Mechanik und Tragkonstruktion









Inhalt Mechanik und Tragkonstrukion

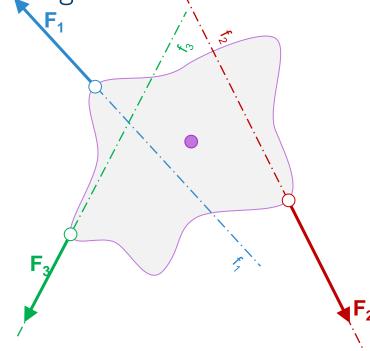
- Grundbegriffe/Herangehensweise an eine Planungsaufgabe/Beanspruchungen
- 2. Zentrales Kraftsystem
- 3. Allgemeines Kraftsystem
- 4. Auflager / Tragwerke
- 5. Biegeträger Schnittkräfte
- 6. Festigkeitslehre Querschnittskennwerte, Berechnung von Spannungen, Verformungen
- 7. Stabilität

Allgemeines Kraftsystem | Inhalt heute

- Definition allgemeines Kraftsystem
- Das Moment
- Resultierendes Moment
- Gleichgewicht im allgemeinen Kraftsystem

Allgemeines Kraftsystem | Definition

Das allgemeine Kraftsystem umfasst alle die Belastungszustände eines Körpers, bei denen die angreifenden Kräfte keinen gemeinsamen Angriffspunkt besitzen.

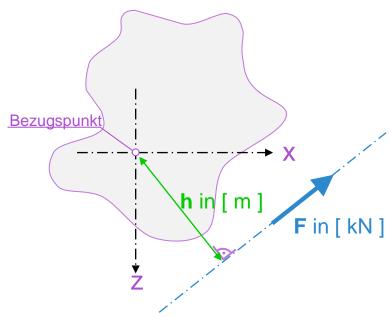


Allgemeines Kraftsystem | Das Moment

- Allgemeines
 - Physikalische Größe zur Beschreibung der DrehWirkung von Kräften auf Körper
 - Beispiel: Drehmoment
 - Nur die Wirkung des Moments ist sichtbar, das Moment selbst nicht
 - Physikalische Einheit (SI-Einheit) Newtonmeter Nm 1000Nm = 1kNm

Allgemeines Kraftsystem | Das Moment

- Darstellung / Bestimmungsgrößen
 - Darstellung als
 - gebogener Pfeil in der Ebene
 - Pfeil mit Doppelspitze im Raum ——
 - Bezeichnung mit Großbuchstaben
 (z.B. M_a = "Moment um den Punkt a")
 Momente sind in der Ebene definiert durch
 - Betrag / Größe in [Nm] oder [kNm]
 - Drehrichtung (mit / gegen Uhrzeigersinn)
 - Bezugspunkt



Allgemeines Kraftsystem | Das Moment

Berechnung

 $M = Kraft \cdot Hebelarm = F \cdot h$

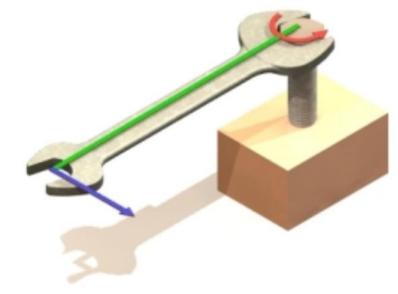
mit: F = Kraft in kN

h = Hebelarm in m

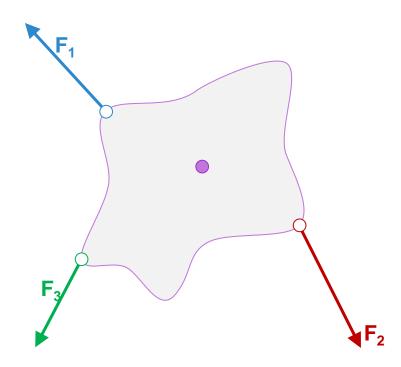
Beispiel:

