladungen:

Ein Atom besteht aus: Kern und Hülle

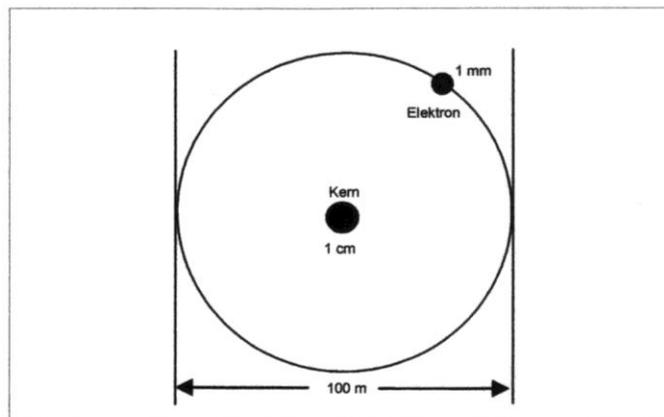
Ein Atomkern besteht aus: Positiv geladenen Protonen und elektrisch neutrale Neutronen, den sogenannten Nukleonen.

Die Hülle besteht aus: Negativ geladenen Elektronen.

Die Anzahl der Protonen bestimmen das chemische Element!

Der Atomdurchmesser liegt in der Größenordnung von $10^{-10}m = 1 \text{ \AA}$.

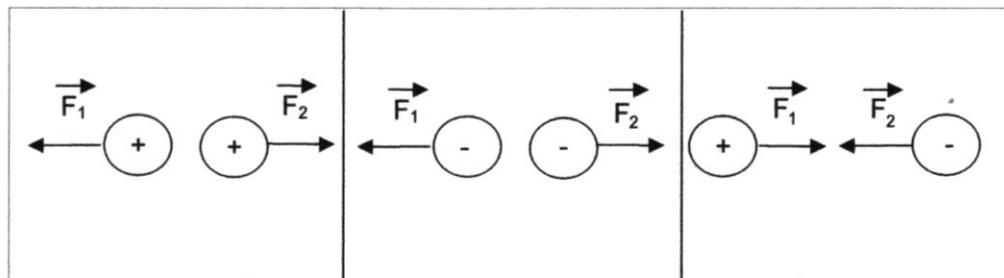
Die Größenverhältnisse im Atom zeigt das folgende Bild:



Die Elementarladung e besitzt den Wert: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$

Elektrische Ladungen üben Kräfte aufeinander aus.

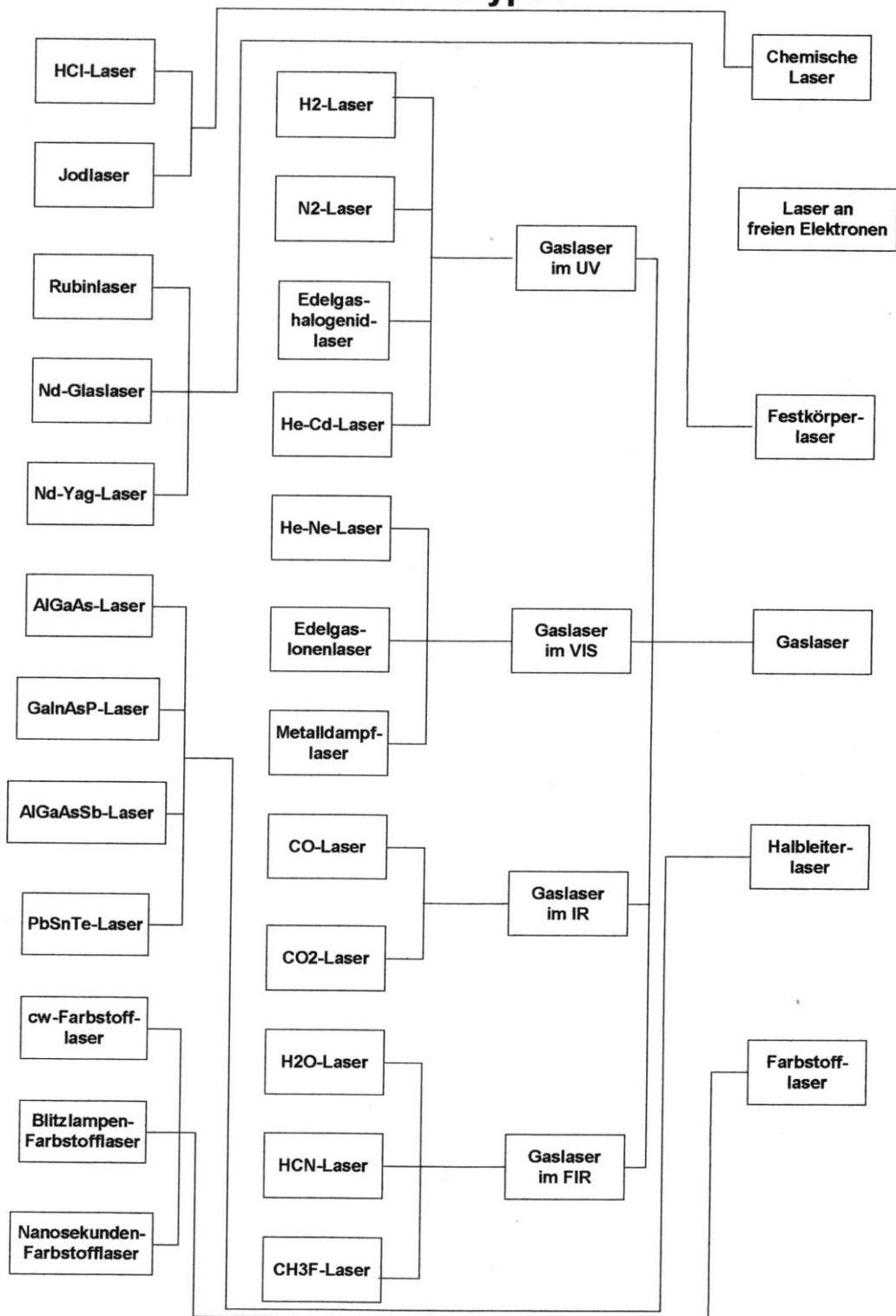
Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, und ungleichnamige Ladungen ziehen sich an.



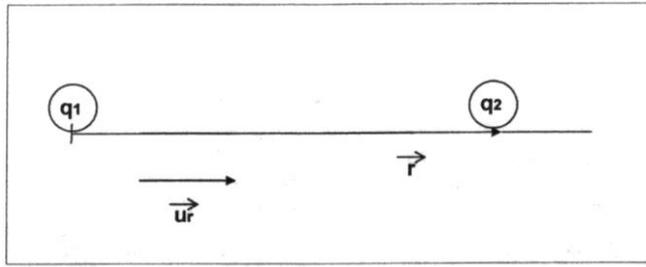
Es gilt das Newton'sche Axiom: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

Die Kraft \vec{F} wird beschrieben durch das Coulomb'sche Gesetz!

Lasertypen



	Festkörperlaser			Gaslaser			Halbleiterlaser		Farbstofflaser
	Rubin	Nd-Glas	Nd-Yag	Ionen	HeNe	CO2	AlGaAs	PbSnTe	
Nichtlineare Optik	★	★	★						★
Laserspektroskopie				★		★	✦	★	★
Laserphotochemie			✦			★			★
Medizin + Biologie				★	✦	★			
Lasergesteuerte Kernfusion		★				★			
Materialbearbeitung	✦	✦	★	✦		★			
Längenmessung					★			✦	
Geschwindigkeitsmessung					★	★		★	
Signalübertragung								★	
Holographie		✦	★	★			✦		
Integrierte Optik			✦		✦			★	
Optisches Pumpen				★				★	



$$\vec{F} = c \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

\vec{u}_r ist der Einheitsvektor in \vec{r} -Richtung.

Die Proportionalitätskonstante c ist experimentell bestimmt worden und ergibt sich zu:

$$c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}; \quad \text{Dielektrizitätskonstante } \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

Das Coulomb'sches Gesetz lautet also:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

Wenn $q_1 > 0$ und $q_2 < 0$ ist, folgt daraus: $\vec{F} \sim -\vec{u}_r \Rightarrow$ Es liegt eine anziehende Kraft vor.

Fazit: 1.) $F \sim \frac{1}{r^2}$ 2.) Radialsymmetrie 3.) Ladungssymmetrie

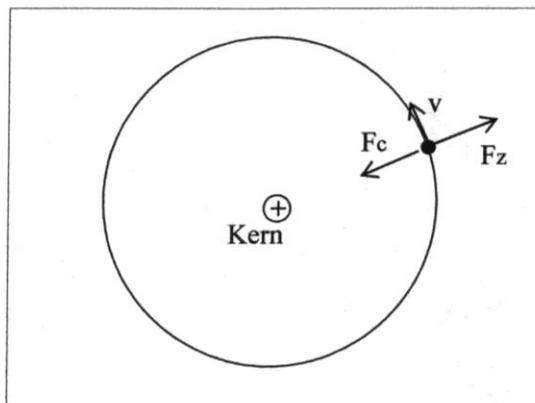
Das elektrische Feld einer Punktladung ergibt sich aus: $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

Die Einheit von \vec{E} ist $\frac{N}{C} = \frac{V}{m}$.

2.) Das Rutherford'sche Atommodell:

Das Wasserstoffatom besteht aus einem Proton und einem Elektron.



Für eine stabile Kreisbahn muß die folgende Gleichgewichtsbedingung gelten:

$$|\vec{F}_z| = |\vec{F}_c|$$

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m_e r}}} \quad (1)$$

Die Gesamtenergie des Elektrons E_{ges} beträgt:

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} m_e v^2 + E_{pot}$$

$$E_{pot} = \int \underbrace{-\vec{F}_c}_{\text{aufzuwendende Kraft!}} \cdot d\vec{r} = - \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e(-e)}{r^2} |\vec{u}_r| \underbrace{\cos 0^0}_1 dr$$

$$E_{pot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 \int \frac{1}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} e^2 \left(-\frac{1}{r}\right)$$

Die potentielle Energie beträgt also: $E_{pot} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$

Daraus folgt: $E_{ges} = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$

Mit Gleichung (1) ergibt sich:

$$\boxed{E_{ges} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}} \quad (2)$$

Experimente ergeben:

Die Ionisationsenergie von Wasserstoff beträgt 13,6 eV. $[13,6 \text{ eV} \triangleq 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}]$

Also beträgt die Bindungsenergie -13,6 eV !

Aus Gleichung (2) folgt:

$$\boxed{r = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 \cdot (-2,2 \cdot 10^{-18} \text{ J})} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}}$$

Der Atomdurchmesser ist also ungefähr 1 Å. Das Ergebnis ist realistisch und unterstreicht das Modell!

Versagen des Rutherford'schen Modells:

1.) Es wird bei allen H-Atomen 13,6 eV gemessen.

Nach Rutherford sind alle möglichen Bahnen gleich wahrscheinlich.

2.) Eine beschleunigte Ladung strahlt eine elektromagnetische Welle ab.

Dies ist ein Energieverlust. \Rightarrow Das Atom ist instabil, in $\approx 10^{-16}$ s erfolgt der Absturz des Elektrons in den Kern.

Ergebnis: Das Modell muß verbessert werden!

Es erfolgt die Einarbeitung der Welleneigenschaften von Teilchen:

Die de Broglie-Beziehung lautet: $p = \hbar k$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, mit $h = 6,6260755 \cdot 10^{-34}$ J s.
h heißt Planck'sches Wirkungsquantum oder Planck'sche Konstante.

3.) Das Bohr'sche Atommodell:

Es gibt drei Bohr'sche Postulate.

1. Bohr'sches Postulat: Elektronen bewegen sich im Atom nur auf bestimmten diskreten Kreisbahnen.

Dies sind stabile Bahnen, das entspricht stationäre Zustände \Rightarrow

Keine Energieabstrahlung!

2. Bohr'sches Postulat: Energieabstrahlung bzw. -aufnahme erfolgt bei einem Bahnwechsel.

z.B. $E_2 - E_1 = hf$

Es sollen die Coulombkraft, die Zentrifugalkraft und die Eigenschaft einer stehenden Welle gelten.

Die stationäre Bedingung für eine stehende Welle lautet:

$$2\pi r = n\lambda ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Die stationäre Bedingung für ein Elektron lautet im Wasserstoffatom:

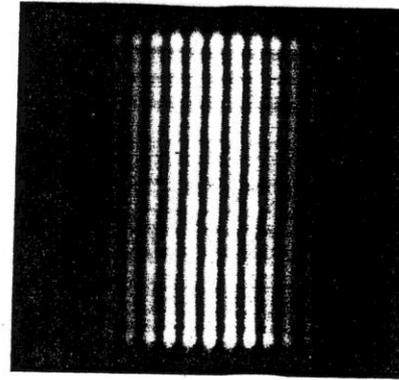
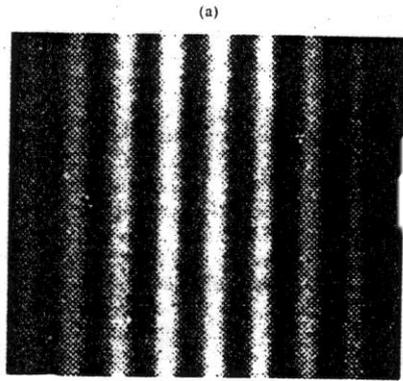
$$v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r}$$

Die de Broglie-Beziehung:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v}$$

Hieraus folgt:

$$\frac{h^2}{m_e^2 \lambda^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r}$$



(a)

(b)

(a) Interferenzstreifen, die mit Elektronen hinter einem Doppelspalt erzeugt wurden. Jedes Korn des photographischen Negativs wurde hier durch ein Elektron „belichtet“. Zum Vergleich zeigt Bild (b) Interferenzstreifen, die hinter einem Doppelspalt mit Licht entstanden sind

Hier wurde jedes Korn des Negativs durch ein Photon belichtet.

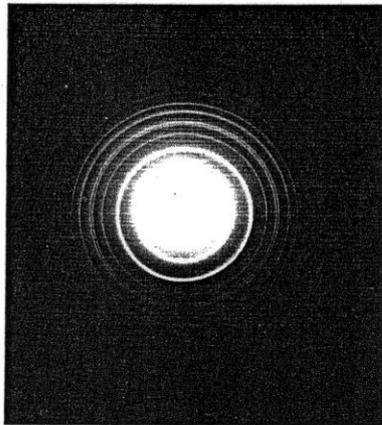


Bild 5.7. Photographie der Elektronenbeugung durch Weißzinn, hergestellt nach der in Bild 5.6 schematisch dargestellten Methode. Sehr kleine Zinnkristalle (Größe etwa 300 \AA) werden auf eine dünne Schicht Siliciummonoxid aufgebracht. Diese Schicht dient als Probe. Das zur Beugung der Elektronen verwendete Gerät ist in diesem Fall ein Elektronenmikroskop. Die Probe wurde mit Elektronen mit einer Energie von 100 keV „beleuchtet“. (Diese Elektronenenergie entspricht einer Wellenlänge von etwa $0,04 \text{ \AA}$.) Die hier sichtbaren Beugungsringe entstehen als Schnittlinien der Kegelmäntel in Bild 5.6 auf der photographischen Platte.

