

Mechanik und Tragkonstruktion

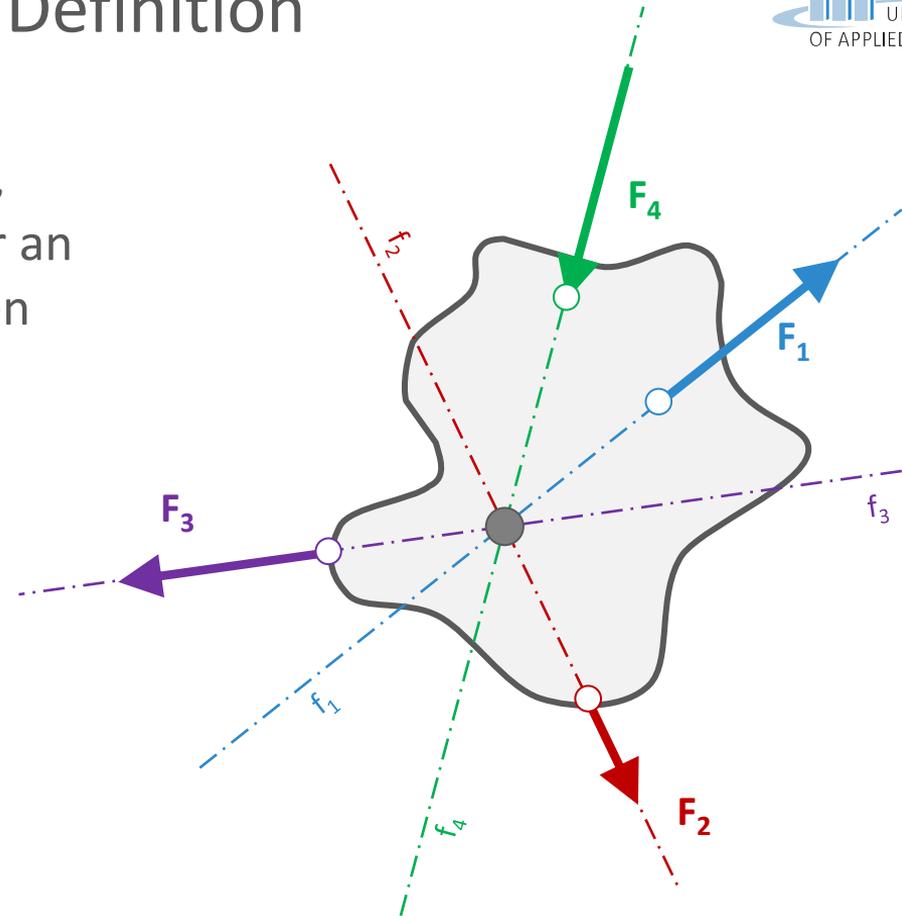
Kraftlehre / Zentrales Kraftsystem

Hauptthemen 1. Semester

- Grundbegriffe / Herangehensweise an eine Planungsaufgabe/Beanspruchungen
- **Kraftlehre / Zentrales Kraftsystem**
- Allgemeines Kraftsystem
- Auflager / Tragwerke
- Biegeträger – Schnittkräfte
- Festigkeitslehre – Querschnittskennwerte, Berechnung von Spannungen, Verformungen
- Stabilität