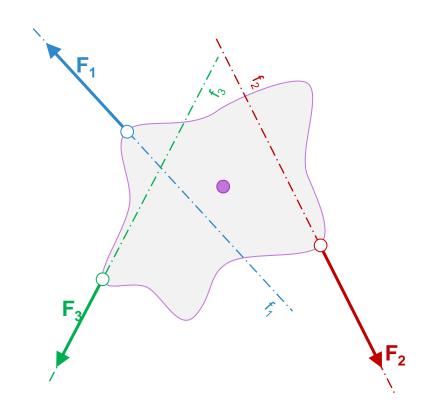
F = 2kN

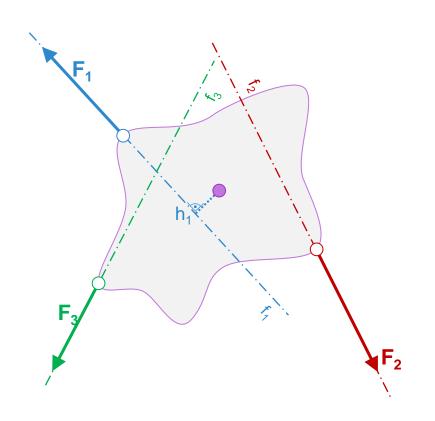
h = 0.2m



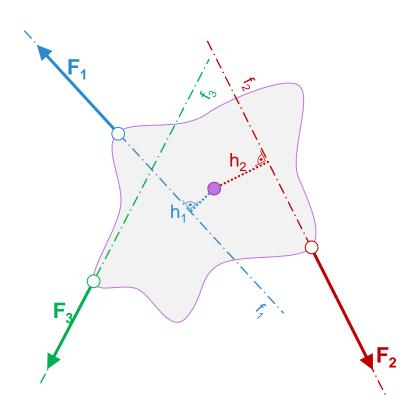
$$M = 2kN \cdot 0.2m = 0.4kNm = 400Nm$$



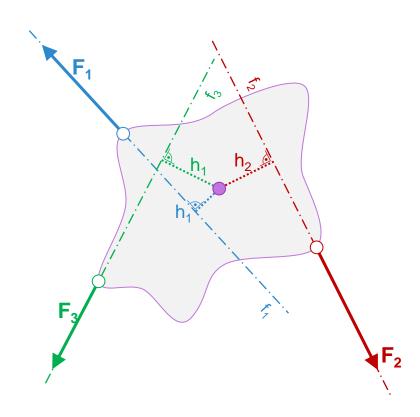




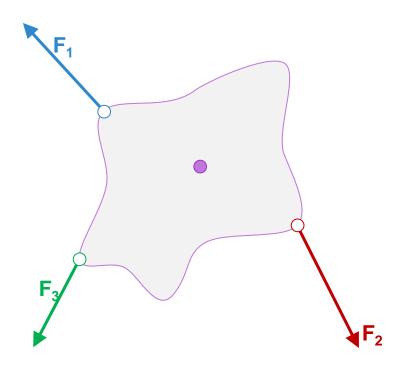
$$\widehat{M_R} = -F_1 \cdot h_1$$

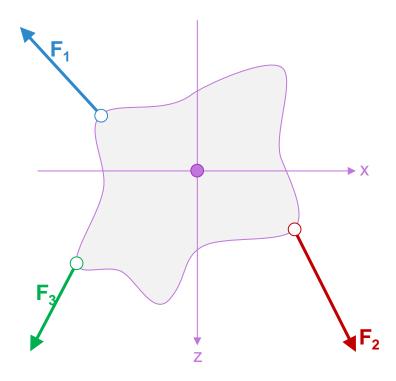


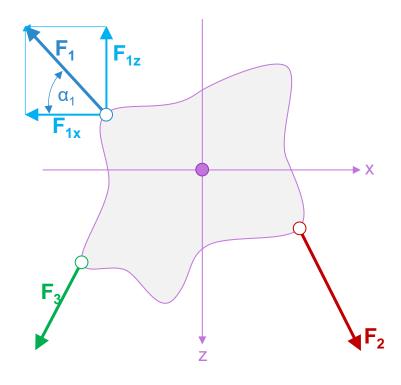
$$\widehat{M_R} = -F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2$$



$$\widehat{M_R} = -F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 + F_3 \cdot h_3$$







$$\overrightarrow{R_{x}} = -F_{1x}$$

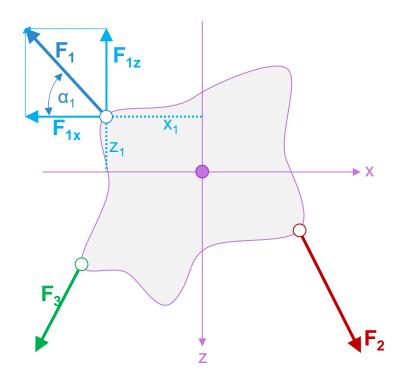
$$\overrightarrow{R_{x}} = -\cos \alpha_{1} \cdot F_{1}$$

$$\downarrow R_{z} = -F_{1z}$$

$$\downarrow R_{z} = -\sin \alpha_{1} \cdot F_{1}$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$



$$\overrightarrow{R_{x}} = -F_{1x}$$

$$\overrightarrow{R_{x}} = -\cos \alpha_{1} \cdot F_{1}$$

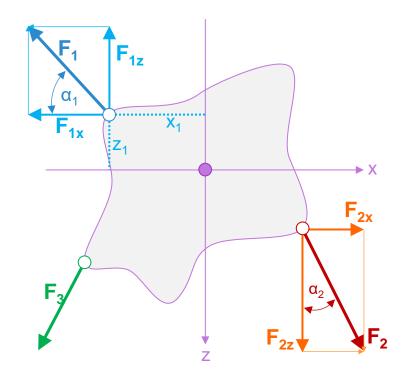
$$\downarrow R_{z} = -F_{1z}$$

$$\downarrow R_{z} = -\sin \alpha_{1} \cdot F_{1}$$

$$\widehat{M_R} = +F_{1x} \cdot z_1 - F_{1z} \cdot x_1$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$



$$\overrightarrow{R_{x}} = -F_{1x} + F_{2x}$$

$$\overrightarrow{R_{x}} = -\cos \alpha_{1} \cdot F_{1} + \sin \alpha_{2} \cdot F_{2}$$