Ziel dieses Beugungsexperiments war es, die Kristallstruktur der bei einem Verdampfungsprozeß gebildeten sehr kleinen Zinnkristalle zu untersuchen. (Bild von Dr. W. Hines und Professor

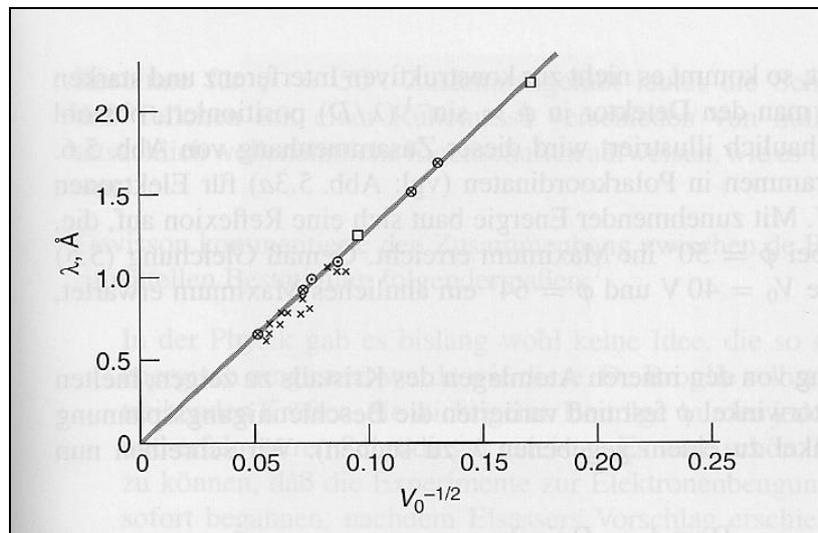
Photographie der Beugungsmuster bei der Beugung von Röntgenstrahlen durch Weißzinn nach der in Bild 5.6 dargestellten Methode. Hier wurde keine ebene photographische Platte verwendet sondern ein Filmstreifen, der während der Belichtung wie ein Kreisbogen gekrümmt war. Das Prinzip des Experiments wird dadurch jedoch nicht berührt. Die Probe bestand aus einer geringen Menge fein pulverisierten Zinns; die mittlere Kristallgröße betrug etwa $1 \mu\text{m}$, die verwendete Wellenlänge etwa $1,5 \text{ \AA}$.

Dieses Bild sollte sorgfältig verglichen werden. Die Ähnlichkeit fällt einem sofort auf: Es kann gar keinen Zweifel geben, daß Elektronen und Röntgenstrahlen durch die Zinnkristalle in gleicher Weise gebeugt werden.

de Broglie:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

- Dissertation: 1924.
- Messungen von Davisson und Germer 1927 (Nobelpreis) s.u..
- 1929 de Broglie Nobelpreis.

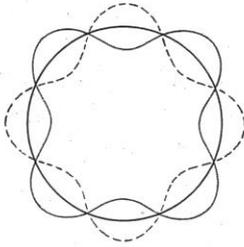


V_0 : Beschleunigungsspannung der Elektronen

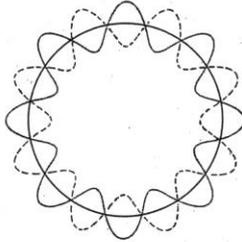
$$E = e \cdot V_0 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2 \cdot m}$$

$$p = \sqrt{2 m e V_0} = \sqrt{2 m e} \cdot \sqrt{V_0} = \frac{h}{\lambda}$$

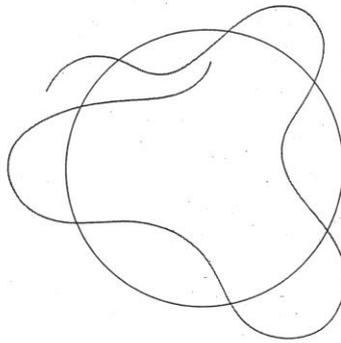
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m e}} \cdot V_0^{-\frac{1}{2}}$$



Umfang = 4 Wellenlängen



Umfang = 8 Wellenlängen



Eine nichtganze Zahl von Wellenlängen ist nicht stabil,
da destruktive Interferenz auftritt.

$$\frac{\hbar n^2}{m_e 4\pi^2 r^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$r = \frac{\hbar^2 n^2 \epsilon_0}{m_e \pi e^2}$$

Das Ergebnis lautet:

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{m_e e^2} n^2$$

a.) $n = 1 \Rightarrow$ Bohr'scher Radius: $a_0 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Dies ist realistisch.

b.) Berechnung der Geschwindigkeit des Elektrons:

$$v^2 = \frac{e^2 m_e e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2} \Rightarrow$$

$$v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar n}$$

Für $n=1$ ergibt sich: $v = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

c.) Berechnung der Energieniveaus des H-Atoms im Bohr-Modell :

Potentielle Energie:
$$E_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e e^4}{\hbar^2 n^2}$$

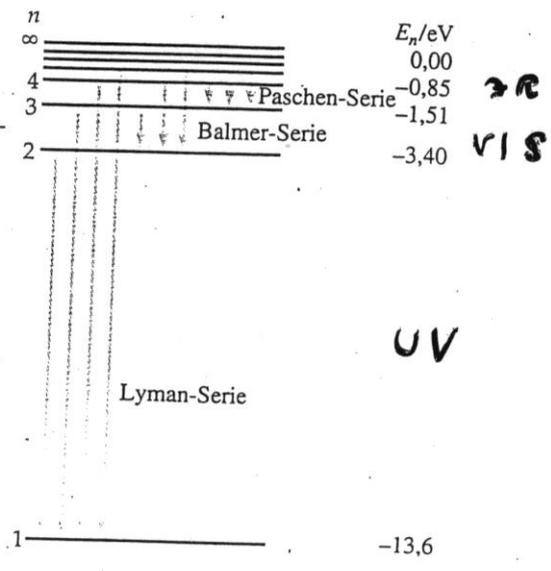
Kinetische Energie:
$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2}$$

Gesamtenergie: $E_{ges} = E_p + E_{kin} \cdot$
$$E_{ges} = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e e^4}{2 \hbar^2 n^2} = E_n$$

Der Grundzustand ergibt sich zu: $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ und ist experimentell bestätigt. Das Bohr-Modell führt auf Grund der Welleneigenschaften zu Energieniveaus.

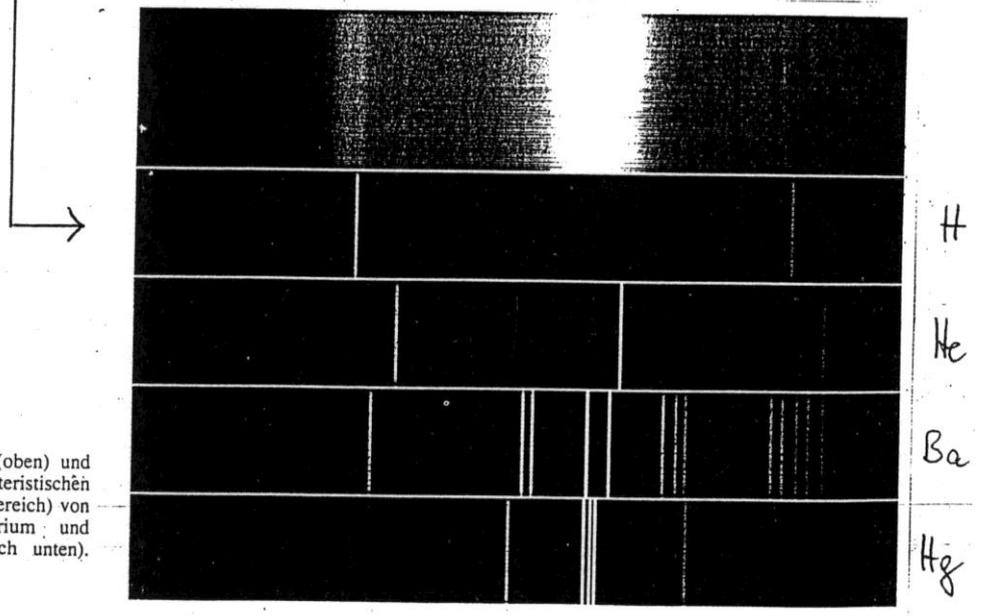
Experimentelle Beweise für Energieniveaus:

- a.) Messung von Spektrallinien.
- b.) Der Franck-Hertz-Versuch (1914).

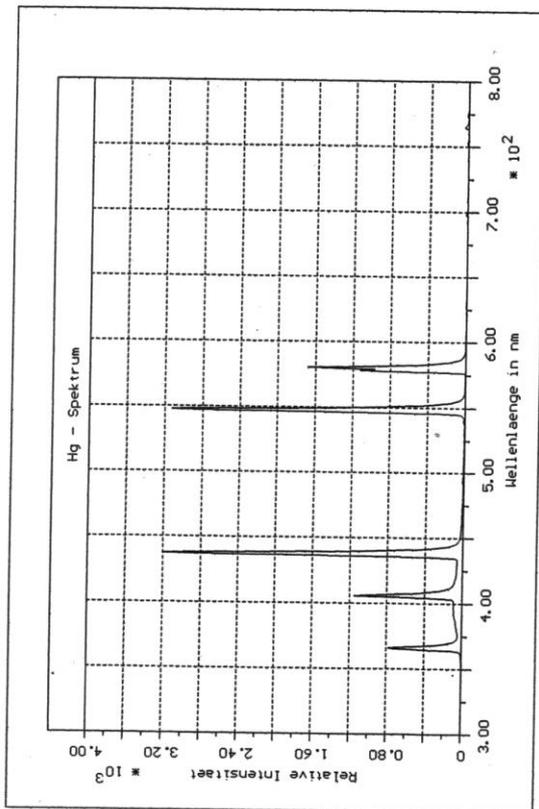
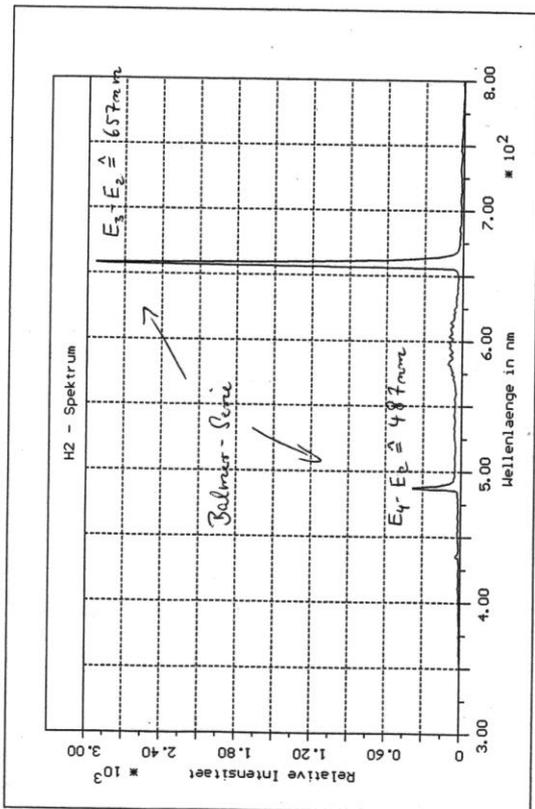
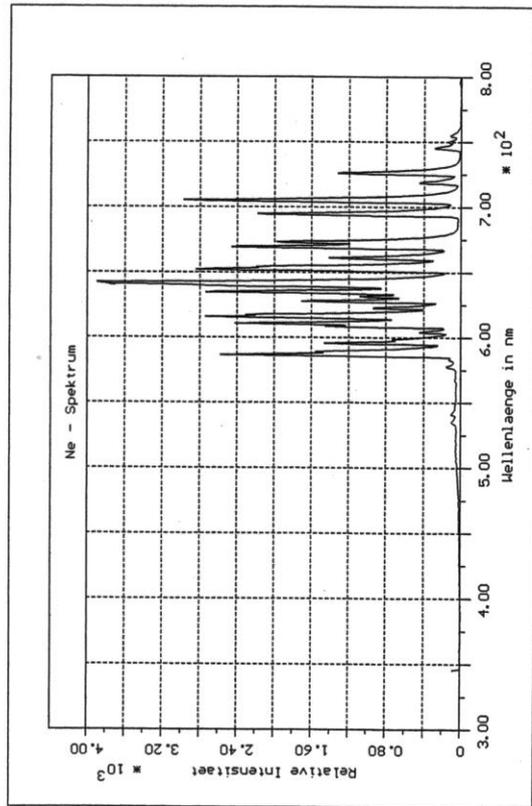
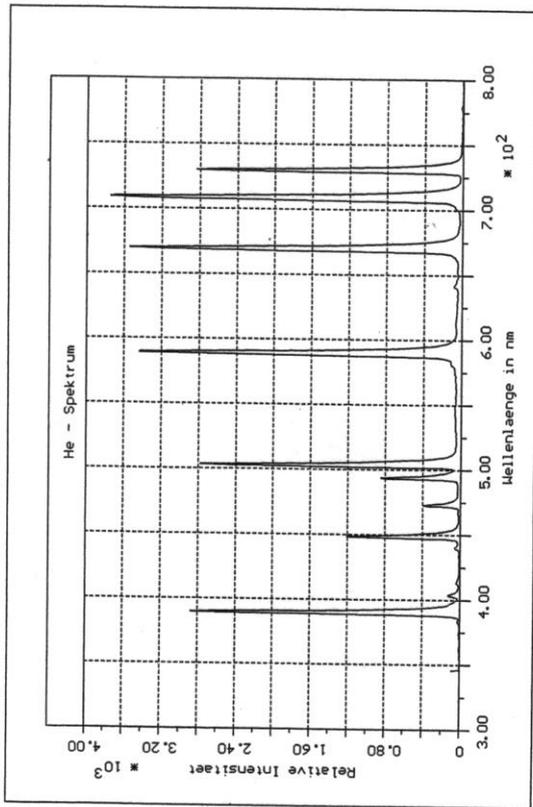


Termschema für Wasserstoff mit einigen Übergängen aus den Lyman-, Balmer- und Paschen-Serien.

blau grün gelb rot



Kontinuierliches Spektrum (oben) und im Vergleich dazu die charakteristischen Linienspektren (sichtbarer Bereich) von Wasserstoff, Helium, Barium und Quecksilber (von oben nach unten).



DIPL.-ING. JOACHIM SEIDEL
**PERIODENSYSTEM DER ELEMENTE
 UND ATOMBAU**
 (Schematische Darstellung der Elektronenhülle)

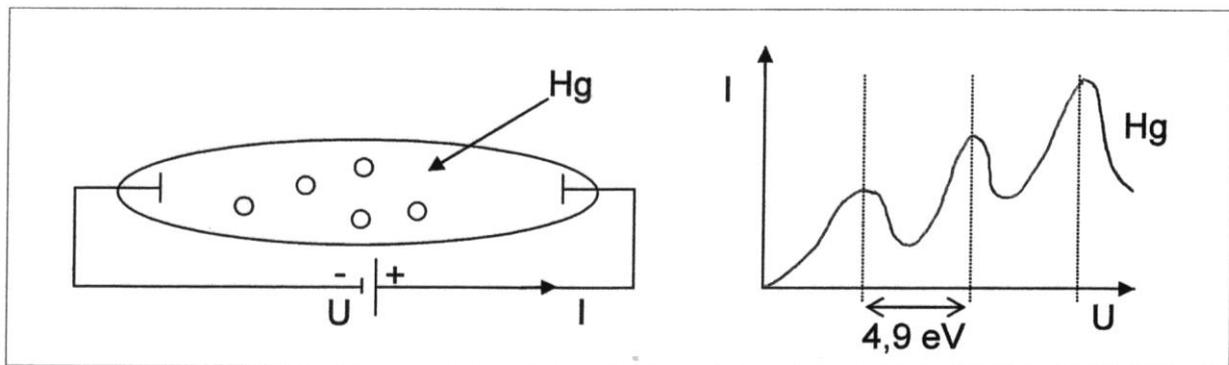
A) Hauptgruppen

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		K	L	M	N	O	P	Q	Periode
	10	1						40	2	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=7	
1	H							He		(He)							1
2	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne		(Ne)							2
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar		(Ar)							3
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni							4
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd							5
6	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt							6
7	Fr	Ra	Ac														7

Hauptschale:	K	L	M	N	O	P	Q
Haupt-quantenzahl:	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=7

Elektronen maximal:	2	2	6	10	14	18	20
Nebenquantenzahl l:	0	0	1	1	2	3	3

Alle Rechte vorbehalten
 © 1966 Joachim Seidel, Lehrmittelverlag, 1 Berlin 41



Es treten elastische Stöße zwischen den Elektronen und den Hg-Atomen auf. Diese führen aber nicht zu einem Energieübertrag, da die Masse der Elektronen sehr klein gegen die Hg-Atommasse ist. Ist die Geschwindigkeit der Elektronen groß genug, treten inelastische Stöße auf. Die Hg-Atome gehen in einen angeregten Zustand über, die Elektronen verlieren Energie, so daß der Strom I sinkt. Beim Übergang der Hg-Atome in den Grundzustand wird UV-Licht der Wellenlänge 253,6 nm ausgesendet, dessen Energie genau mit dem gemessenen Energieverlust der Elektronen von 4,9 eV übereinstimmt.