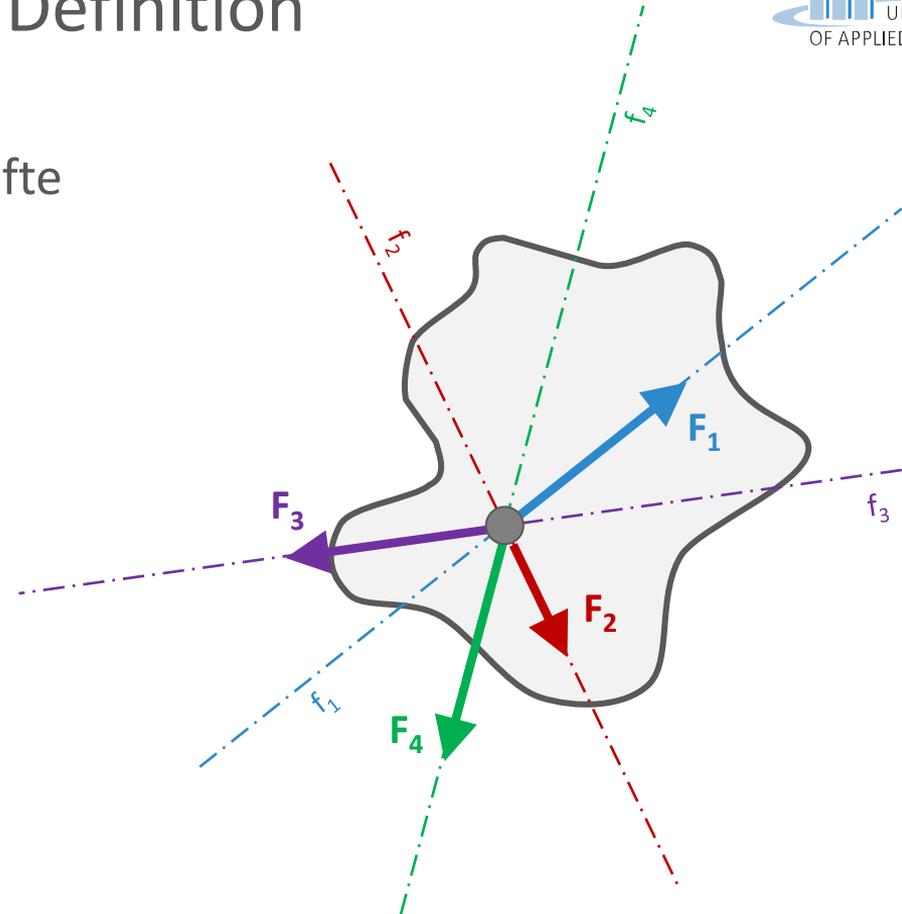
Zentrales Kraftsystem | Definition

Ein zentrales Kraftsystem liegt vor, wenn sich die Wirkungslinien aller an einem starren Körper angreifenden Kräfte in einem Punkt schneiden.



Zentrales Kraftsystem | Definition

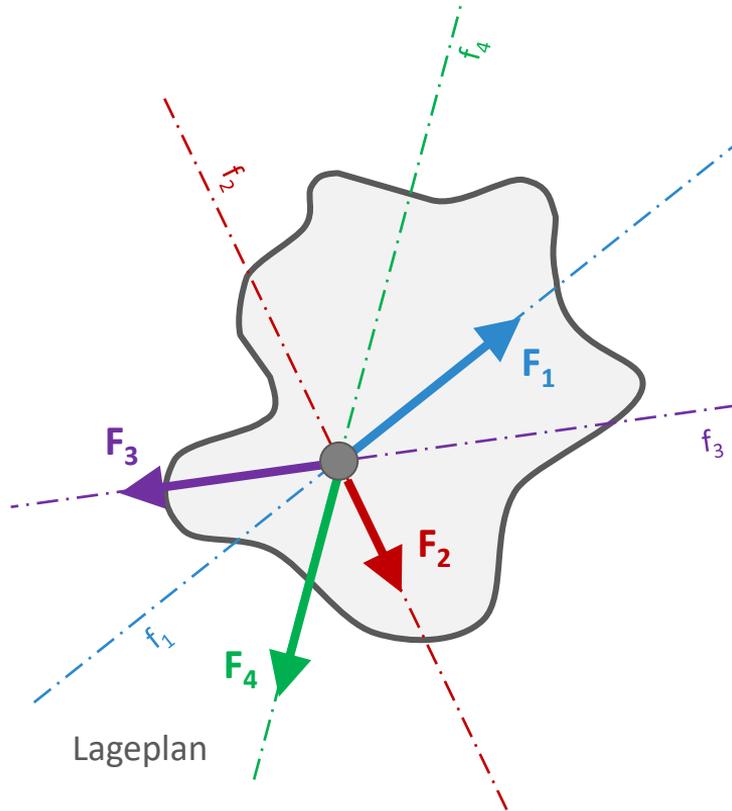
Am starren Körper können die Kräfte frei entlang Ihrer Wirkungslinie verschoben werden.



Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

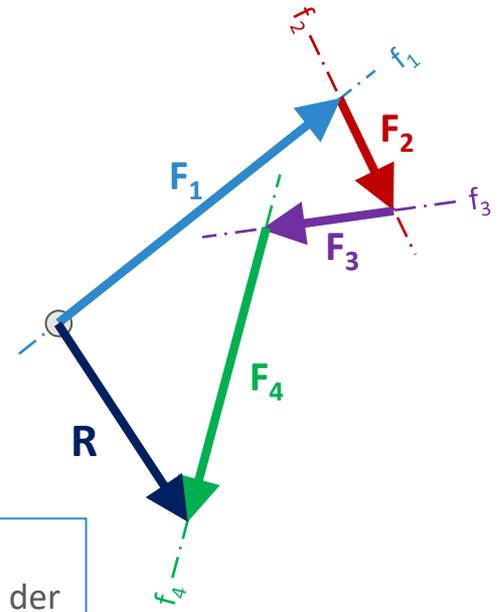
Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

GRAFISCH (Kräftepolygon)



