

Probeklausur Statistik II

**Kurzlösung,
Rechenschritte
sind vollständig
anzugeben**

Matrikelnummer: _____

Kontrollieren Sie die Vollständigkeit der Klausur. Sie besteht aus 6 Seiten.
Runden Sie alle Ergebnisse auf drei Nachkommastellen.

Aufgabe 1: Skalenniveaus

(6)

Kreuzen Sie bei den folgenden Merkmalen an, welches Skalenniveau sie besitzen.

	Nominal	Ordinal	Metrisch	Qualitativ	Quantitativ
Temperatur in °C			X		X
Platz in den Charts		X		X	
Handymarke	X			X	

Aufgabe 2: Lage- und Streuungsmaße

(16)

Mithilfe einer Befragung soll herausgefunden werden, wie viel Personen wöchentlich für Bio-Lebensmittel ausgeben.

Person	1	2	3	4	5	6
X: Alter	25	30	40	25	30	30
Y: Ausgaben	0	20	60	20	5	15

Berechnen Sie nachvollziehbar

2.1 das arithmetische Mittel des Alters.

(4)

$$\bar{x} = 30$$

2.2 den Median des Alters.

(4)

25-25-30-30-30-40 (1)

$$\tilde{x} = 30 \quad (3)$$

2.3 den Modus des Alters.

(2)

$$\hat{x} = 30$$

2.4 die Varianz des Alters.

(6)

$$\overline{X^2} = 925$$

$$s_x^2 = 25$$

Aufgabe 3: Zusammenhänge

(19)

Welche Ausgaben können auf Basis der vorliegenden Werte der Umfrage aus Aufgabe 2 für einen 60 Jahre alten Passanten vorhergesagt werden? Ermitteln Sie in einem ersten Schritt rechnerisch die Gleichung der Regressionsgeraden.

$y = a + bx$	
$b = \frac{s_{XY}}{s_X^2}$	(2)
$\overline{xy} = 683,333$	(3)
$\bar{y} = 20$	(3)
$s_{XY} = 83,333$	(2)
$b \approx 3,333$	
$a = \bar{y} - b\bar{x}$	(3)
$a = 20 - 3,333 \cdot 30 \approx -80$	(3)
$y = -80 + 3,333 \cdot x$	(3)
$y = -80 + 3,333 \cdot 60 \approx 120 \text{ €}$	

Aufgabe 4: Wahr oder falsch

(6)

Geben Sie jeweils an, ob die Aussage wahr (w) oder falsch (f) ist.

- 4.1 Die hypergeometrische Verteilung wird nur verwendet, wenn die Stichprobe klein ist. **F**
- 4.2 Bei bedingten Wahrscheinlichkeiten benötigt man immer zwei Merkmale **W**
- 4.3 Die Regressionsgerade ermöglicht das genaue Bestimmen eines y-Wertes, wenn der x-Wert bekannt ist, bspw. die exakten Ausgaben eines ganz bestimmen 60-Jährigen wie in Aufgabe 3. **F**

Aufgabe 5: Bedingte Wahrscheinlichkeit

(15)

Joggen wurde zum Volkssport. In einer Vorlesung sind 30% der Hörer Jogger. Von den Joggern tragen 20% der Personen auch in der Vorlesung Turnschuhe. Insgesamt tragen 15% der Hörer Turnschuhe.

5.1 Erstellen Sie die 4-Felder-Tafel zu diesem Sachverhalt.

(4)

	J	\bar{J}	Summe
T	6%	9%	15%
\bar{T}	24%	61%	85%
Summe	30%	70%	100%

Mit welcher Wahrscheinlichkeit

5.2 ist ein beliebiger Vorlesungsteilnehmer kein Jogger?

(2)

$$P(\bar{J}) = 70\% \quad (1) + (1)$$

5.3 ist ein zufällig herausgegriffener Hörer mit Turnschuhen Jogger?

(3)

$$P(J/T) = \frac{6\%}{15\%} = 40\% \quad (1) + (1) + (1)$$

5.4 ist ein zufällig herausgegriffener Jogger Turnschuhträger?

