Übungstest: Verteilungen II

1. Qualitätskontrolle I (13)

Wir stellen Medikamente her. Leider hat unser Produktmanager uns nun berichtet, dass 10% der Ware in der Produktion fehlerhaft ist. Wir entnehmen 5 Stück.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist/sind

1.1 2 Stück fehlerhaft? (2)

X: Zahl der Fehlerhaften (-1), falls fehlt

$$\boxed{P(X=2)=\binom{5}{2}\cdot 0{,}1^2\cdot 0{,}9^3=7{,}29\%}$$

1.2 0 Stück fehlerhaft? (2)

$$\boxed{P(X=0)=\binom{5}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot 0{,}9^5=59{,}049\%}$$

1.3 Mindestens 1 Stück fehlerhaft? (3)

$$\boxed{P(X\geq 1)=1-P(X=0)=40{,}951\%}$$

1.4 Wie viele Stück müssten wir mindestens entnehmen, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein fehlerhaftes Exemplar zu erwischen? (6)

$$\boxed{\begin{array}{l} P(X\geq 1)\geq 99\% \\ 1-P(X=0)\geq 99\% \\ P(X=0)\leq 1\% \\ \binom{n}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot 0{,}9^n\leq 1\% \\ 0{,}9^n\leq 1\% \\ n\geq 44 \end{array}}\ \boxed{\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix}}$$

2. Qualitätskontrolle II **(9)**

Bei der Produktion eines extrem seltenen Schmerzmittels sind auch Unregelmäßigkeiten aufgefallen. Angeblich sind hier 5% der Ware fehlerhaft. Insgesamt haben wir 100 Stück hergestellt. Wir entnehmen 2 Stück.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist/sind

2.1 keines fehlerhaft? (2)

$$\boxed{P(X=0)=\frac{\binom{95}{2}\cdot\binom{5}{0}}{\binom{100}{2}}\approx 90{,}2\%}$$

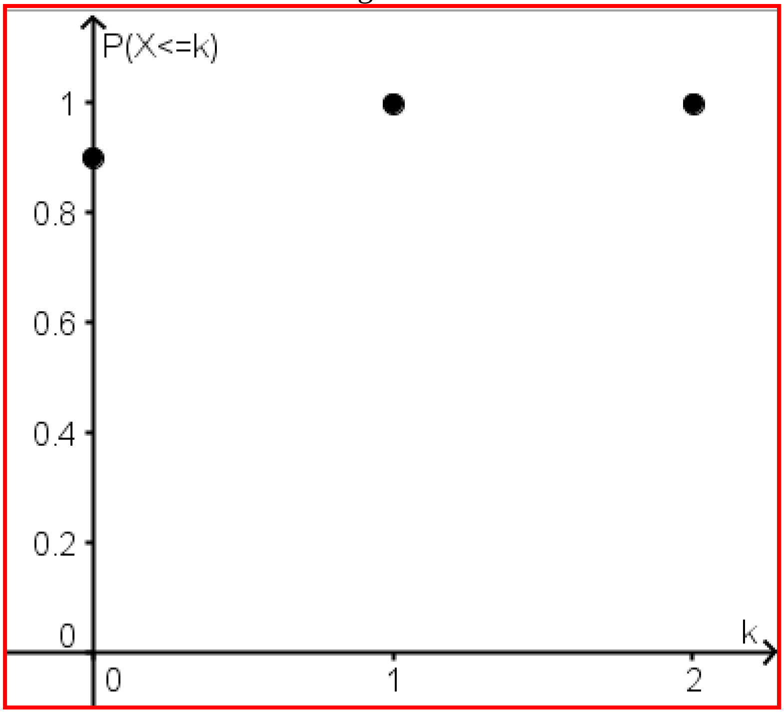
2.2 1 fehlerhaft? (2)

$$\boxed{P(X=1)=\frac{\binom{95}{1}\cdot\binom{5}{1}}{\binom{100}{2}}\approx 9{,}6\%}$$

2.3 höchstens 2 fehlerhaft? (2)

$$\boxed{P(X\leq 2)=100\%}$$

2.4 Zeichne die Verteilungsfunktion hierzu! (3)



3. Qualitätskontrolle III **(12)**

Um härteren Qualitätsanforderungen unserer Produkte aus Aufgabe 1 zu begegnen, werden nun mehr Stück überprüft.
Wir überprüfen 200 Stück. Weiterhin sind 5% der Ware fehlerhaft.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist/sind

3.1 2 Stück fehlerhaft? (4)

$$\lambda = 200 \cdot 5\% = 10$$

$$P(X=2) = e^{-10}\frac{10^2}{2!} \approx 0{,}23\% \qquad \begin{pmatrix} 2 \\ \\ 2 \end{pmatrix}$$

3.2 0 Stück fehlerhaft? (2)

$$P(X=0) = e^{-10}\frac{10^0}{0!} \approx 0{,}0045\%$$

3.3 Höchstens 1 Stück fehlerhaft? (6)

$$P(X \le 1) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$P(X=1) = e^{-10}\frac{10^1}{1!} \approx 0{,}045\%$$

$$P(X \le 1) = 0{,}0499\% \qquad \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. Andere Verteilungen **(12)**

Die Exponentialverteilung gibt die Wahrscheinlichkeit der Dauer von zufälligen Ereignissen an, bspw. von Zugverspätungen (Zufallsvariable *X*, in Minuten).
Die Wahrscheinlichkeitsfunktion ist durch

$f(x) = P(X = x) := \lambda \cdot e^{-\lambda x}$ definiert, wobei $\lambda = \frac{1}{\mu}$ ist.

Die mittlere Verspätung (Erwartungswert) eines Zuges von Frankfurt aus sei 5 Minuten.
Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass man

4.1 genau 3 Minuten auf den Zug warten muss? (6)

$X : Versp\ddot{a}tung \quad [\text{min}]$ (1)

$\lambda = \frac{1}{5} = 0{,}2$ (3)

$\Rightarrow P(X = 3) = 0{,}2 \cdot e^{-0{,}2 \cdot 3} \approx 10{,}98\%$ (2)

4.2 mindestens 1 Minute auf den Zug warten muss? (3)

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$ (1)

$P(X = 0) = 0{,}2 \cdot e^{-0{,}2 \cdot 0} = 20\%$ (1)

$P(X \geq 1) = 80\%$ (1)

4.3 nicht oder nur eine Minute auf den Zug warten muss? (3)

$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$ (1)

$P(X = 1) = 0{,}2 \cdot e^{-0{,}2 \cdot 1} = 16{,}37\%$ (1)

$P(X \leq 1) = 36{,}37\%$ (1)