Vorteile des Bohr-Modells:

Wasserstoffähnliche Atome, wie H , He^+ , Li^{++} , ..., werden gut beschrieben.

Nachteile des Bohr-Modells:

Beschreibt komplexe Atome nicht gut.

Erklärt nicht die unterschiedliche Intensität der Spektrallinien.

Erklärt nicht die Existenz von Doppellinien.

4.) Das Modell der Quantenmechanik:

Der Bahnbegriff wird aufgegeben. Die Elektronenzustände werden durch Wellenfunktionen, die eine Lösung der Schrödingergleichung sind, und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten beschrieben. Charakterisiert werden die Zustände durch Quantenzahlen.

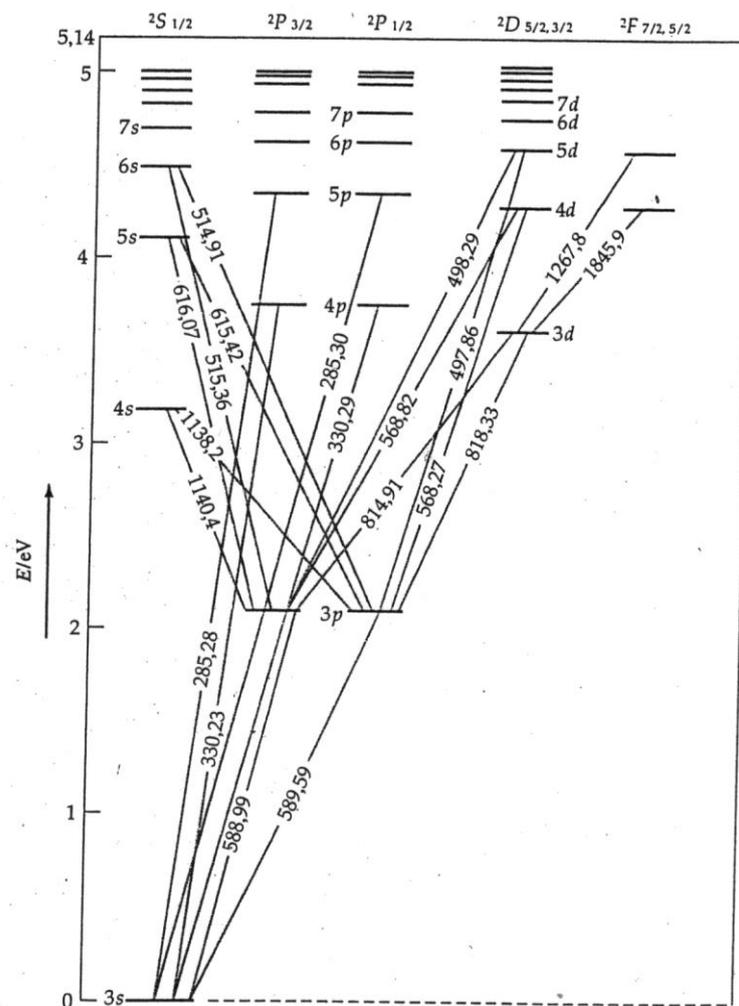
- a.) Hauptquantenzahl: $n = 1, 2, 3, \dots$ (K, L, M, N, ...).
- b.) Nebenquantenzahl: $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$. (s, p, d, f, ...).
(Bahndrehimpulsquantenzahl)
- c.) Magnetische Quantenzahl: $m = -l, -l+1, \dots, l-1, +l$.
- d.) Spinquantenzahl: $s = \frac{1}{2}$.
- e.) Magnetische Spinquantenzahl: $m_s = \pm \frac{1}{2}$.

Bei Bahnübergängen existieren Auswahlregeln. Diese resultieren aus dem Drehimpulserhaltungssatz.

$$\Delta l = \pm 1 \quad \text{und} \quad \Delta m = 0, \pm 1.$$

Das Termschema des Natriumatoms. Die schrägen Linien geben die beobachteten Übergänge an. Die Zahlenwerte sind die Wellenlängen in Nanometern (nm), und die Energieskala bezieht sich auf den Grundzustand des Atoms.

Na



Das Pauli - Prinzip (bestätigt durch die Quantenmechanik und gemessene Spektrallinien):

Pauli (1925): Können alle Elektronen eines Atoms z.B. von Uran (92) sich im $n=1, l=0$ Zustand befinden? Unwahrscheinlich!

Keine zwei Elektronen eines Atoms können in allen Quantenzahlen übereinstimmen.

=> Maximale Besetzungszahlen der einzelnen Zustände.

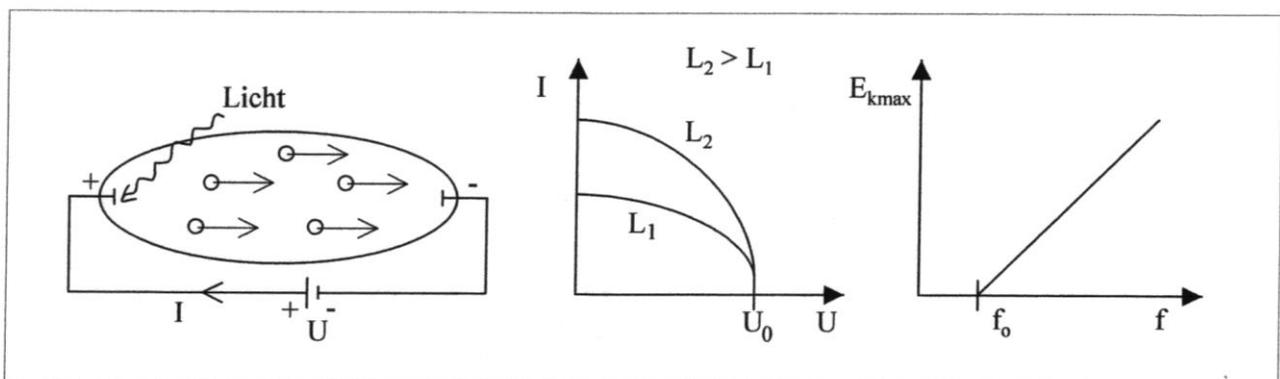
Eigenschaften von Licht

5.) Der Welle - Teilchen - Dualismus:

Typische Welleneigenschaften sind: Beugung, Interferenz

Typische Teilcheneigenschaften sind: Endliche Ausdehnung, Masse, Impuls.

Erste Hinweise \approx 1900: Der Photoeffekt.



U : Bremsspannung; $L_{1,2}$: Lichtintensität; $E_{kmax} = e U_0$.

Nicht erklärbar war:

- 1.) U_0 und damit E_{kmax} ist unabhängig von L . Warum erhöht sich nicht die Energie der Elektronen bei größerer Lichtintensität?
- 2.) Unterhalb von f_0 tritt kein Photoeffekt auf, egal wie groß L war.
- 3.) Die Steigung der Geraden erweist sich als materialunabhängig. f_0 ist materialabhängig.

Erklärung Einstein (1905 Nobelpreis):

Licht besteht aus Teilchen -> Photonen, Lichtquanten, Wellenpaketen.

Die Photonenenergie muß proportional f sein.

Die Photonenenergie muß größer als die Austrittsarbeit sein.

$$E_{kmax} \sim (f - f_0) \Rightarrow E_{kmax} = h (f - f_0) = hf - hf_0.$$

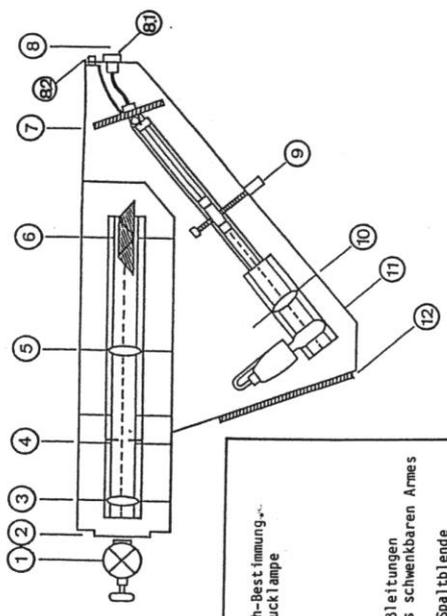
h ist materialunabhängig und hf_0 ist die Austrittsarbeit.

Fazit: Licht breitet sich wie eine Gruppe kleiner Energiepakete aus, besitzt aber auch Welleneigenschaften. Die Lichtintensität entspricht der Anzahl der Wellenpakete.

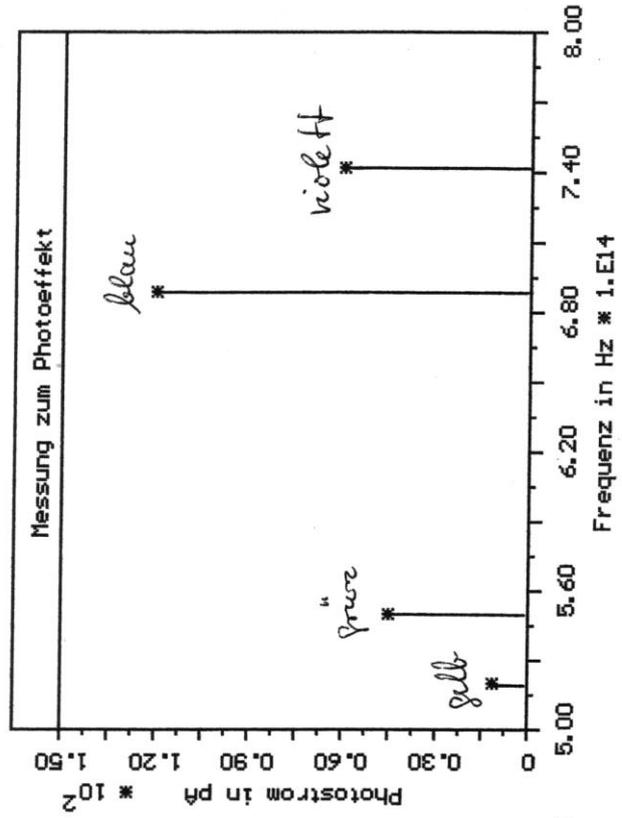
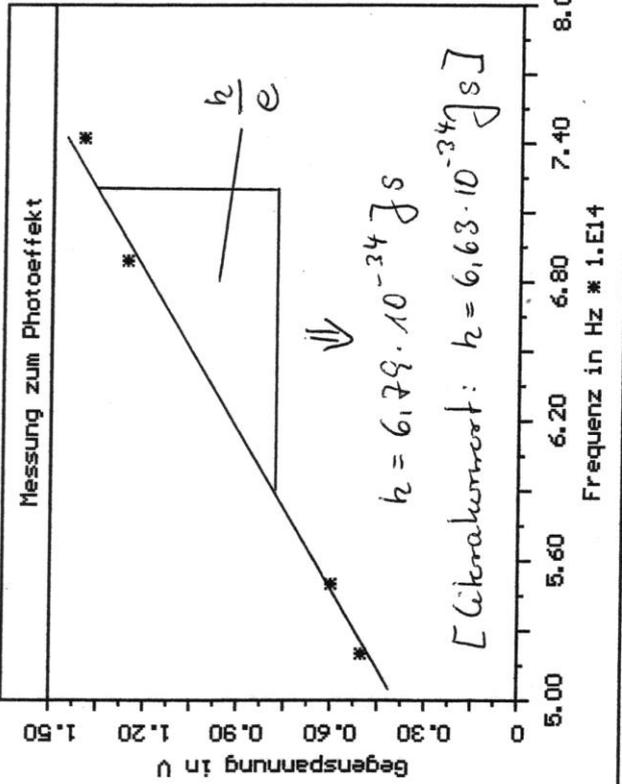
Photon:

$$E = hf ; \quad p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$$

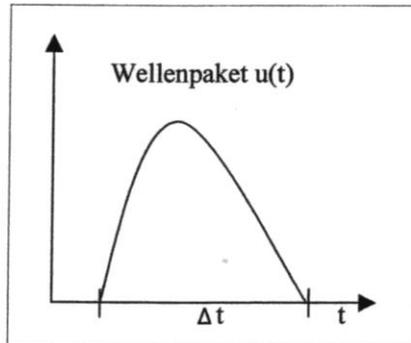
$$E = mc^2 = hf \Rightarrow mc = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$



- Kompaktanordnung zur h -Bestimmung
- (1) Quecksilberhochdrucklampe
 - (2) Schieber
 - (3) Sammellinse
 - (4) Spalt
 - (5) Abbildungslinse
 - (6) Geradsichtprisma
 - (7) Spiegel
 - (8) Anschlüsse der Meßleitungen
 - (9) Gewindeführung des schwenkbaren Armes der Fotozelle
 - (10) Sammellinse mit Spaltblende
 - (11) Fotozelle
 - (8.1) Anschluß für Meßverstärker
 - (8.2) 4-mm-Buchsen
 - (12) Fenster und Abblendschieber



Die Unschärferelation:



Die Fouriertransformation lautet:

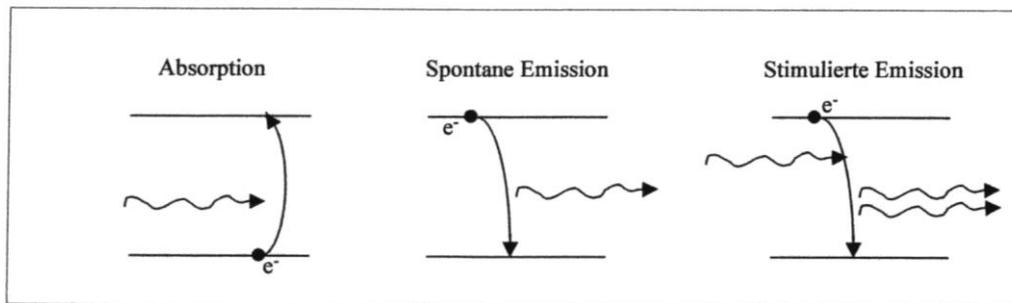
$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(f) e^{j\omega t} df \quad \text{und} \quad A(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt, \quad \omega = 2\pi f.$$

Das obige Wellenpaket wird also aus einem Spektrum von harmonischen Wellen gebildet.

Man kann zeigen: $\Delta t \Delta \omega \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta t \Delta(\hbar\omega) \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}}$

Ergebnis: ΔE kann nicht Null sein. Das heißt, die Energieniveaus müssen eine endliche Breite haben.

Absorption und Emission eines Photons:



Absorption eines Photons: Die eingestrahlte Energie (Frequenz) muß "stimmen".