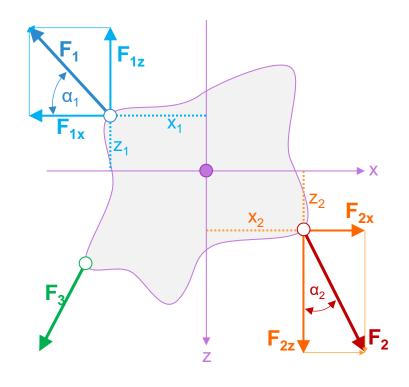
$$\downarrow R_{z} = -F_{1z} + F_{2z}$$

$$\downarrow R_{z} = -\sin \alpha_{1} \cdot F_{1} + \cos \alpha_{2} \cdot F_{2}$$

$$\widehat{M_R} = +F_{1x} \cdot z_1 - F_{1z} \cdot x_1$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$



$$\overrightarrow{R_{x}} = -F_{1x} + F_{2x}$$

$$\overrightarrow{R_{x}} = -\cos \alpha_{1} \cdot F_{1} + \sin \alpha_{2} \cdot F_{2}$$

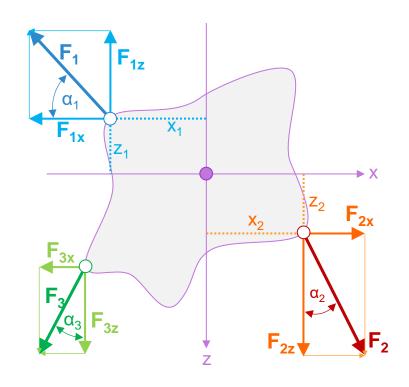
$$\downarrow R_{z} = -F_{1z} + F_{2z}$$

$$\downarrow R_{z} = -\sin \alpha_{1} \cdot F_{1} + \cos \alpha_{2} \cdot F_{2}$$

$$\widehat{M_R} = +F_{1x} \cdot z_1 - F_{1z} \cdot x_1 + F_{2x} \cdot z_2 - F_{2z} \cdot x_2$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$



$$\overrightarrow{R_{x}} = -F_{1x} + F_{2x} - F_{3x}$$

$$\overrightarrow{R_{x}} = -\cos \alpha_{1} \cdot F_{1} + \sin \alpha_{2} \cdot F_{2} - \sin \alpha_{3} \cdot F_{3}$$

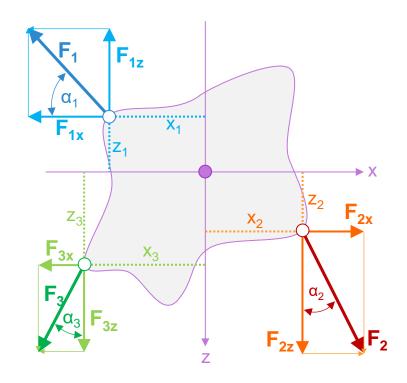
$$\downarrow R_{z} = -F_{1z} + F_{2z} + F_{3z}$$

$$\downarrow R_{z} = -\sin \alpha_{1} \cdot F_{1} + \cos \alpha_{2} \cdot F_{2} + \cos \alpha_{3} \cdot F_{3}$$

$$\widehat{M_R} = +F_{1x} \cdot z_1 - F_{1z} \cdot x_1 + F_{2x} \cdot z_2 - F_{2z} \cdot x_2$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2 \qquad F_{3x} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2 \qquad F_{3z} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$



$$\overrightarrow{R_{x}} = -F_{1x} + F_{2x} - F_{3x}$$

$$\overrightarrow{R_{x}} = -\cos \alpha_{1} \cdot F_{1} + \sin \alpha_{2} \cdot F_{2} - \sin \alpha_{3} \cdot F_{3}$$

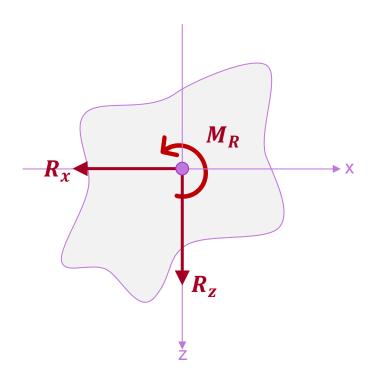
$$\downarrow R_{z} = -F_{1z} + F_{2z} + F_{3z}$$

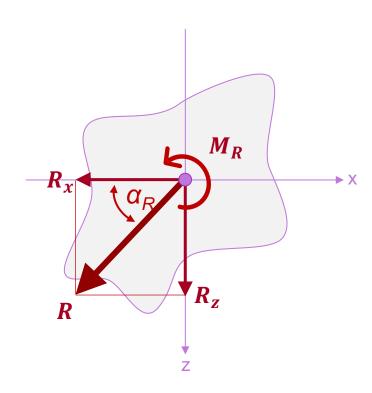
$$\downarrow R_{z} = -\sin \alpha_{1} \cdot F_{1} + \cos \alpha_{2} \cdot F_{2} + \cos \alpha_{3} \cdot F_{3}$$

$$\widehat{M_R} = +F_{1x} \cdot z_1 - F_{1z} \cdot x_1 + F_{2x} \cdot z_2 - F_{2z} \cdot x_2 - F_{3x} \cdot z_3 + F_{3z} \cdot x_3$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2 \qquad F_{3x} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