Lageplan

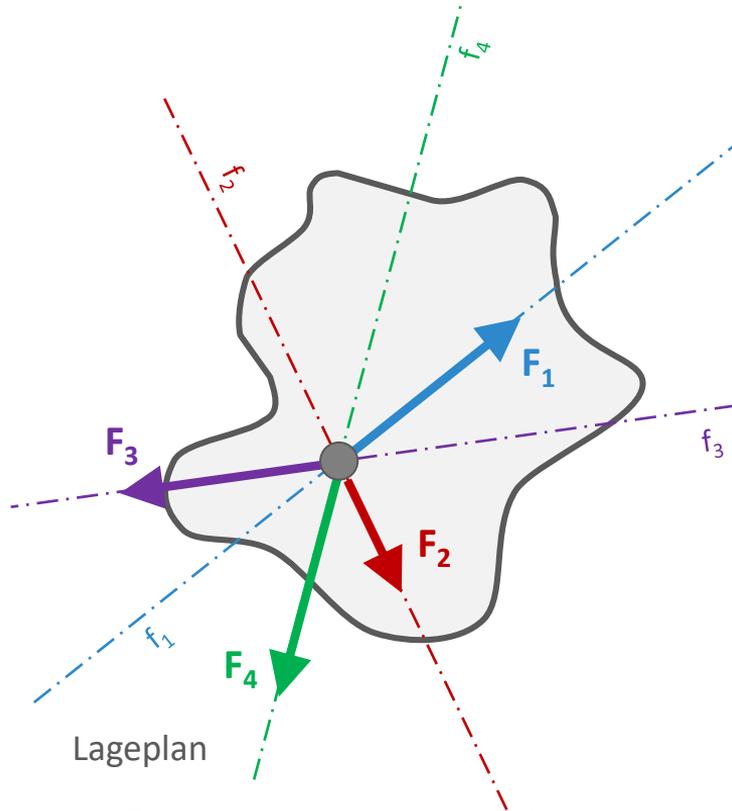
Die Kraftwirkung der **Resultierenden R** entspricht der Kraftwirkung der Einzelkräfte



Kräfteplan: M 1cm $\hat{=}$ x kN

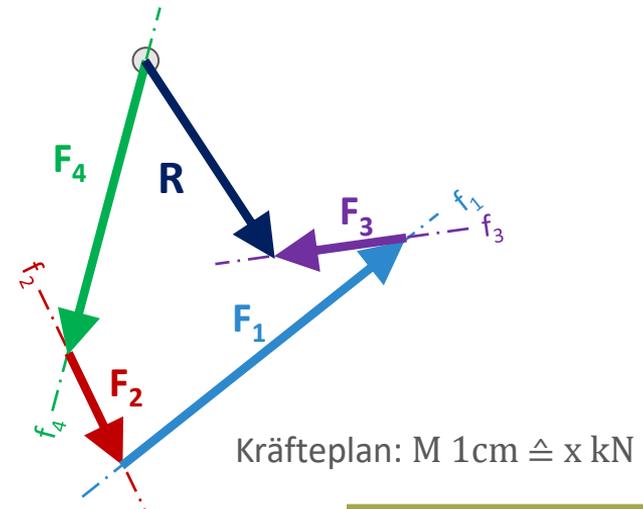
Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

GRAFISCH (Kräftepolygon)



Die Kraftwirkung der **Resultierenden R** entspricht der Kraftwirkung der Einzelkräfte

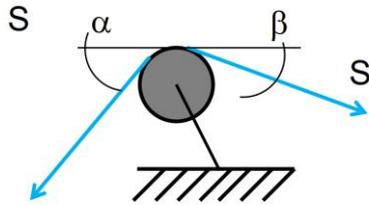
Reihenfolge beliebig



Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

BEISPIEL 2.1 (GRAFISCH - Kräftepolygon)

Ermittlung der resultierenden Kraft auf eine Umlenkrolle



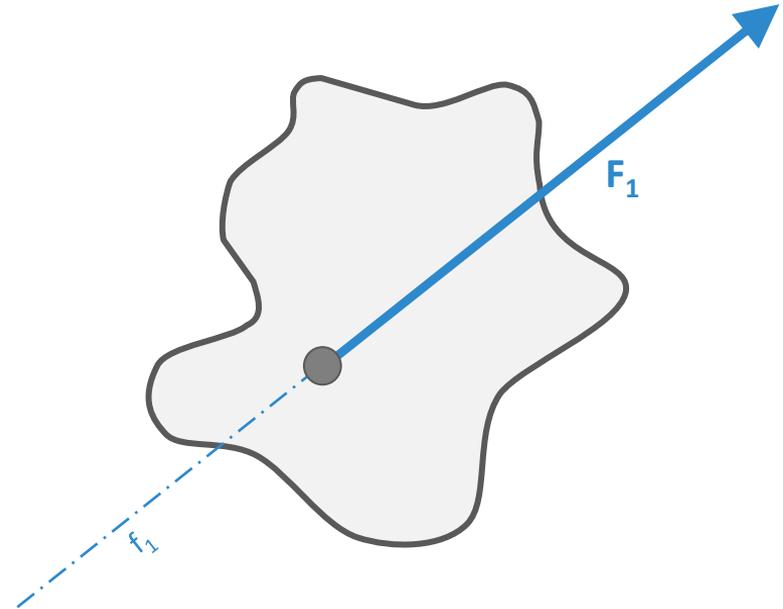
$$\alpha = 50^\circ$$
$$\beta = 20^\circ$$
$$S = 30 \text{ kN}$$