Spontane Emission: z.B. Natürliches Licht, Glühlampe. Keine feste Phasenbeziehung.

\Rightarrow Destruktive Interferenz ist möglich (Auslöschung).

Stimulierte Emission: Große Kohärenzlänge \Rightarrow positive Interferenz.

Beim Laser ist die emittierte Frequenz verbreitert. Die Ursachen sind die Unschärferelation und der Dopplereffekt.

Spektrale Verbreiterung:

$$S(f) = \frac{c}{f_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mc^2(f-f_0)^2}{2kTf_0^2}\right)$$

k: Boltzmann-Konstante, m: Molekülmasse, f_0 : Mittenfrequenz.

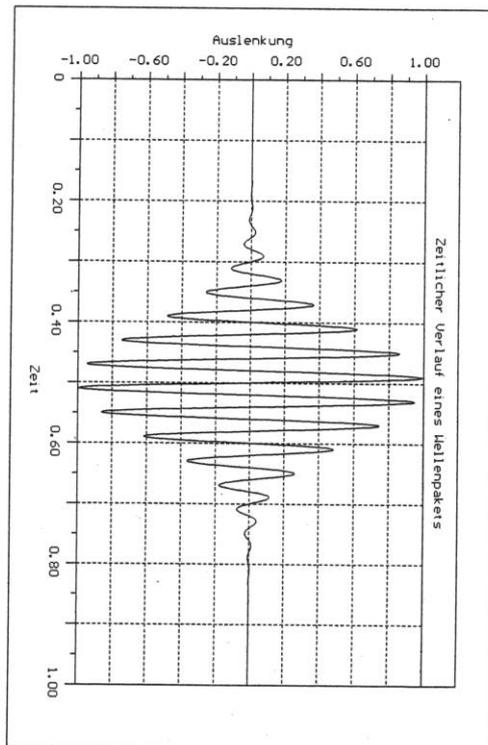
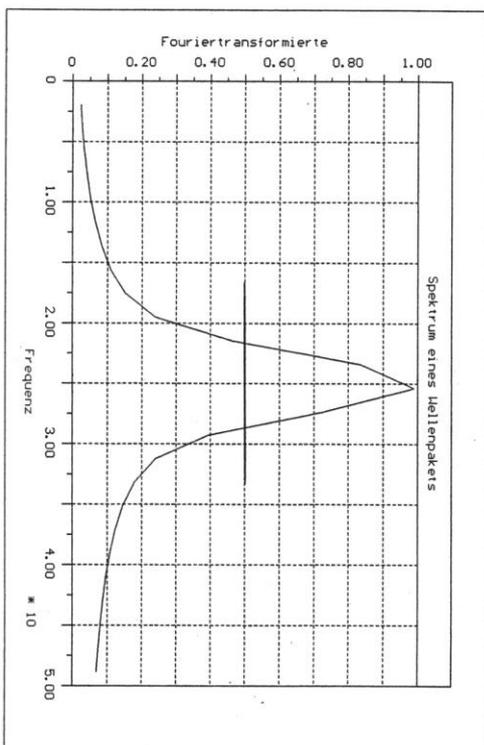
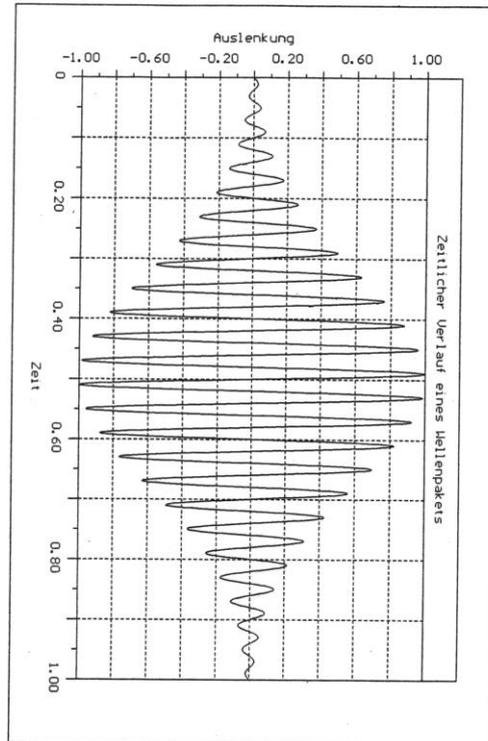
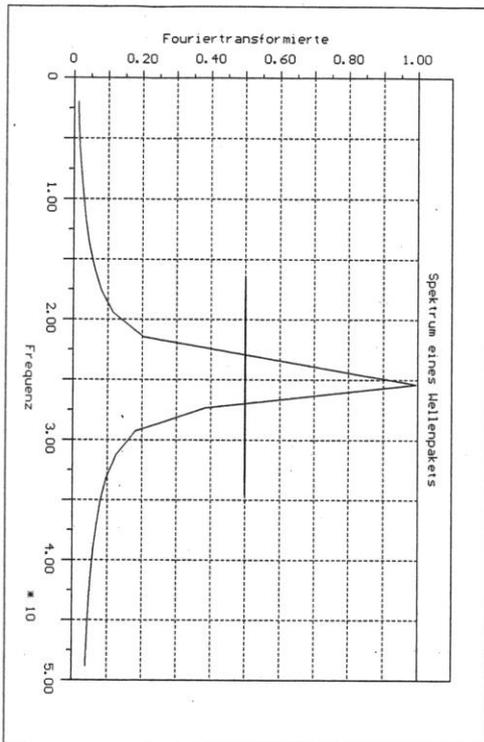


Tabelle 2.2. Beispiele für Linienbreiten von Laserübergängen

Lasertyp	Wellenlängen (μm)	Linienbreite	Mechanismus
He-Ne Gastemperatur 300 K	0,6328	1,5 GHz	Doppler, inhomogen
Argon-Ionen Gastemperatur 2000 K	0,488	4 GHz	Doppler, inhomogen
Excimer KrF	0,248	10 THz	überlappende Schwingungsniv.
CO ₂ 10 mbar, 300 K	10,6	60 MHz	Doppler, inhomogen
1 bar		4 GHz	Stöße, homogen
10 bar		150 GHz	überlappende Rotationsniv.
Farbstoff Rh6G	0,6	80 THz	überlappende Schwingungsniv.
Rubinlaser	0,694	330 GHz	Gitterschwingungen, homogen
Nd: YAG	1,06	120 GHz	wie Rubinlaser
Nd:Glas	1,06	7500 GHz	Starkeffekt durch statistische E-Felder, inhomogen
Halbleiter GaAs	0,8	100 MHz	Energiebänder der Elektronen im period. Kristallfeld

Tabelle 21.1 Vergleich von Linienbreiten

Lichtquelle	Wellenlänge λ/nm	Linienbreite $\Delta\lambda/\text{nm}$	Frequenzbreite $\Delta f/\text{Hz}$	Kohärenzlänge l/m
normale Na-Gasentladungslampe	589,6	$\approx 0,1$	$8,6 \cdot 10^{10}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$
Kadmium-Niederdrucklampe	643,8	$\approx 1,3 \cdot 10^{-3}$	$9,4 \cdot 10^8$	0,32
frequenzstabilisierter Helium-Neon-Laser	632,8	$\approx 10^{-8}$	$7,5 \cdot 10^3$	$40 \cdot 10^3$

Die Halbwertsbreite ergibt sich zu:

$$\delta = 2 \frac{f_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m} \ln 2} \quad , \text{ (siehe Tabelle).}$$

Metastabiler Zustand:

Verweildauer im Energieniveau bis zu $10^{-3}s$. -> Lebensdauer des Elektrons.

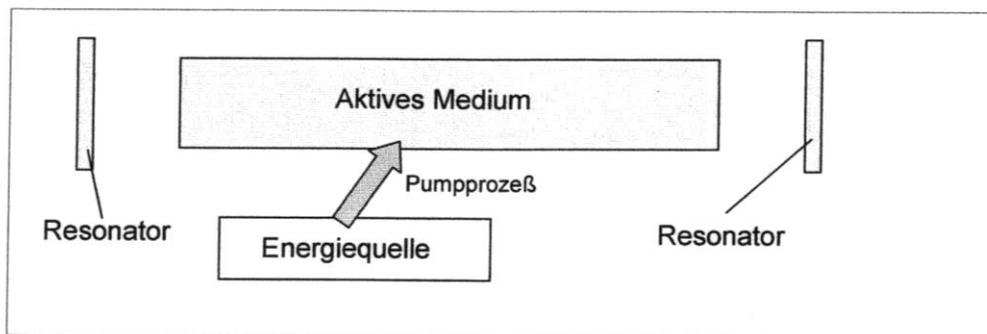
„Normale“ Zustände $\approx 10^{-8}s$.

Es muß für die Lasertätigkeit eine Besetzungsinversion erzeugt werden.

Voraussetzungen für einen Laser:

- Es müssen Atome mit einem metastabilen Zustand existieren.
- Eine Besetzungsinversion wird durch externe Energiezufuhr erzeugt.
- Durch stimulierte Emission erfolgt die Verstärkung.
- Es muß sich ein stabiler Zustand einstellen, Verstärkung = Verluste.

Prinzip eines Lasers:



Der Resonator:

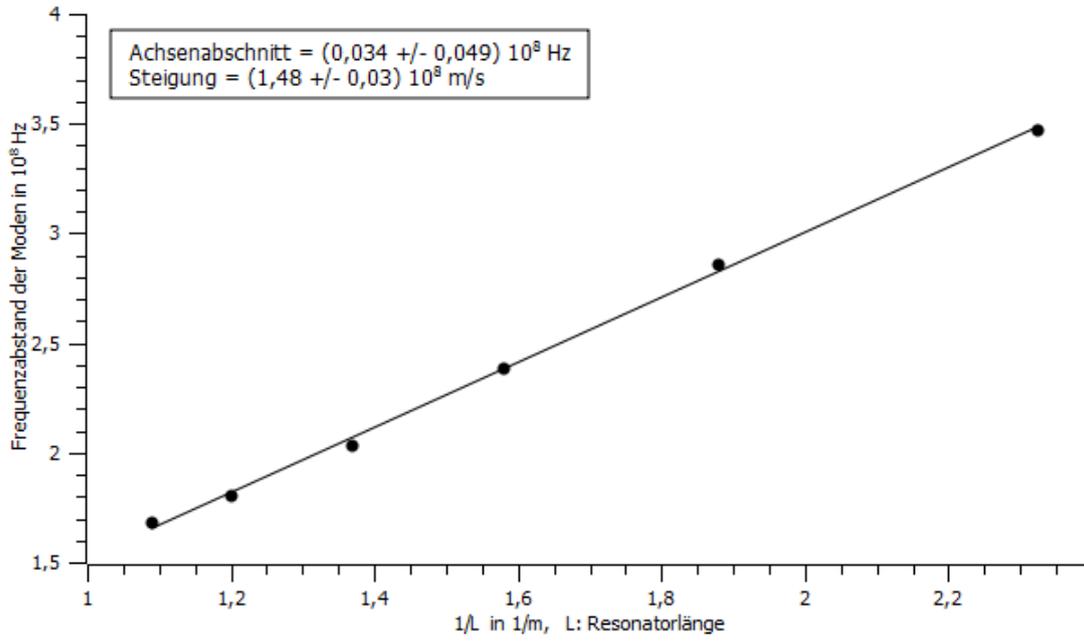
Der Resonator besteht i.A. aus zwei Spiegeln. Im Innern des Resonators mit der Resonatorlänge L bilden sich stehende Wellen aus. Die Resonanzbedingung lautet:

$$L = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{oder} \quad L = m \frac{\lambda_0}{2n} \quad \text{mit } m = 1, 2, 3, \dots \text{ und dem Brechungsindex } n$$

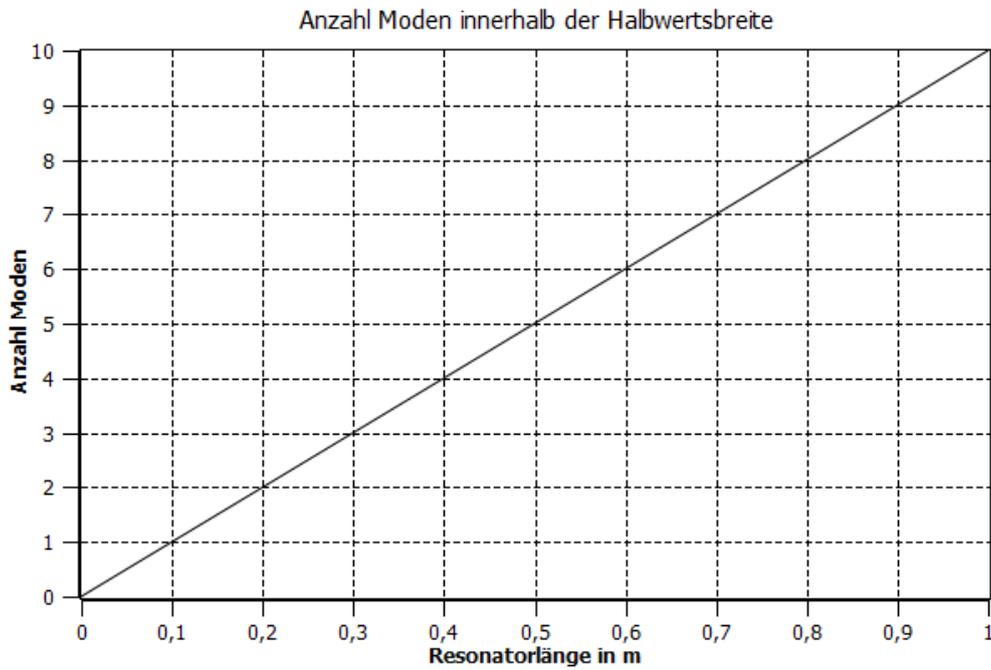
Es können sich viele axiale Moden ausbilden. Der Frequenzabstand zweier Moden ergibt sich zu:

$$\Delta f = f_m - f_{m-1} = \frac{c}{2 L n}$$

Untersuchung longitudinaler Moden im Laserlabor



He/Ne - Laser: $\delta = 1,5$ GHz



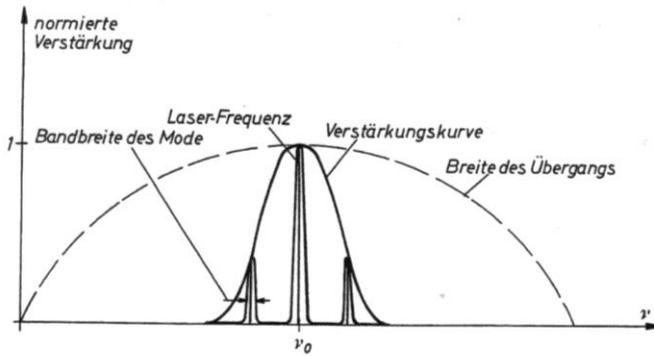


Bild 3.8. Linienbreite des Laser-Übergangs, Verstärkung im Resonator und Laser-Frequenz