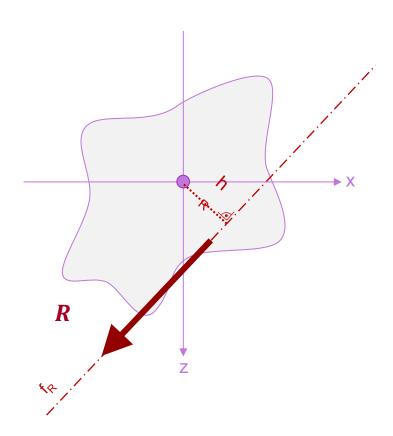
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1 \qquad F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2 \qquad F_{3z} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$





$$R = \sqrt{{R_\chi}^2 + {R_z}^2}$$

$$\alpha_R = \arctan \frac{|R_z|}{|R_x|}$$



$$R = \sqrt{{R_\chi}^2 + {R_z}^2}$$

$$\alpha_R = \arctan \frac{|R_z|}{|R_x|}$$

$$|h_R| = \frac{|M_R|}{|R|}$$

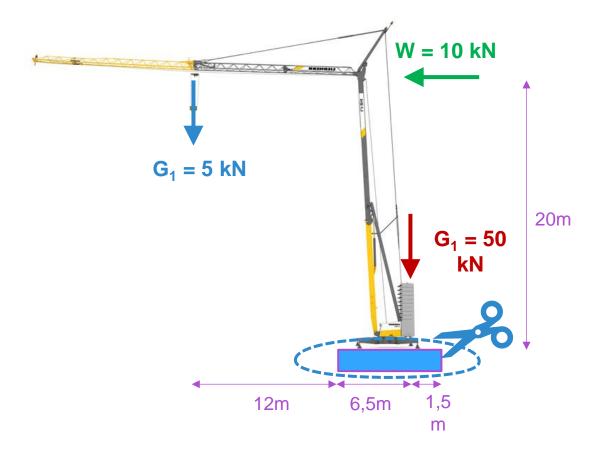
BEISPIEL 3.1 – KRANFUNDAMENT

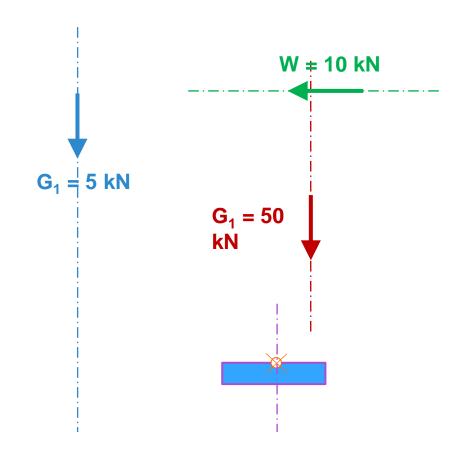
Gesucht:

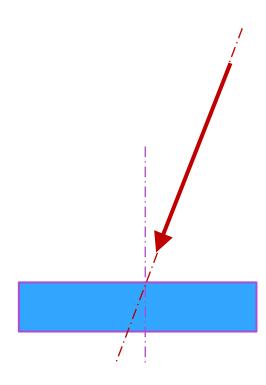
Resultierende in Bezug auf die

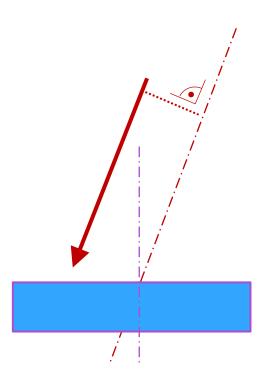
Mitte der Oberkante des

Kranfundaments







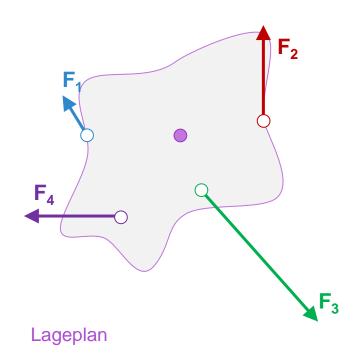


ALLGEMEINES

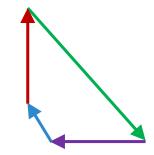
Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.

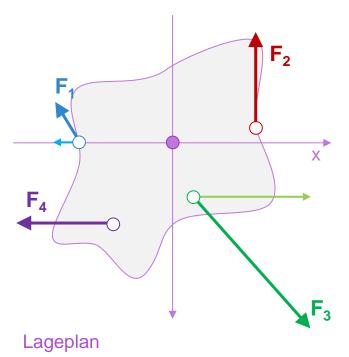


$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

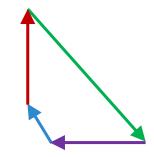
- ALLGEMEINES
- Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x}=0$$

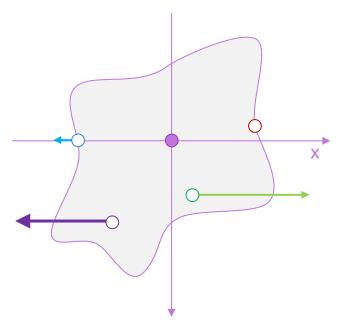
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.

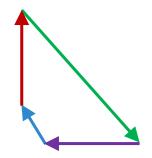


Lageplan

Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x}=0$$

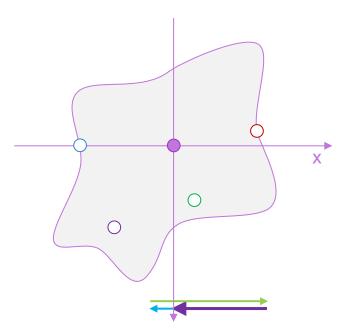
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.

