

Übungstest: Verteilungen

Hilfsmittel: Nicht programmierbarer Taschenrechner.
Runden Sie alle Werte auf 3 Stellen hinter dem Komma.

1. Qualitätskontrolle I (7)

Wir stellen Medikamente her. Leider hat unser Produktmanager uns nun berichtet, dass 5% der Ware in der Produktion fehlerhaft ist. Wir entnehmen 10 Stück.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist/sind

1.1 2 Stück fehlerhaft? (2)

X: Zahl der Fehlerhaften (-1), falls fehlt

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0,05^2 \cdot 0,95^8 \approx 7,464\%$$

1.2 0 Stück fehlerhaft? (2)

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} \cdot 0,05^0 \cdot 0,95^{10} \approx 59,874\%$$

1.3 Mindestens 1 Stück fehlerhaft? (3)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) \approx 40,126\%$$

2. Qualitätskontrolle II

(10)

Bei der Produktion eines extrem seltenen Schmerzmittels sind auch Unregelmäßigkeiten aufgefallen. Angeblich sind hier 4% der Ware fehlerhaft. Insgesamt haben wir 100 Stück hergestellt. Wir entnehmen 3 Stück.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist/sind

2.1 keines fehlerhaft?

(2)

$$P(X = 0) = \frac{\binom{96}{3} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{100}{3}} \approx 88,361\%$$

2.2 1 fehlerhaft?

(2)

$$P(X = 1) = \frac{\binom{96}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{100}{3}} \approx 11,280\%$$

2.3 höchstens 2 fehlerhaft?

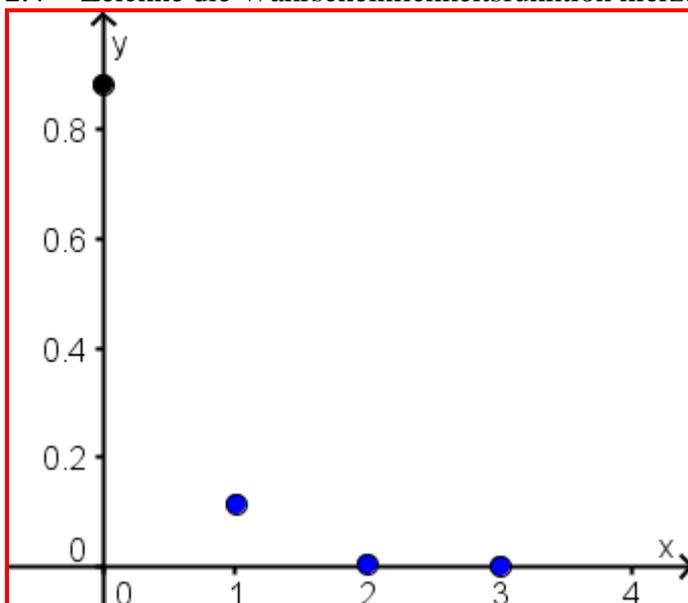
(3)

$$P(X = 2) = \frac{\binom{96}{1} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{100}{3}} \approx 0,356\%$$

$$\Rightarrow P(X \leq 2) \approx 100\%$$

2.4 Zeichne die Wahrscheinlichkeitsfunktion hierzu!

(3)



3. Qualitätskontrolle III

(12)

Um härteren Qualitätsanforderungen unserer Produkte aus Aufgabe 1 zu begegnen, werden nun mehr Stück überprüft.

Wir überprüfen 200 Stück. Weiterhin sind 5% der Ware fehlerhaft.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist/sind

3.1 2 Stück fehlerhaft?

(4)

$$\lambda = 200 \cdot 5\% = 10$$

$$P(X = 2) = e^{-10} \cdot \frac{10^2}{2!} \approx 0,227\%$$

3.2 0 Stück fehlerhaft?

(2)

$$P(X = 0) = e^{-10} \cdot \frac{10^0}{0!} \approx 0,005\%$$

3.3 Höchstens 1 Stück fehlerhaft?

(6)

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$P(X = 1) = e^{-10} \cdot \frac{10^1}{1!} \approx 0,045\%$$

$$P(X \leq 1) = 0,0499\%$$

4. Lotterie

(11)

Aus einer Urne mit 10 Kugeln (nummeriert mit Zahlen 1-10) sollen 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen werden.

Wer beide Zahlen richtig tippt, bekommt 100 Euro. Wer nur eine Zahl richtig tippt, der bekommt 10 Euro. Wer nichts richtig tippt, bekommt gar nichts. Wie hoch ist der mittlere Gewinn bei diesem Spiel? Anders gefragt: Welchen Betrag würdest du für einmal Tippen bezahlen wollen, um im Mittel keinen Verlust zu machen? Was ist das mittlere Risiko, also die Abweichung von diesem Mittelwert?

$$X = \text{Zahl Treffer}, G = \text{Gewinn}$$

$$P(X = 0) = \frac{\binom{2}{0} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{10}{2}} \approx 62,222\%, P(X = 1) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{10}{2}} \approx 35,556\%, P(X = 2) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{8}{0}}{\binom{10}{2}} \approx 2,22\%$$

$$\mu = 0 \cdot 62,222\% + 10 \cdot 35,556\% + 100 \cdot 2,222\% \approx 5,78 \text{ [€]}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{(0 - 5,78)^2 \cdot 62,22\% + (10 - 5,78)^2 \cdot 35,56\% + (100 - 5,78)^2 \cdot 2,22\%} \approx 14,97 \text{ [€]}$$