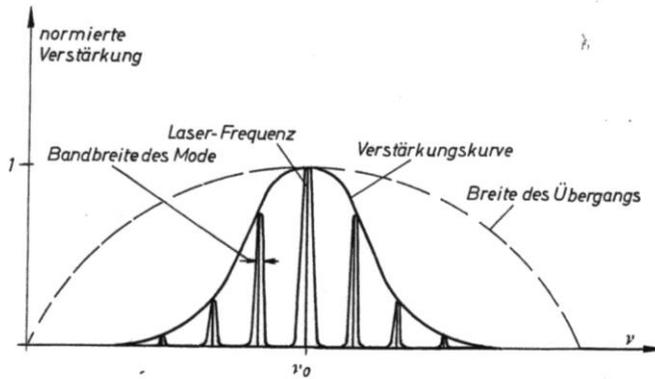
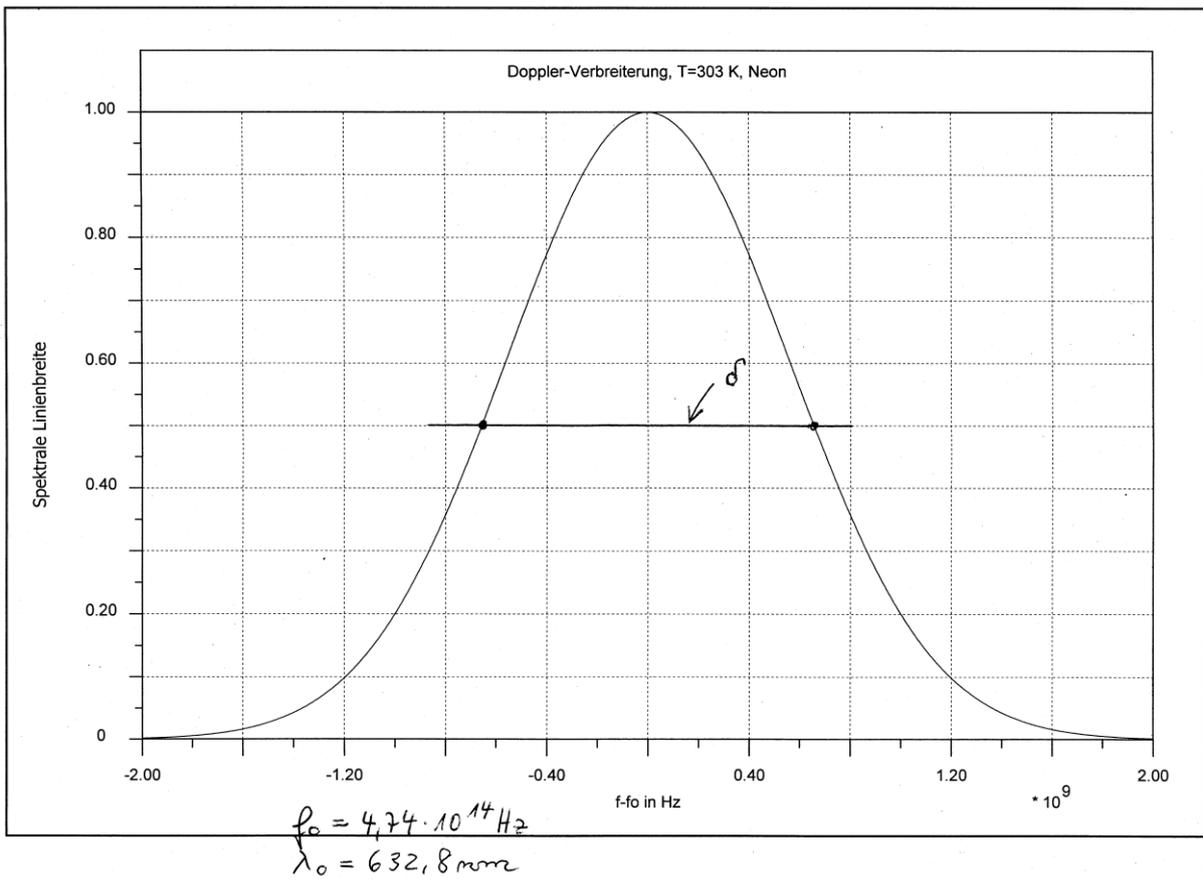
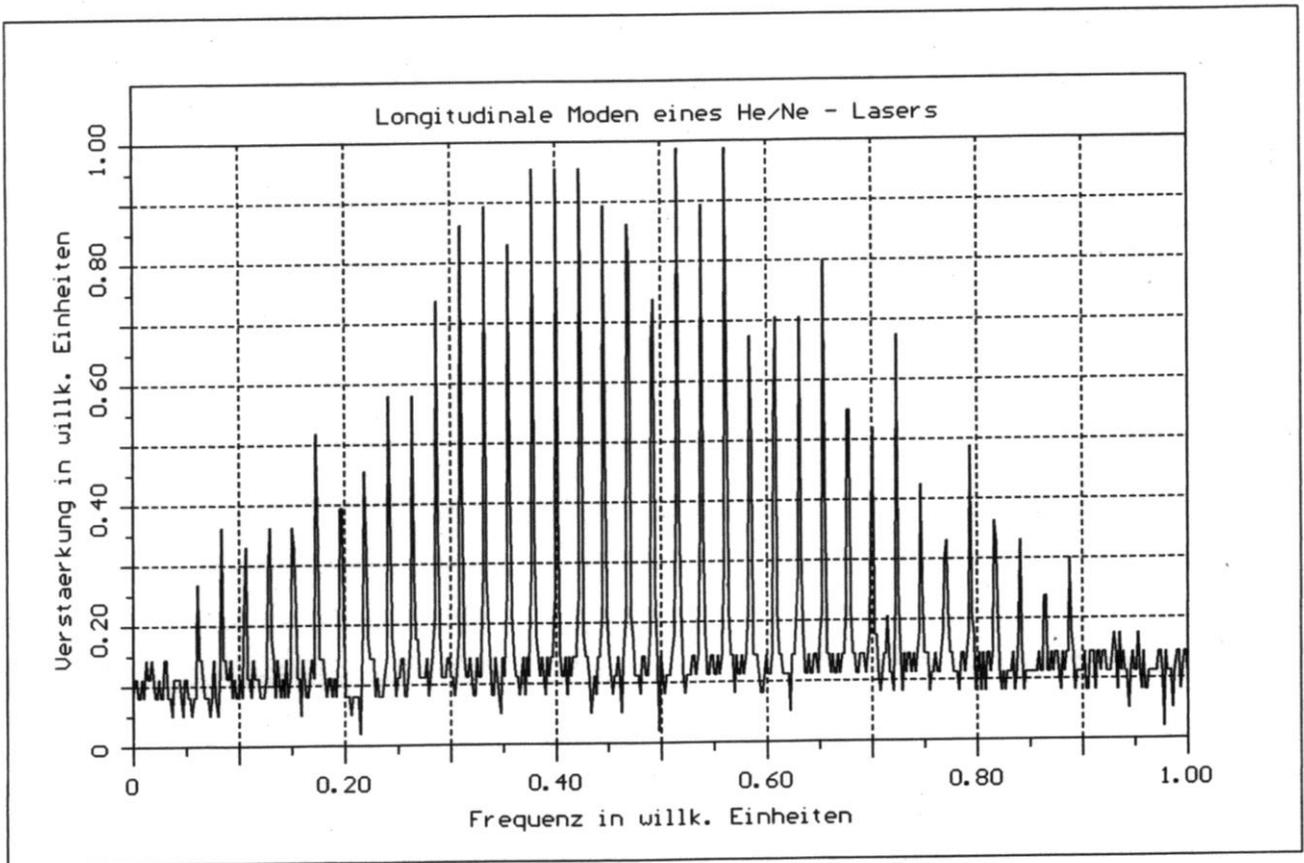


Bild 3.9. Linienbreite des Laser-Übergangs, Verstärkung im Resonator und Laser-Frequenz. Die Verstärkung ist höher als bei der in Bild 3.8. eingezeichneten Verstärkungskurve

Tabelle 3.4. Frequenzabstand der axialen Moden im TEM_{00} und Ausgangsleistung beim He-Ne-Laser für die Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$

Ausgangsleistung mW	Resonatorlänge m	axialer Modenabstand MHz	
50	2	75	
40	1,5	100	
25	1	150	
10	0,75	200	
5	0,5	300	
1	0,2	750	
0,1	0,1	1500	



Daraus folgt, daß Δf groß ist, wenn L klein ist.

Zur Abschätzung der Größenordnung ein Zahlenbeispiel: $L = 1 \text{ m}$. $n=1$. $\Rightarrow \Delta f = 150 \text{ MHz}$.

$\lambda = 632,8 \text{ nm} \Rightarrow f = 4,7408344 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow f_1 = 4,7408359 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow$

$\lambda_1 = 632,7998 \text{ nm}$.

Einige allgemeine Schlußfolgerungen:

- a.) Der Resonator ist sehr empfindlich. Temperaturschwankungen verursachen Frequenzschwankungen.
- b.) Der Resonator verursacht eine große Kohärenzlänge.
- c.) Es existiert eine große Lichtintensität durch positive Interferenz.

Der He-Ne-Laser: (Herbst 1960)

Der He-Ne-Laser ist ein 4-Niveau-Laser.

2-Niveau-Laser sind im Optischen praktisch ohne Bedeutung.

Zur Funktion des He-Ne-Lasers, siehe Abbildung Energieniveaus.

- 1.) Das Laseratom ist Ne. Metastabil ist 4s und 5s.
- 2.) Diese können nicht direkt angeregt werden, da erst 3s und 3p angeregt werden.
- 3.) Gewollt ist: Besetzungsinversion bei 4s und 5s.
- 4.) He hat Niveaus auf gleicher Höhe. Es gibt viele He-Atome und wenig Ne-Atome.
 \Rightarrow Anregung der He-Atome.
- 5.) Anregung durch Elektronenstöße. Bei Mehrelektronensysteme sind die Niveaus aufgespalten.
- 6.) Der Strahlungsübergang nach 1s ist bei He verboten! Auswahlregeln: $\Delta l = \pm 1$.
- 7.) Es treten Stöße 2. Art (Energieresonanz) mit Ne auf.
- 8.) Ergebnis: Es sind viele Laserübergänge möglich.
- 9.) 3p \rightarrow 3s: Spontane Emission. 3s \rightarrow Grundzustand durch Stöße mit der Wand.
4s \rightarrow 3s ist verboten.
- 10.) Die Auswahl der Frequenzen erfolgt durch Wahl der Resonatorlänge und Spiegelmaterial.
- 11.) Es gibt die folgenden Wellenlängen:
 - 543 nm : grün
 - 594,1 nm : gelb
 - 604 nm : orange
 - 611,8 nm : orange
 - 629 nm : rot
 - 632,8 nm : rot (stark)
 - 635 nm : rot
 - 640 nm : rot
 - 1118 nm : infrarot
 - 1152 nm : infrarot
 - 1523 nm : infrarot
 - 3391 nm : infrarot (stark)
- 12.) Der Rohrdurchmesser darf nicht zu groß sein, wegen der Wandstöße. ($\approx 1 \text{ cm}$).
- 13.) Die Leistung ist begrenzt durch: Wenig Ne-Atome und Warten auf Entleerung der 3p und 3s - Anregungen.
- 14.) Der He-Ne-Laser ist ein kontinuierlicher Laser.
- 15.) Brewster-Fenster: Unter dem Brewsterwinkel reflektiertes Licht ist senkrecht zur Einfallsebene

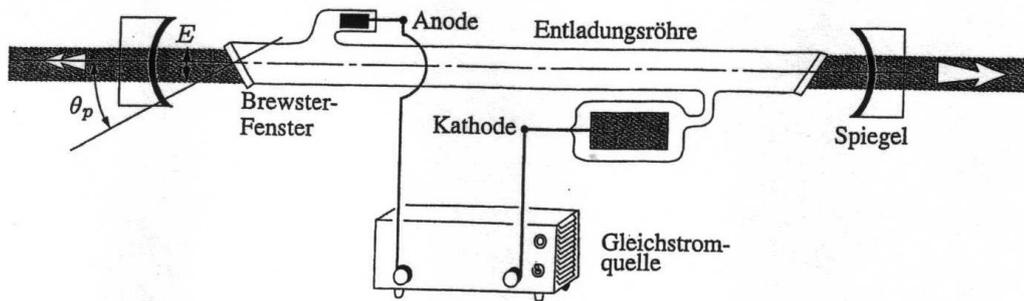


Bild 13.14: Ein einfacher, früher Helium-Neon-Laser.

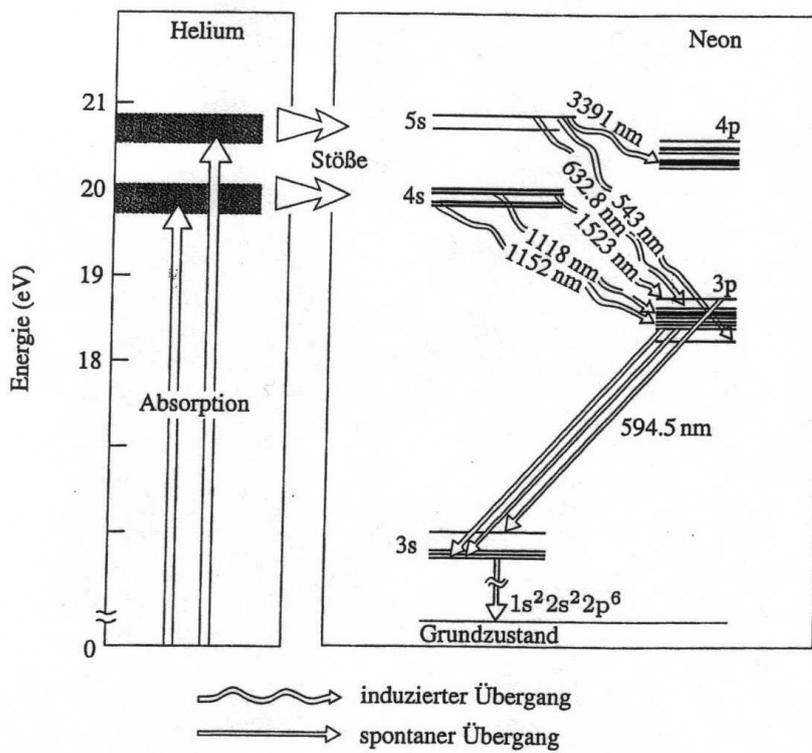
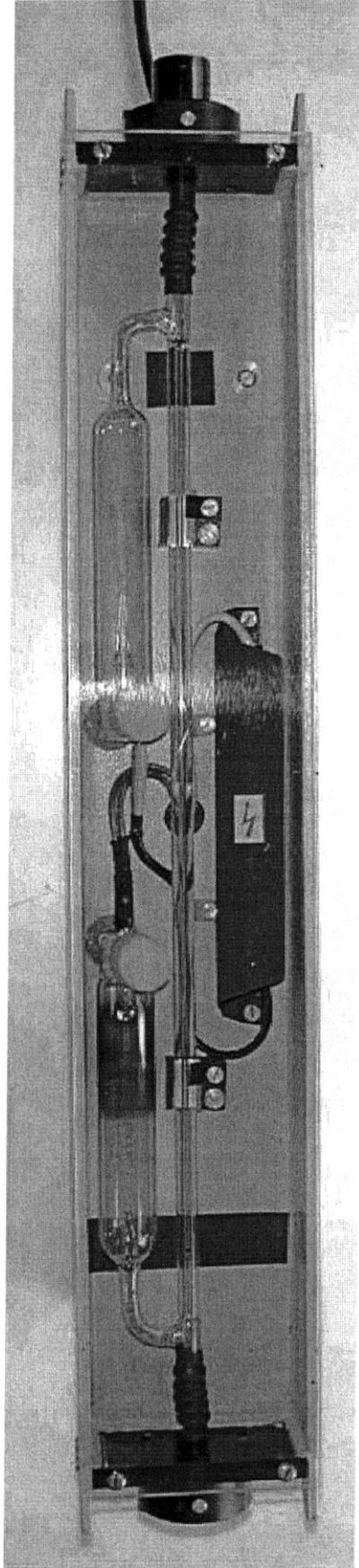
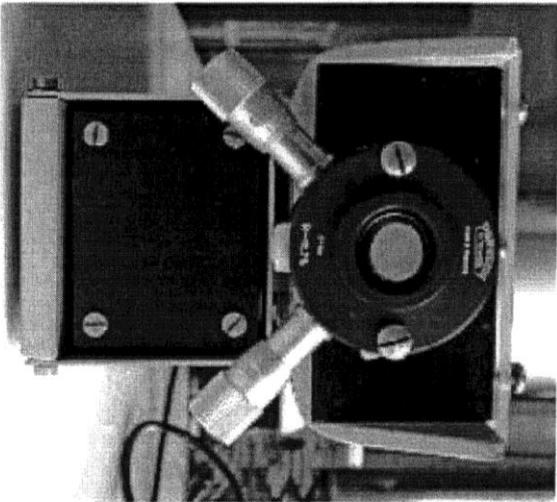
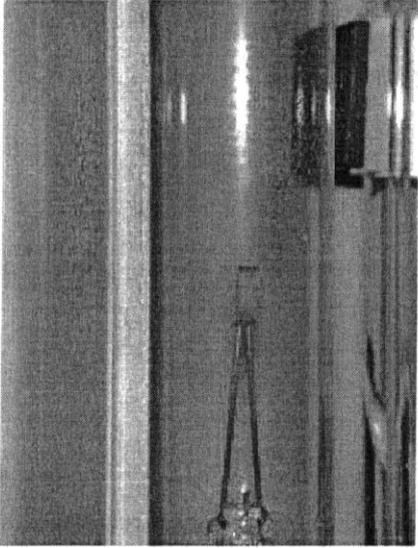


Bild 13.15: Energieniveaus des Helium-Neon-Lasers.