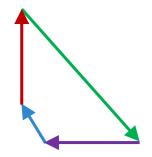


Lageplan

Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x}=0$$

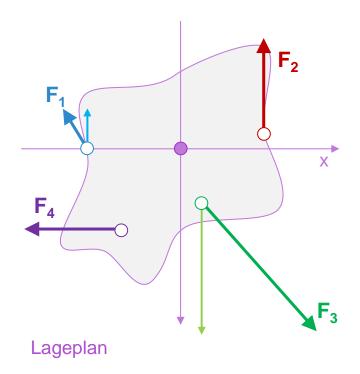
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

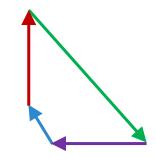
Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

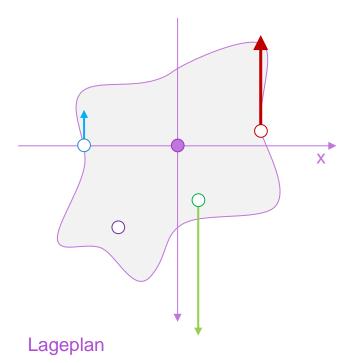
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

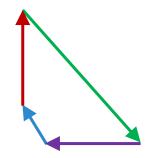
Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

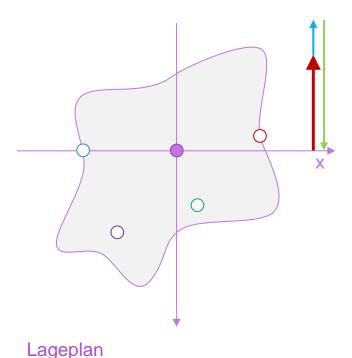
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

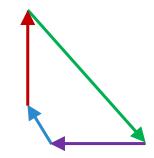
Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

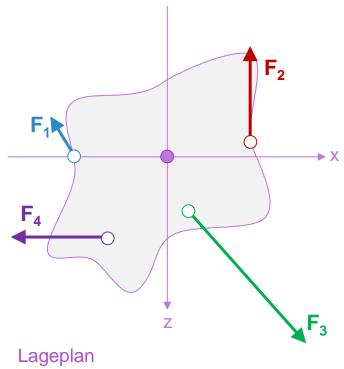
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



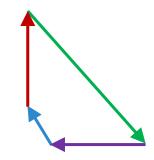
Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

Die Summe aller Momente ist Null:

$$\sum M_i = 0$$

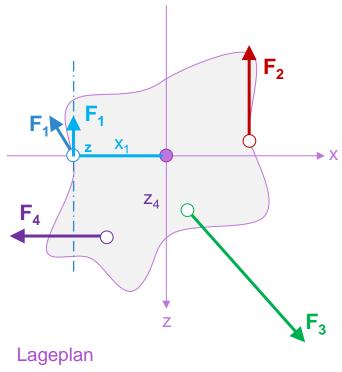
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



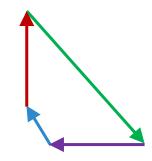
Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

Die Summe aller Momente ist Null:

$$\sum_{i=0}^{\infty} M_i = 0$$
$$= -F_{1,z} \cdot x_1$$

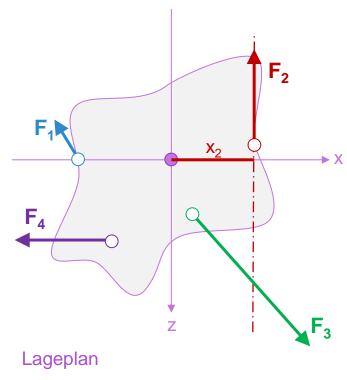
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

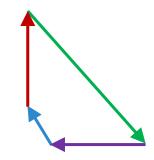
$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

Die Summe aller Momente ist Null:

$$\sum_{i=0}^{4} M_{i} = 0$$

$$= -F_{1,z} \cdot x_{1} + F_{2} \cdot x_{2}$$

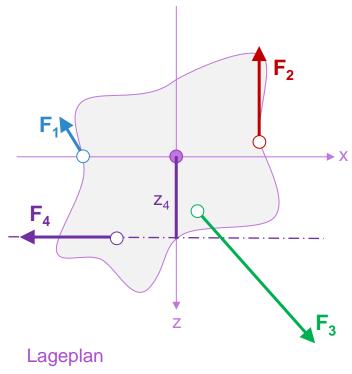
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

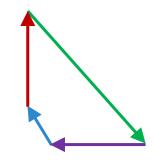
$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

Die Summe aller Momente ist Null:

$$\sum_{i=0}^{\infty} M_i = 0$$

$$= -F_{1,z} \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 - F_4 \cdot z_4$$

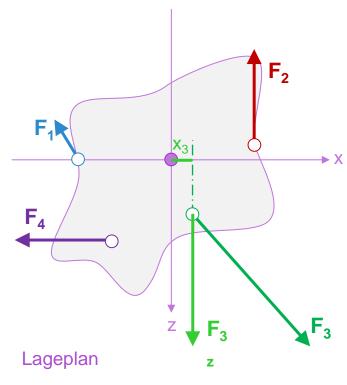
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

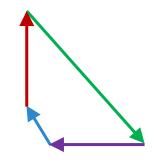
Die Summe aller Momente ist Null:

$$\sum_{i=0}^{V} M_i = 0$$

$$= -F_{1,z} \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 - F_4 \cdot z_4$$

$$-F_{3,z} \cdot x_3$$

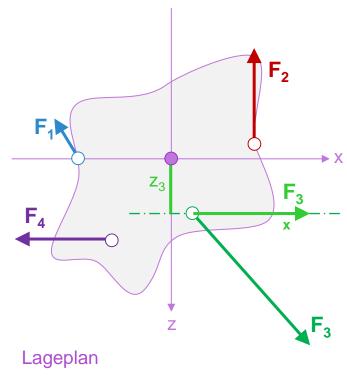
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Resultierende R und das resultierende Moment M_R aller Kräfte F_i auf diesen Körper null wird.



Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

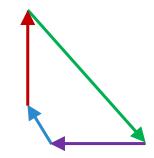
Die Summe aller Momente ist Null:

$$\sum_{i=0}^{\infty} M_i = 0$$

$$= -F_{1,z} \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 - F_4 \cdot z_4$$

$$-F_{3,z} \cdot x_3 + F_{3,x} \cdot z_3$$

$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm ≙ x kN

GLEICHGEWICHTSBEDINGUNGEN (GGB)

$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

$$\widehat{\sum M_i} = 0$$

GLEICHGEWICHTSBEDINGUNGEN (GGB)

In geschlossenen ebenen Systemen stehen uns 3 Gleichgewichtsgleichungen zur Verfügung.

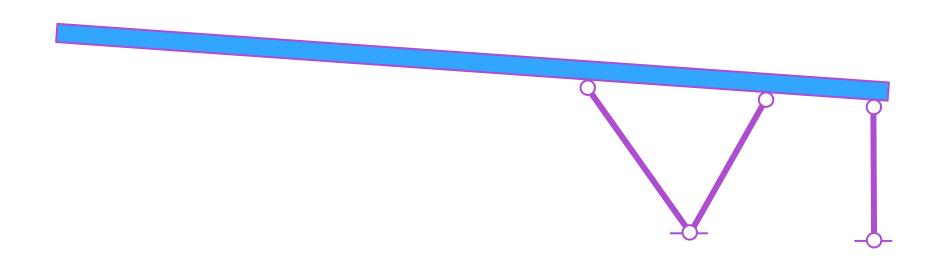
- → Mittels dieser Gleichungen können 3 Unbekannte Kräfte berechnet werden
- → In der Regel sind dies 3 Reaktionskräfte

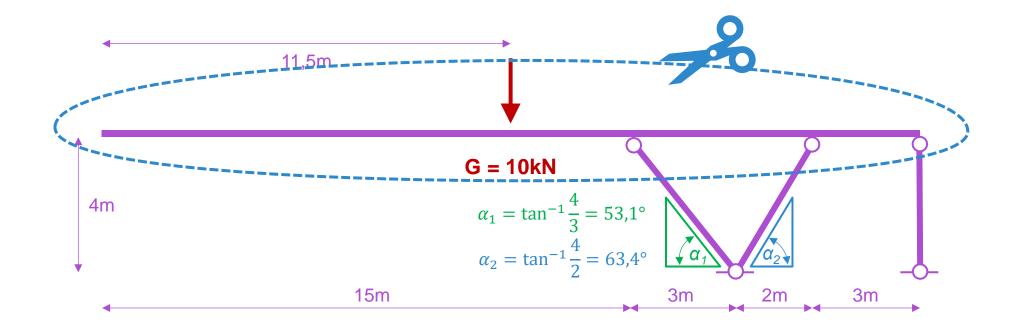
$$\sum F_{i,x} = 0 \qquad \sum F_{i,z} = 0$$

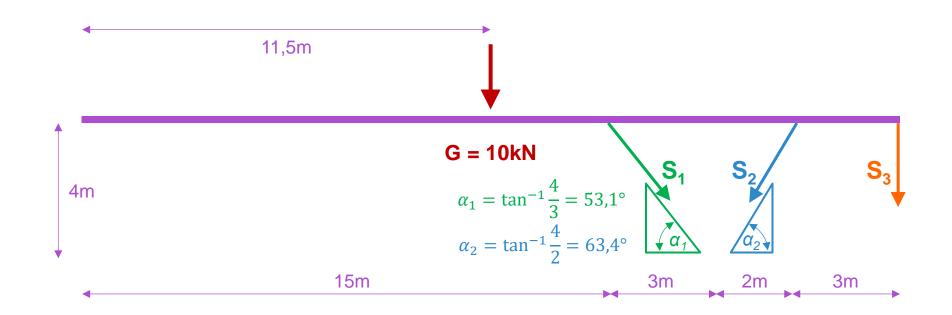
$$\sum M_i = 0$$







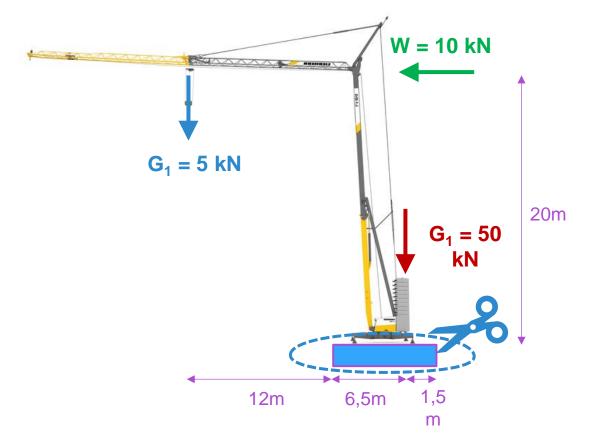




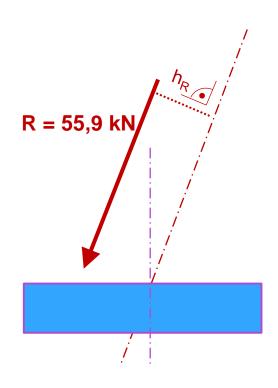
BEISPIEL 3.3 – KRANFUNDAMENT AUFLAGERKRÄFTE

Gesucht:

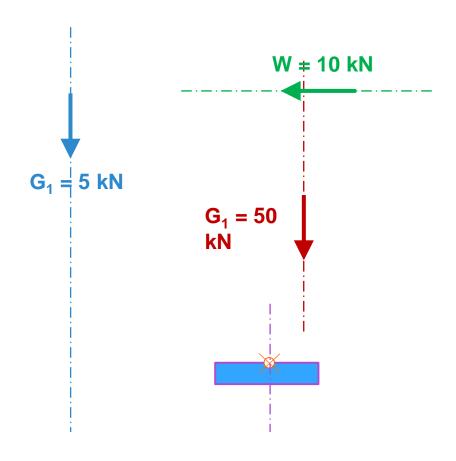
Auflagerkräfte am Kranfundament



BEISPIEL 3.3 – AUFLAGERKRÄFTE AM KRANFUNDAMENT



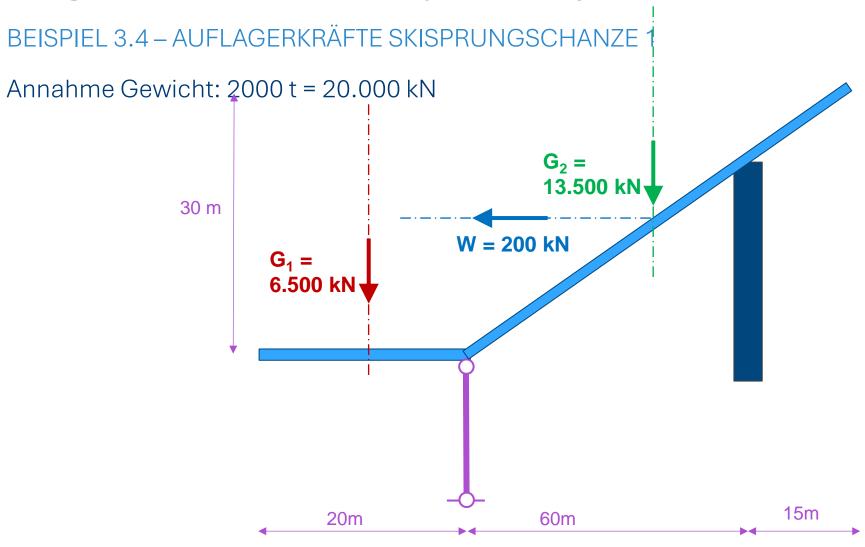
BEISPIEL 3.3 – AUFLAGERKRÄFTE AM KRANFUNDAMENT

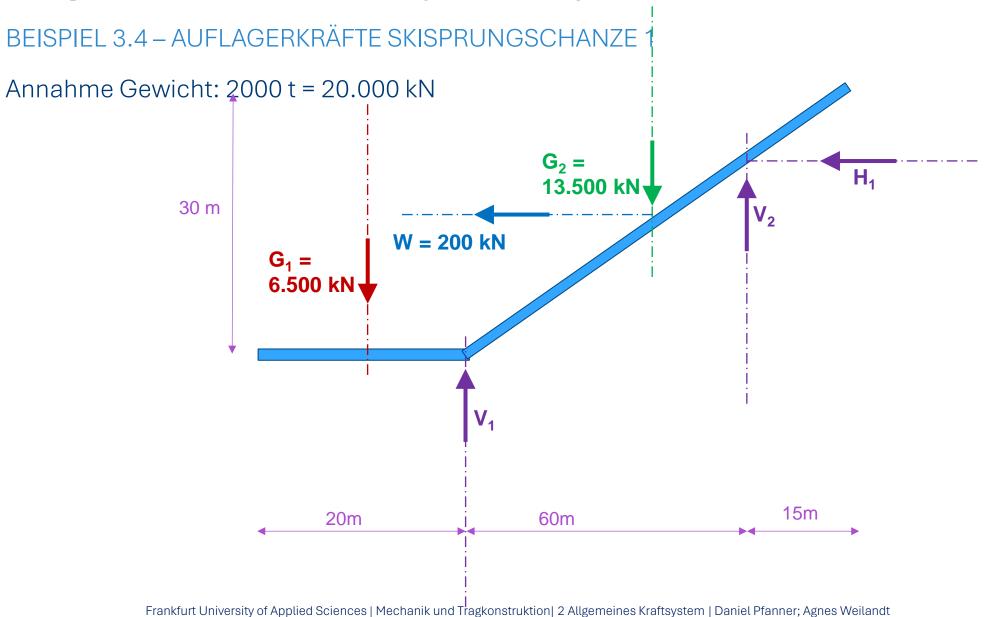


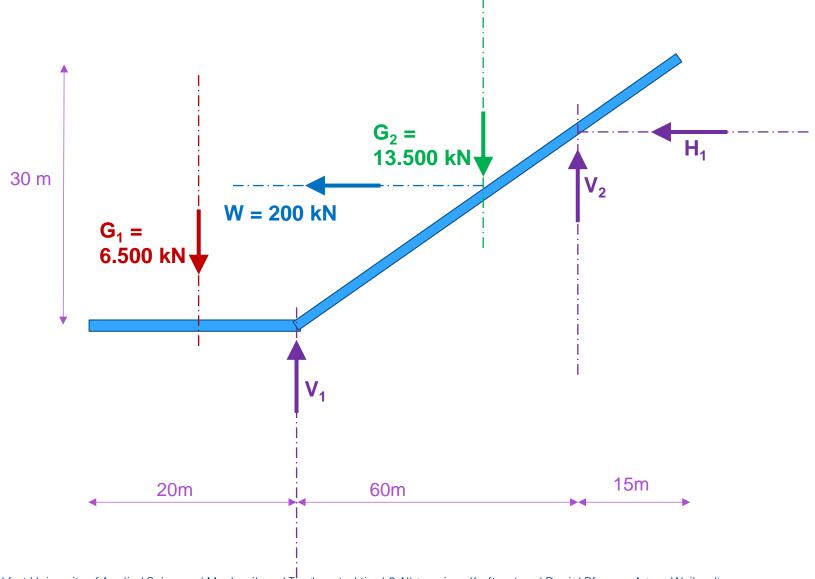


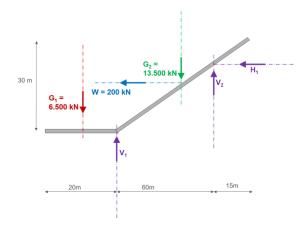