(3)

$$P(T/J) = \frac{6\%}{30\%} = 20\% \quad (1) + (1) + (1)$$

5.5 ist ein zufällig herausgegriffener Hörer ohne Turnschuhe kein Jogger?

(3)

$$P(\bar{J}/\bar{T}) = \frac{61\%}{85\%} = 71,765\% \quad (1) + (1) + (1)$$

Aufgabe 6: Verteilungen (24)

Es soll untersucht werden, wie viele Studenten ein eigenes Auto besitzen, obwohl sie am Ort der Universität wohnen.

In der ersten Befragung werden 200 Personen befragt. 0,5% von ihnen besitzen ein Auto.

In der zweiten Befragung werden 10 Personen befragt. 20% der Studenten dieser Universität besitzen ein Auto.

In der dritten Befragung wird eine kleine Studentengruppe untersucht. Von den 20 Personen besitzen 5 ein Auto. Drei Personen werden befragt.

Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass entweder keiner, einer oder mindestens ein Befragter ein Auto besitzen.

Notieren Sie auch den Namen der verwendeten Verteilung.

6.1 Definieren Sie die zu verwendende Zufallsvariable. (1)

X: Zahl der Studierenden mit Auto

6.2 Erste Befragung (9)

Poissonverteilung (1)

$$\lambda = n \cdot p = 200 \cdot 0,5\% = 1 \quad (2)$$

$$P(X = 0) = e^{-1} \cdot \frac{1^0}{0!} \approx 36,788\% \quad (2)$$

$$P(X = 1) = e^{-1} \cdot \frac{1^1}{1!} \approx 36,788\% \quad (2)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \approx 1 - 36,788\% = 63,212\% \quad (2)$$

6.3 Zweite Befragung (6)

Binomialverteilung (1)

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{10} \approx 10,737\% \quad (2)$$

$$P(X = 1) = \binom{10}{1} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 \approx 26,844\% \quad (2)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \approx 89,263\% \quad (1)$$

6.4 Dritte Befragung (8)

Hypergeometrische Verteilung (1)

$$P(X = 0) = \frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{15}{3}}{\binom{20}{3}} \approx 39,912\% \quad \frac{\binom{1}{1} + \binom{1}{1}}{\binom{1}{1} + \binom{1}{1}}$$

$$P(X = 1) = \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{15}{2}}{\binom{20}{3}} \approx 46,053\% \quad \frac{\binom{1}{1} + \binom{1}{1}}{\binom{1}{1} + \binom{1}{1}}$$

$$P(X \geq 1) \approx 1 - 39,912\% = 60,088\% \quad (1)$$

Aufgabe 7: Normalverteilung

(14)

Die Auswertung einer Klausur führte zu folgenden Ergebnissen:

MITTELWERT: 40
Varianz: 16

Die Werte können als normalverteilt angesehen werden.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgabe die Tabelle auf der nächsten Seite!

7.1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreichte ein Teilnehmer genau 40 Punkte? (3)

$$P(X = 40) = 0\%$$

7.2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreichte ein Teilnehmer höchstens 20 Punkte? (3)

$$P\left(Z \leq \frac{20-40}{\sqrt{16}}\right) = P(Z \leq -5) = 1 - P(Z \leq 5) = 1 - 1 = 0\% \text{ ohne Wurzel je } -0,5$$

7.3 Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreichte ein Teilnehmer mehr als den Mittelwert? (4)

$$P\left(Z > \frac{40-40}{\sqrt{16}}\right) = 1 - P(Z \leq 0) = 50\%$$

7.4 Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreichte ein Teilnehmer eine Punktzahl im Bereich von einer Standardabweichung um den Mittelwert? (4)

$$P\left(\frac{36-40}{\sqrt{16}} \leq Z \leq \frac{44-40}{\sqrt{16}}\right) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1) = 84,13\% - (1 - 84,13\%) = 68,26\%$$

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998