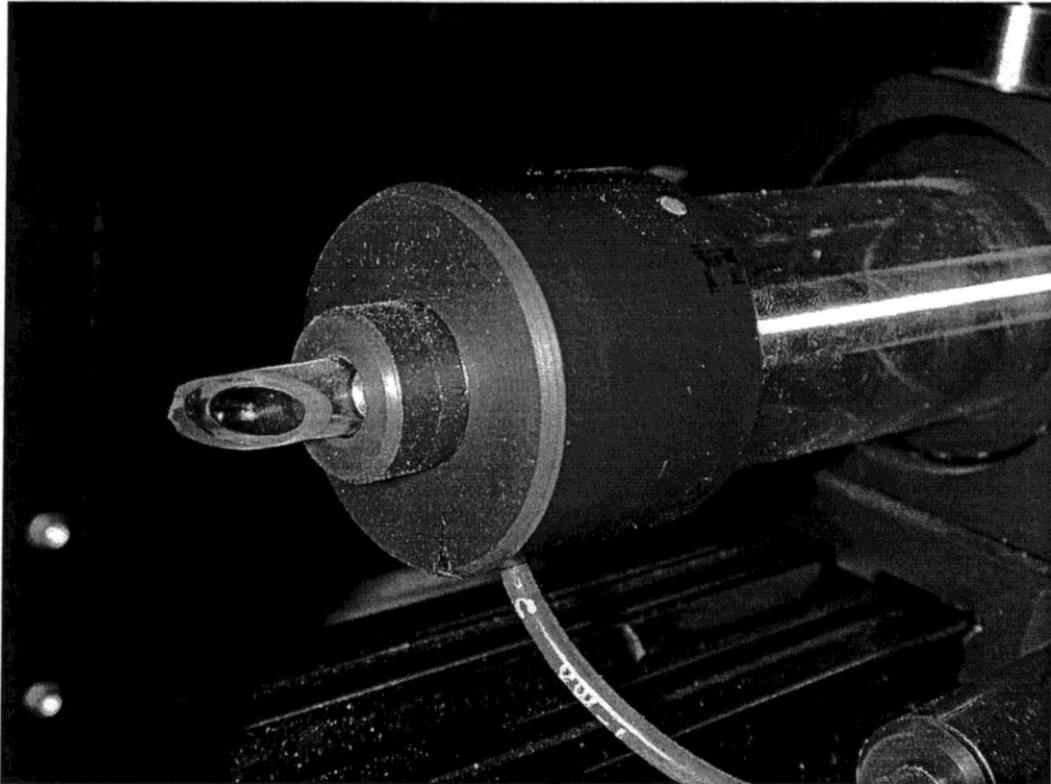
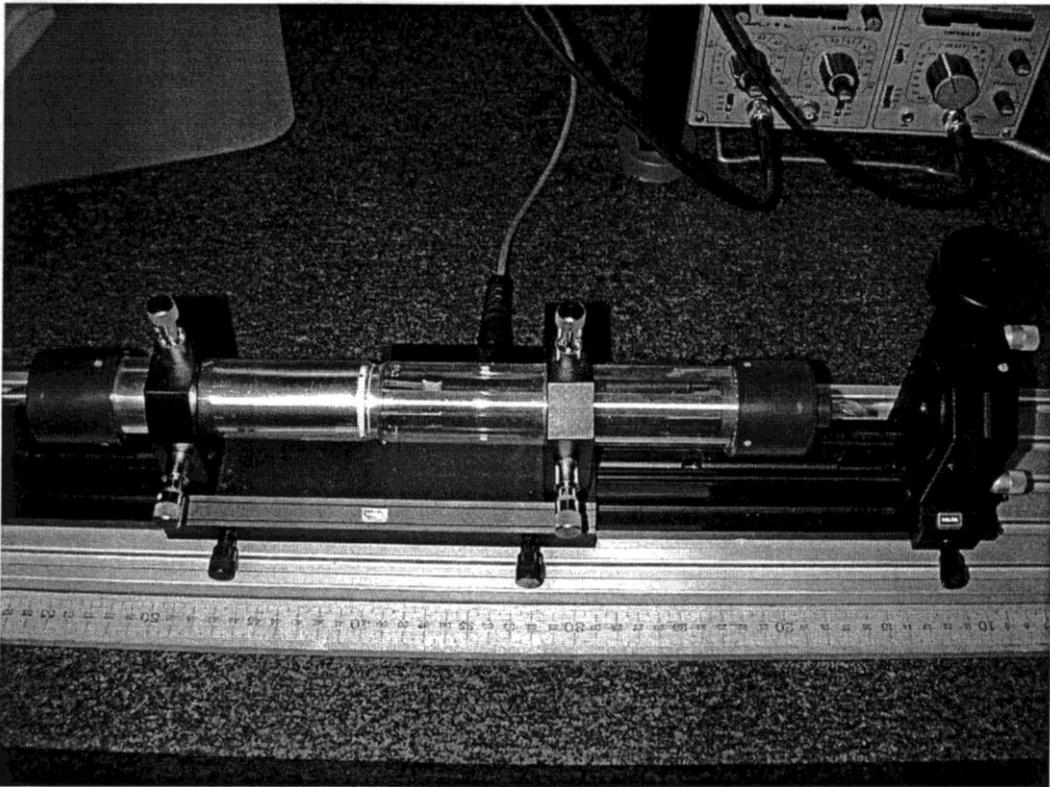


Tabelle 3.1. Kommerzielle Laser nach Wellenlängen geordnet

Wellenlänge	Bezeichnung	Betriebsart, mittlere Leistung
0,152 μm	F ₂ -Excimerlaser	Pulse, einige W
0,192 μm	ArF-Excimerlaser	Pulse, einige W
0,222 μm	KrCl-Excimerlaser	Pulse, einige W
0,248 μm	KrF-Excimerlaser	Pulse, einige 10 W
0,266 μm	Nd-Laser, vervierfacht	Pulse, einige 0,1 W
0,308 μm	XeCl-Excimerlaser	Pulse, einige 10 W
0,325 μm	He-Cd-Laser	kont., einige mW
0,337 μm	N ₂ -Laser	Pulse, einige 0,1 W
0,35 μm	Ar ⁺ -, Kr ⁺ -Laser	kont., 2 W
0,351 μm	XeF-Excimerlaser	Pulse, einige 10 W
0,355 μm	Nd-Laser, verdreifacht	Pulse, einige 10 W
0,38 ... 0,45 μm	GaN-Diodenlaser	kont., 10 mW
0,3 ... 1,0 μm	Farbstofflaser	Pulse, einige 10 W
0,4 ... 0,9 μm	Farbstofflaser	kont., einige W
0,442 μm	He-Cd-Laser	kont., einige 10 mW
0,45 ... 0,52 μm	Ar ⁺ -Laser	kont., mW bis 30 W
0,51 μm	Cu-Laser	Pulse, einige 10 W
0,532 μm	Nd-Laser, verdoppelt	Pulse und kont., einige W cw
0,543 μm	He-Ne-Laser	kont., einige 0,1 mW
0,578 μm	Cu-Laser	Pulse, einige 10 W
0,628 μm	Au-Laser	Pulse, bis zu 10 W
0,632 μm	He-Ne-Laser	kont., bis zu 100 mW
0,635 ... 0,670 μm	InGaAsP-Diodenlaser	kont., 10 mW
0,647 μm	Kr ⁺ -Laser	kont., einige W
0,694 μm	Rubinlaser	Pulse, einige W
0,7 ... 0,8 μm	Alexandrit-Laser	Pulse, einige W
0,7 ... 1 μm	Ti:Saphir	Pulse und kont., einige W
0,75 ... 0,9 μm	GaAlAs-Diodenlaser	kont. und Pulse, bis 1 W
0,8 ... 2,4 μm	Cr:LiSAF u. a. vibr. Laser	kont., um 1 W
1,06 μm	Nd-Laser	kont. und Pulse, über 1000 W cw
1,15 μm	He-Ne-Laser	kont., mW
1,1 ... 1,6 μm	InGaAsP-Diodenlaser	kont. und Pulse, mW cw
1,3 μm	Jodlaser	Pulse
1,32 μm	Nd-Laser	kont. und Pulse, einige W cw
1,52 μm	He-Ne-Laser	kont., mW
1,54 μm	Er-Glaslaser	Pulse
1,73 μm	Er-Laser	Pulse
2 ... 4 μm	Xe-He-Laser	kont., mW
2,06 μm	Ho-Laser	Pulse
2,3 ... 3,3 μm	Farbzentrenlaser	kont., mW
2,6 ... 3,0 μm	HF-Laser	kont. und Pulse, bis 100 W cw
2,7 ... 3,0 μm	Bleisalz-Dioden-Laser	kont., mW
2,9 μm	Er-Laser	Pulse
3,39 μm	He-Ne-Laser	kont., mW
3,6 ... 4 μm	DF-Laser	kont. und Pulse, bis 100 W cw
5 ... 6 μm	CO-Laser	kont., 10 W
9 ... 11 μm	CO ₂ -Laser	kont. u. Pulse, bis mehrere kW cw
5 ... 20 μm	Bleisalz-Dioden-Laser	kont., mW
40 ... 1000 μm	Ferninfrarot-Laser	kont., bis 1 W

Tabelle 3.2. Wellenlängen λ , erreichbare cw-Ausgangsleistungen P , Pulsenergien W und Pulsdauern τ häufig benutzter und kommerzieller Laser

Bezeichnung	Material	λ (μm)	P (Watt)	W (J)	τ	
<i>Gaslaser</i>						
Excimerlaser	ArF	0,19		0,4	20 ns	
	KrF	0,25	(Gasentladung) (Elektronenstrahl)	0,3	10 ns	
	XeCl	0,308	–	100	1 μs	
Stickstofflaser	N ₂	0,34	–	0,01	20 ns	
He-Cd-Laser	Cd	0,32...0,44	0,05	–	1 ns	
Edelgasionenl.	Kr	0,33...1,09	10	–	–	
	Ar	0,35...0,53	20	–	–	
Kupferdampf.	Cu	0,51; 0,58	–	0,002	20 ns	
He-Ne-Laser	Ne	0,63; 1,15; 3,39	0,05	–	–	
HF-Laser	HF	2,5...4	10000	1	1 μs	
CO-Laser	CO	5...7	20	0,04	1 μs	
CO ₂ -Laser	CO ₂	9...11	15000	10000	10 ns	
optisch gepumpte Moleküllaser	} {	H ₂ O	28; 78; 118	0,01	10 ⁻⁵	30 μs
		CH ₃ OH	40...1200	0,1	0,001	100 μs
		HCN	331; 337	1	0,001	30 μs
<i>Festkörperlaser</i>						
Rubinlaser	Cr: Al ₂ O ₃	0,69		400	10 ps	
Alexandritlaser	Cr: BeAl ₂ O ₄	0,7...0,8		1	10 μs	
Titan-Saphir-L.	Ti: Al ₂ O ₃	0,7...1,0	50	–	6 fs	
Vibronische Festk.-Laser		0,8...2,5				
Glaslaser	Nd:Glas	1,06	1000		1ps	
		0,21; 0,27; 0,36; 0,53 (mit Frequenzvervielfachung)				
YAG-Laser	Nd:YAG	1,06	1000	400	10 ps	
		1,05...1,32 (7 Linien mit Abstimmeelementen)				
Holmiumlaser	Ho:YLF	2,06	5	0,1	100 μs	
Erbiumlaser	Er:YAG	2,94	1	1	100 μs	
Farbzentrenl.	KCl u. a.	1...3,3	0,1	–	–	
<i>Farbstofflaser</i>						
		0,4...0,8	1	25	6 fs	
		0,05...12 (mit Frequenzumsetzung)				
<i>Halbleiterinjektionslaser</i>						
Galliumnitridlaser	GaN	0,38...0,42	10			
Zinkselenidlaser	ZnSe	0,42...0,5				
	GaAlAs	0,7...0,9	10		5 ps	
Galliumarsenidl.	GaAs	0,904				
	InGaAsP	0,63...2				
Bleisalzlaser	PbCdS	3...4	0,001			
	PbSSe	4...8				
	PbSnTe	7...30				

Slow Varying Envelope - Näherung der Wellengleichung

(s. auch Donges: Physikalische Grundlagen der Lasertechnik)

Klassische Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1)$$

Lösung: Ebene harmonische Welle:

$$E = E_0 \cdot e^{j(\omega t - kz)}$$

Allgemeinere Lösung:

$$E = E_0(x, y, z) \cdot e^{j(\omega t - kz)} \quad (2)$$

(2) in (1) mit $c = \frac{\omega}{k}$, $\frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_0}{\partial y^2} + \underbrace{\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2}}_{\text{vernachl.}} - 2jk \frac{\partial E_0}{\partial z} = 0$

SVE-Näherung:

$$\frac{\partial^2 E_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_0}{\partial y^2} - 2jk \frac{\partial E_0}{\partial z} = 0$$

Lösungen: Der *Gauß'sche Strahl*,

$$E(r, z, t) = E_0(0) \frac{w_0}{w(z)} e^{-\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2} e^{j(\omega t - kz + \varphi_L - \varphi_T)}$$

mit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$, $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$

$$\varphi_L = \arctan(z / z_R), \quad \varphi_T = \frac{k r^2}{2 \rho(z)}, \quad \rho(z) = z + \frac{z_R^2}{z}$$

und *transversale - und longitudinale Moden*.

Unter der Randbedingung:

"Krümmung der Phasenfläche der Welle = Krümmung der Spiegelflächen" ergibt sich auch die

Stabilitätsbedingung:

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1$$

Allgemeine Daten des He-Ne-Lasers:

Leistung:	1 - 10 mW
Betriebsdauer:	20.000 Stunden (früher 100 Stunden).
Durchmesser des Strahls:	1 mm
Divergenz:	0,8 mrad
Mischungsverhältnis:	5:1 bis 10:1
Gesamtdruck:	1 - 2 mbar.
Gasentladung:	$U \approx 2 \text{ kV}$, $I \approx 5 - 10 \text{ mA}$.