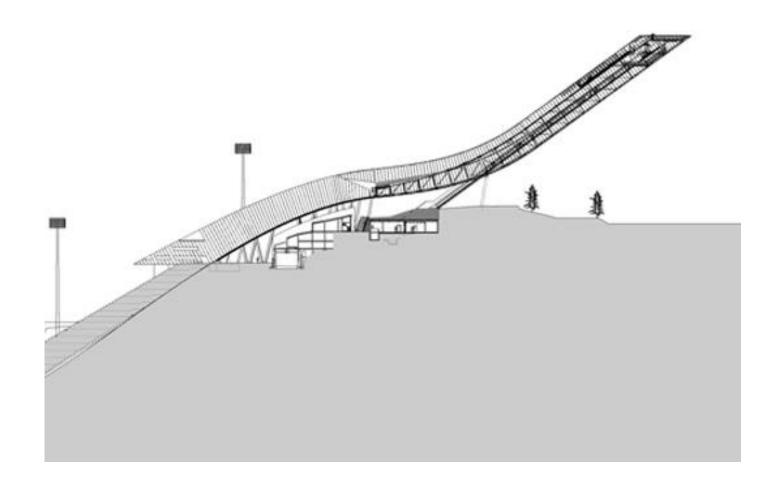


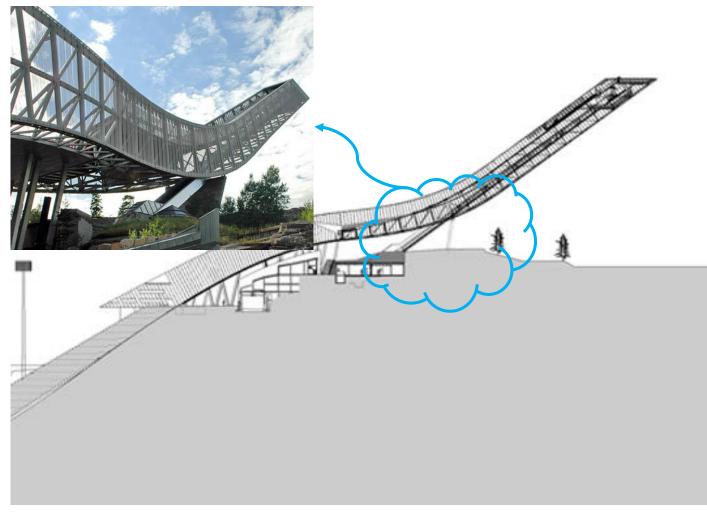




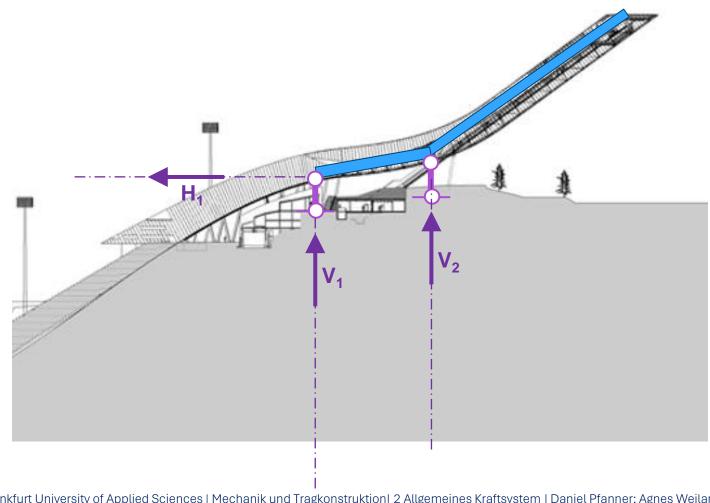








BEISPIEL 3.4 – AUFLAGERKRÄFTE SKISPRUNGSCHANZE 2



Frankfurt University of Applied Sciences | Mechanik und Tragkonstruktion | 2 Allgemeines Kraftsystem | Daniel Pfanner; Agnes Weilandt