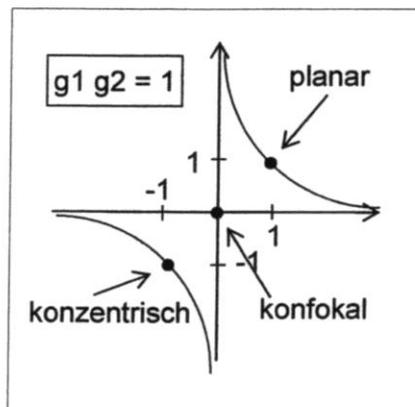
Resonatoren und Stabilitätskriterium

Anschauliches Kriterium für die Stabilität: Der Strahl darf den Resonator nicht verlassen!
Es gibt die so genannten Resonatorparameter (o.B.):

$$g_i = 1 - \frac{L}{R_i} = 1 - \frac{L}{2f_i}$$

L: Resonatorlänge, R_i : Krümmungsradius der Spiegel, f_i : Spiegelbrennweite.
Die Stabilitätsbedingung lautet:

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1$$



Einige spezielle Resonatortypen:

- 1.) Planar (Fabry-Perot): $R_1 = R_2 = \infty \Rightarrow g_1 = g_2 = 1.$
- 2.) Schwach konkav: $R_1 = R_2 = \text{groß} \Rightarrow g_1 = g_2 \leq 1.$
- 3.) Fokal: $R_1 = R_2 = 2L \Rightarrow g_1 = g_2 = 0,5.$
- 4.) Konfokal: $R_1 = R_2 = L \Rightarrow g_1 = g_2 = 0.$
- 5.) Sphärisch: $R_1 = R_2 = L/2 \Rightarrow g_1 = g_2 = -1.$

Strahlgeometrie im Resonator:

Die Strahlgeometrie des Grundmodes kann mit Hilfe der Wellengleichung und den entsprechenden Randbedingungen unter Anwendung der SVE-Näherung (Slow Varying Envelope) berechnet werden. Die Ergebnisse lauten: (Die Bezeichnungen sind in der Abbildung definiert!)

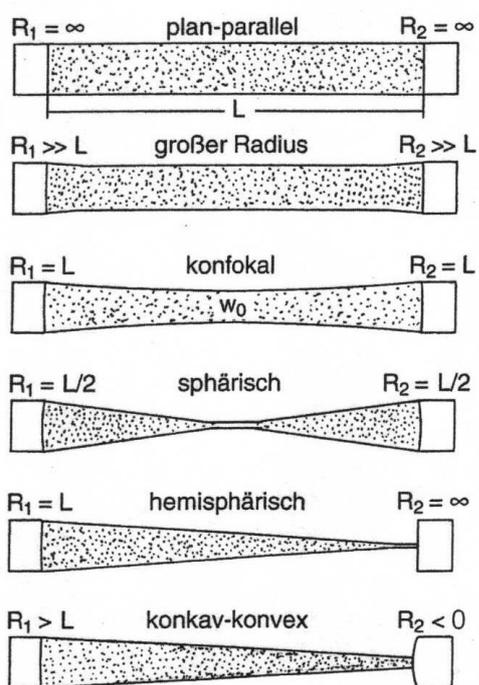
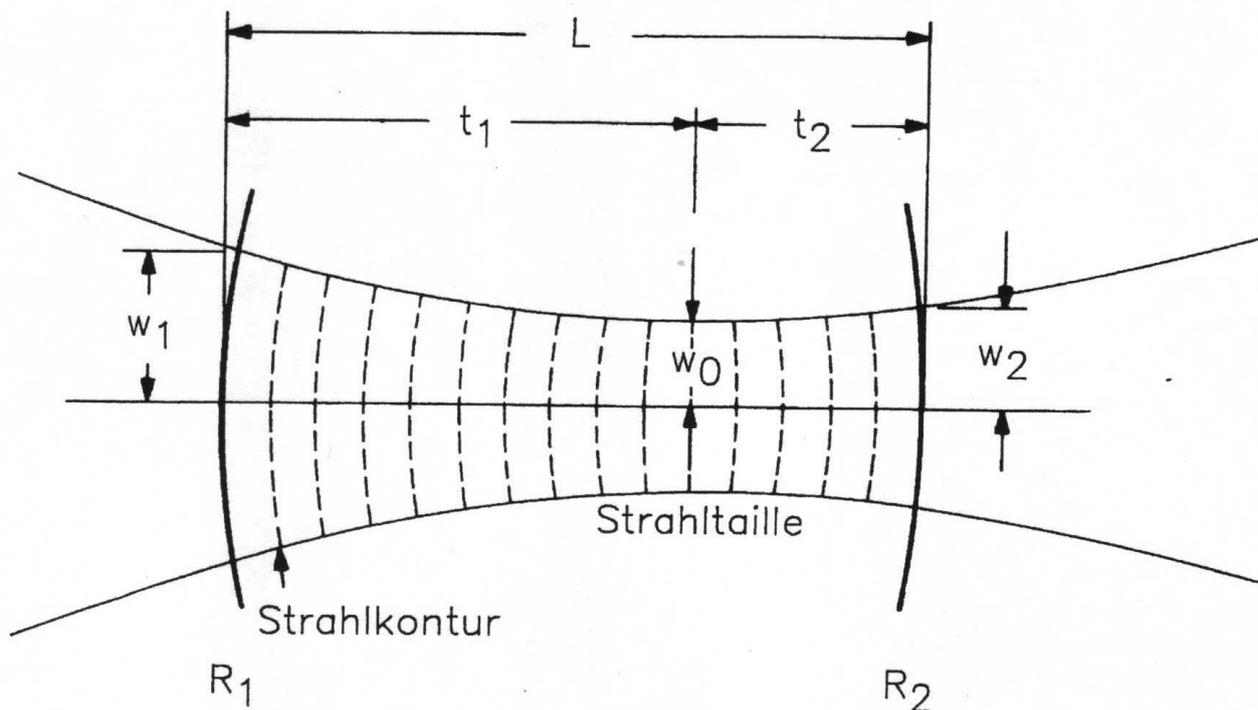


Bild 13.9. Verschiedene Konfigurationen für Resonatoren

Strahltaille:
$$w_0 = \left(\frac{L \lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} \right)^{1/4}$$

Strahlradius:
$$w_1 = \left(\frac{L \lambda}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{g_2}{g_1} \frac{1}{1 - g_1 g_2} \right)^{1/4}$$

$$w_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} w_1$$

Tailenlage:
$$t_1 = \frac{g_2 (1 - g_1) L}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2}, \quad t_2 = L - t_1$$

Divergenzwinkel:
$$\Theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}, \quad \text{tg}(\Theta) = \frac{\Delta R}{s}$$

Beispieldaten siehe folgende Tabelle.

Fazit aus der Tabelle:

- Ein planarer Resonator nutzt das größte Volumen aus. Der Strahl ist parallel.
- Ein konkaver Resonator mit verschiedenen Spiegeln erzeugt einen unsymmetrischen Strahl im Resonator.
- Mit der Spiegelkrümmung nimmt die Divergenz des Strahls zu.
- Ein sphärischer Resonator erzeugt eine punktförmige Taille und einen stark divergenten Strahl.

Die Moden eines Lasers:

Es existieren longitudinale Moden und transversale Moden, (s. Bilder).

Bezeichnung: TEM_{mnq} (kartesisch) oder TEM_{plq} (zylindersymmetrisch).

Die transversalen Moden sind räumlich getrennt. Ohne Modenkontrolle überlagern sich alle Moden.

Der Strahlradius nimmt mit zunehmender Ordnung der Moden zu.

$$w_{pl} = w_{00} \sqrt{2p + l + 1}, \quad w_{mn} = w_{00} \sqrt{m + n + 1}$$

$$\Theta_{pl} = \Theta_{00} \sqrt{2p + l + 1}$$

Die Frequenzen sind i.A. unterschiedlich, da die Resonatorlänge transversal nicht konstant ist.

$$f_{plq} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{2p + l + 1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right), \quad (2p \rightarrow m, l \rightarrow n)$$

Eine Modenblende im Resonator kann die Ausbildung höherer Moden verhindern.

Beispiel:

a.) Planspiegelresonator: $g_1 = g_2 = 1 \Rightarrow \arccos(1) = 0$.

$$f_{plq} = \frac{c}{2L} q = f_{00q}$$

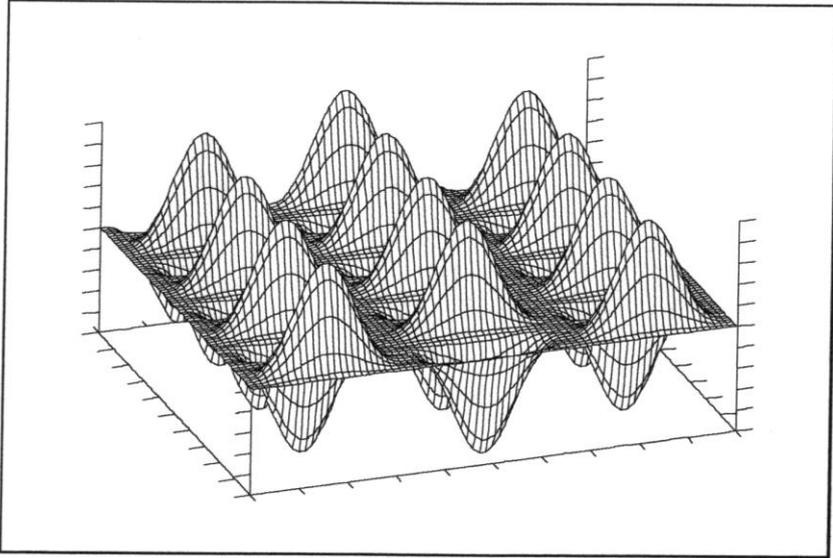
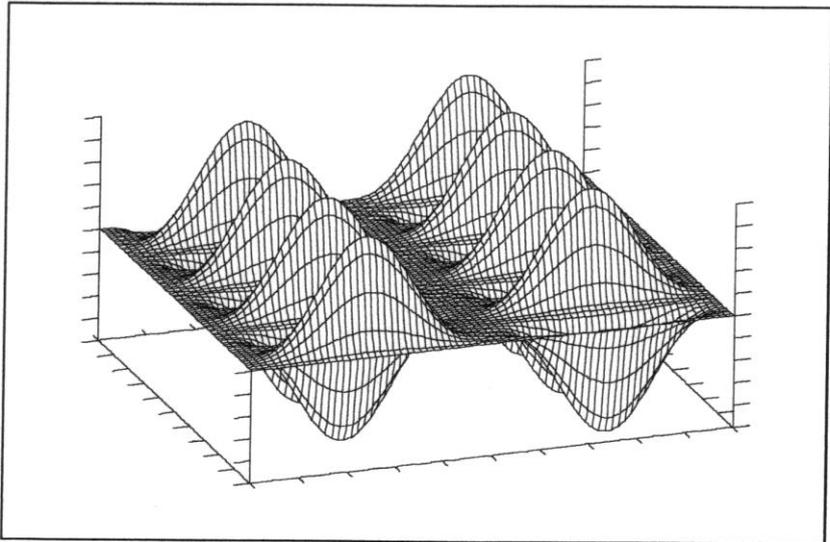
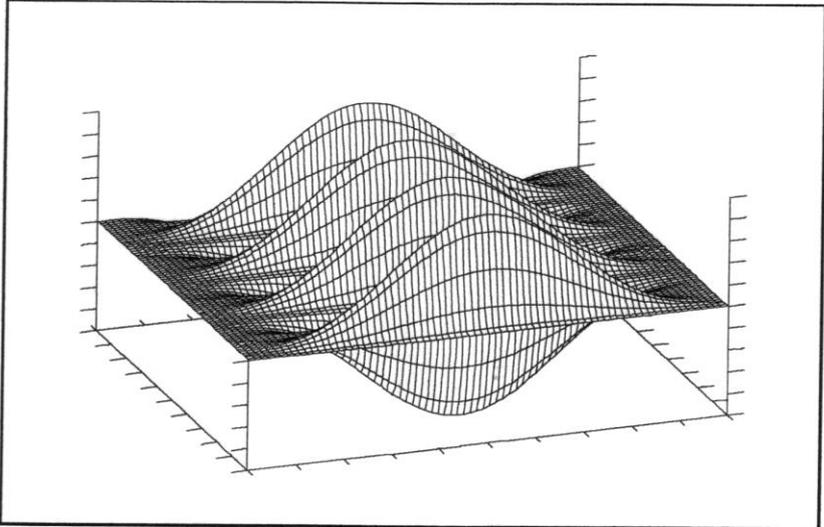
Laserstrahlgeometrien bei verschiedenen Resonatortypen

($L = 1 \text{ m}$; $\lambda = 632,8 \text{ nm}$)

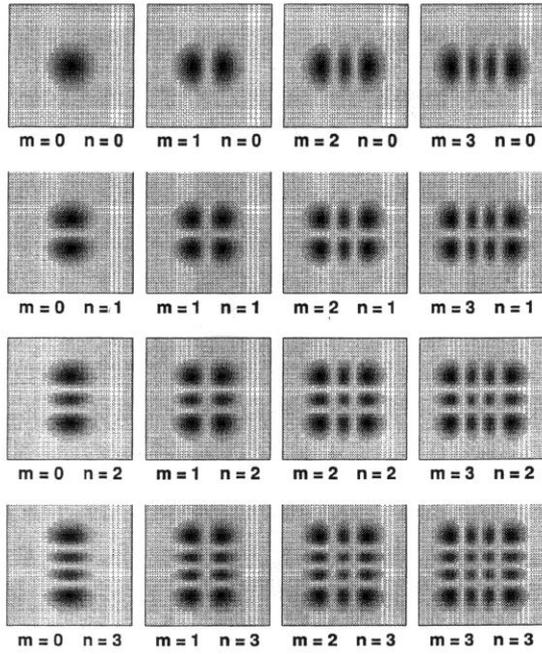
	Planar	Konkav*	Fokal	Konfokal	Sphärisch
w_0 / mm	∞	0,75	0,42	0,32	0
w_1 / mm	∞	0,75	0,48	0,45	∞
w_2 / mm	∞	0,78	0,48	0,45	∞
t_1 / m	0,5	0,155	0,5	0,5	0,5
t_2 / m	0,5	0,845	0,5	0,5	0,5
$\Theta / 10^{-4} \text{ rad}$	0	2,69	4,82	6,35	∞
$\Delta R_{100} / \text{mm}$	0	26,9	48,2	63,5	∞
g_1	1	0,98	0,5	0	-1
g_2	1	0,90	0,5	0	-1
$g_1 * g_2$	1	0,882	0,25	0	1

* $R_1 = 50 \text{ m}$; $R_2 = 10 \text{ m}$.

Darstellung der Moden TEM_{00q} , TEM_{10q} und TEM_{20q}



**Laterale Modenstruktur in kartesischer Symmetrie:
Hermitesche Funktionen**



**Laterale Modenstruktur in polarer Symmetrie:
Laguerresche Funktionen**

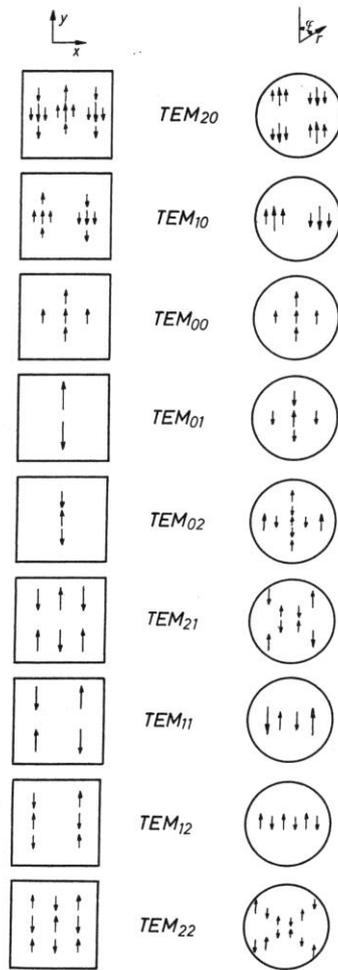
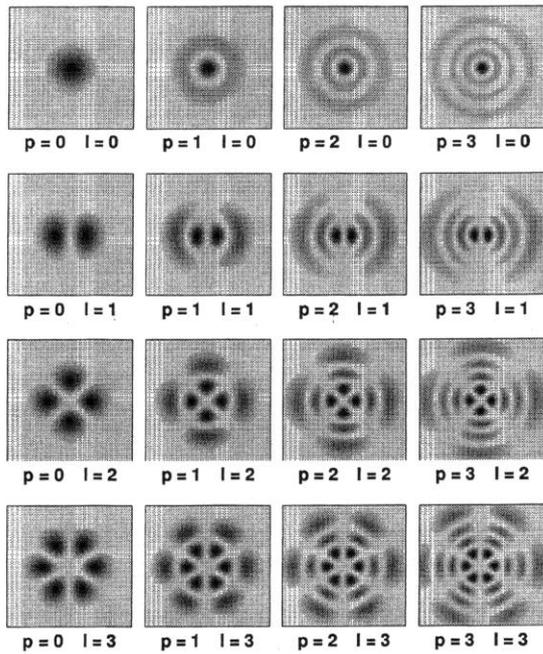


Bild 4.14. Symbolische Darstellung verschiedener Resonator-Moden

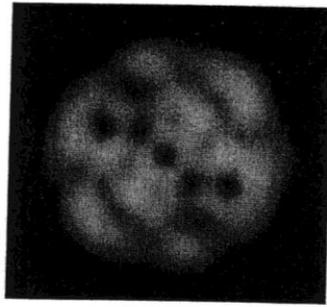


Bild 13.7. Überlagerung transversaler Moden in einem Laser ohne Modenselektion

g-Parameter.

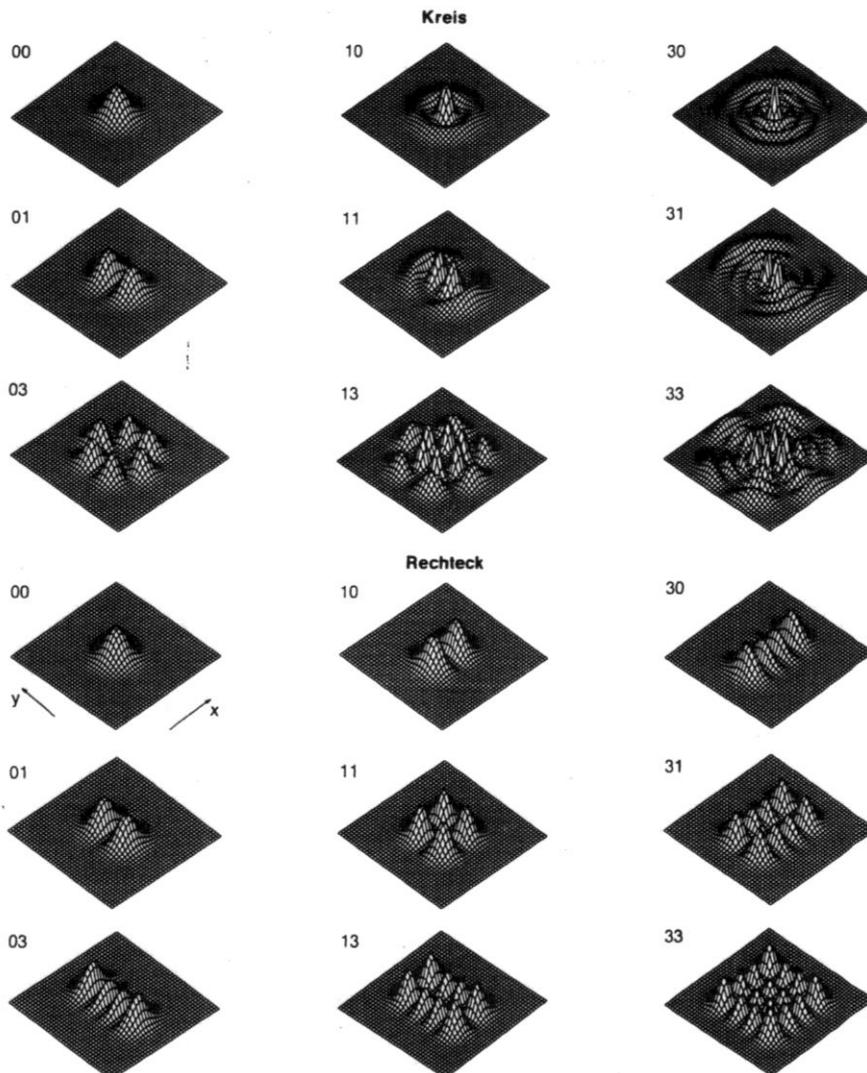
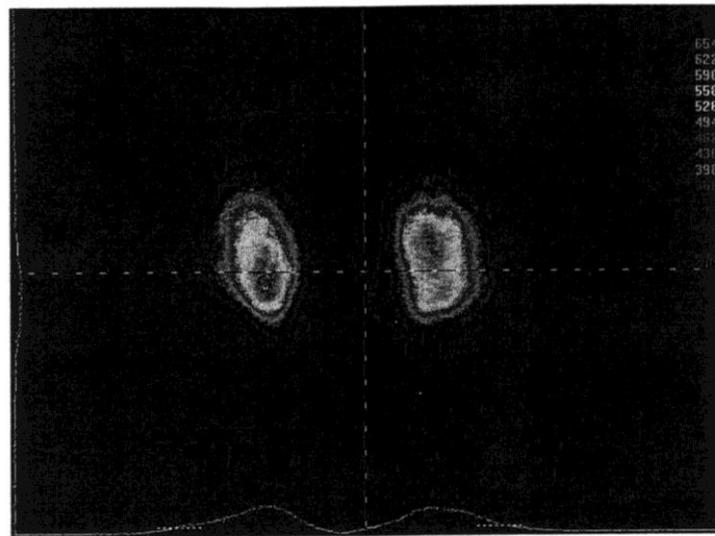
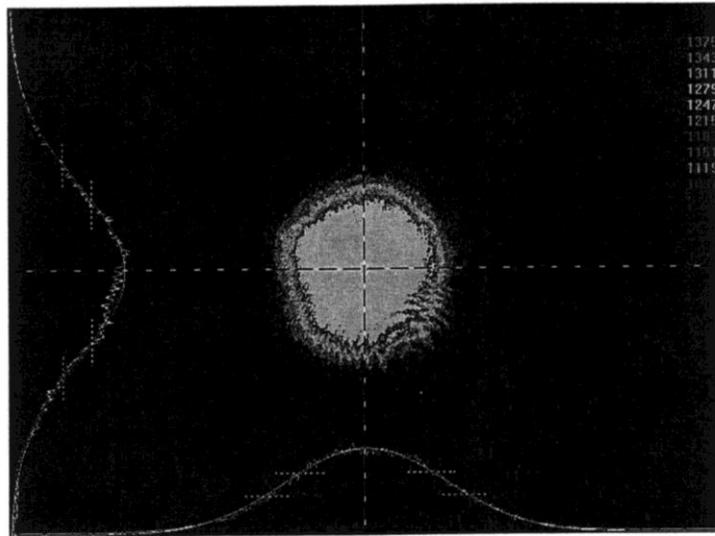
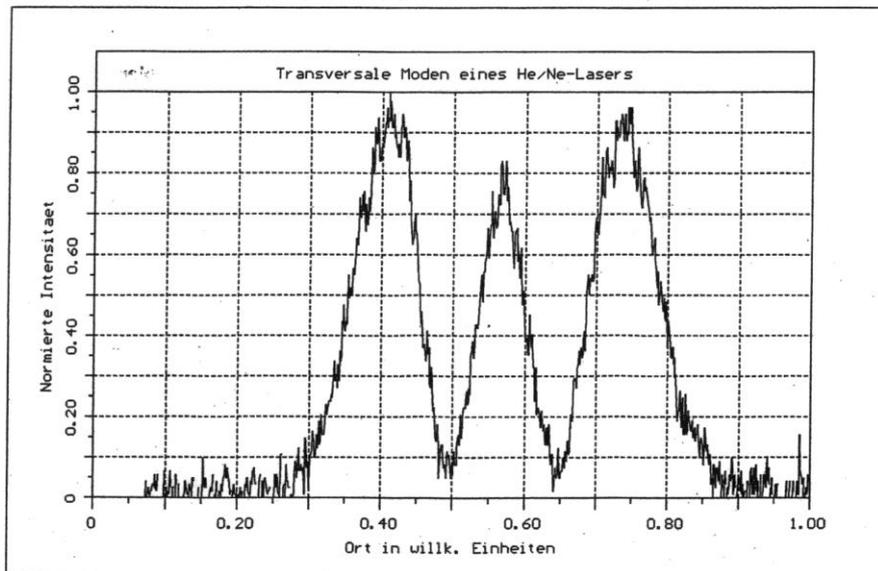
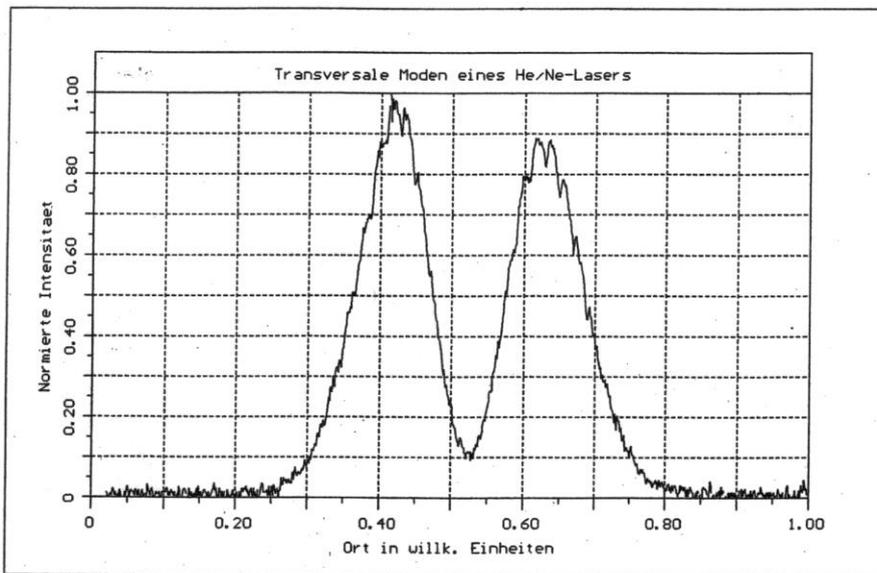
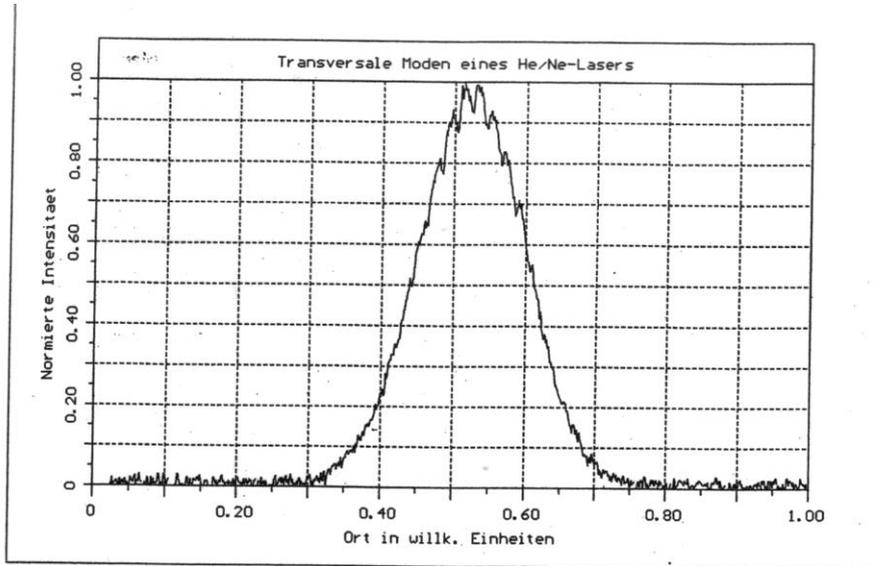


Abb. 22.14 Mit (22.47) und (22.48) berechnete Intensitätsmuster (Modenstrukturen) für transversale Moden verschiedener Ordnung, wie sie im Ausgangsstrahl eines Lasers beobachtet werden können*. Die Radien $w_{1,2}$ des Gaußschen Strahles sind bei allen Verteilungen gleich. Die Doppelziffern geben die Ordnungszahlen pl bzw. mn an





Daraus folgt: Alle transversalen Moden haben die gleiche Frequenz.

b.) Konfokaler Resonator: $g_1 = g_2 = 0 \Rightarrow \arccos(0) = \frac{\pi}{2}$

$$f_{plq} = \frac{c}{4L} (2q + 2p + l + 1)$$

Verschiedene Moden können also die gleiche Frequenz haben. Dies nennt man Entartung.
Die Intensität des Grundmodes (TEM₀₀) hat ein Gauß-Profil:

$$I(r) = I(0) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2}\right)$$

r: radiale Ortskoordinate, w: Strahlradius (definiert bei $\frac{1}{e^2}$, 13,5% I(0)).

Der Strahl weitet sich bei gekrümmten Spiegeln mit der Ausbreitung auf.
 Sei z die Ausbreitungsrichtung, so ergibt sich:

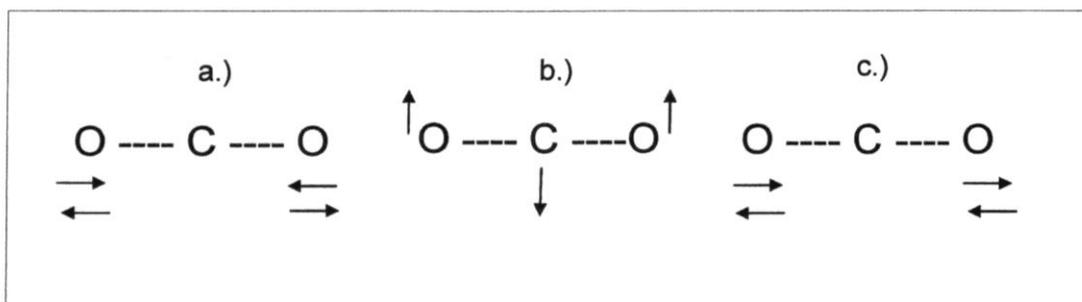
$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \quad \text{mit } z_R : \text{Rayleighlänge.}$$

Die Rayleighlänge ist ein wichtiges Maß für die Divergenz eines Strahls.
 Bei $z = z_R$ weitet sich der Strahl auf $\sqrt{2} w_0$ auf.

Der CO₂ - Laser:

Der CO₂ – Laser ist ein Moleküllaser. Genutzt werden die Schwingungszustände. CO₂ ist ein lineares Molekül. Es existieren 3 Schwingungsformen.

a.) Die symmetrische Schwingung. b.) Die Biegeschwingung. c.) Die unsymmetrische Schwingung.



Bei dem Molekül Stickstoff N₂ ist nur eine symmetrische Schwingung möglich.

Die Zustände werden mit Ziffern wie folgt gekennzeichnet:

000: Grundzustand

100: Symmetrische Schwingung

010: Biegeschwingung

001: Unsymmetrische Schwingung

Mischzustände und höhere Moden (größere Frequenzen) sind möglich.