Zerlegen von Kräften | Komponenten

Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

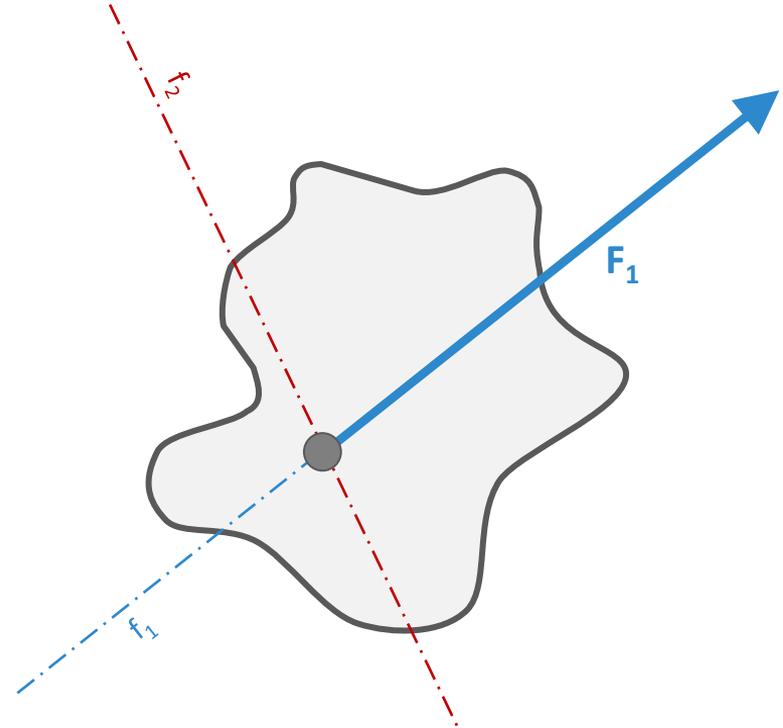
Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.



Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

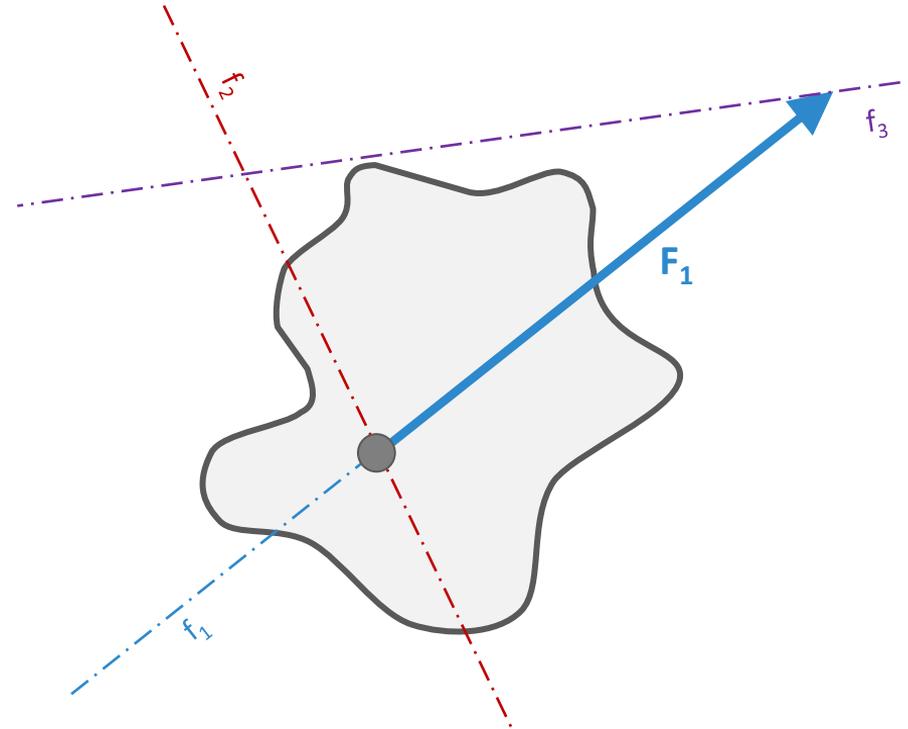
Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.



Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

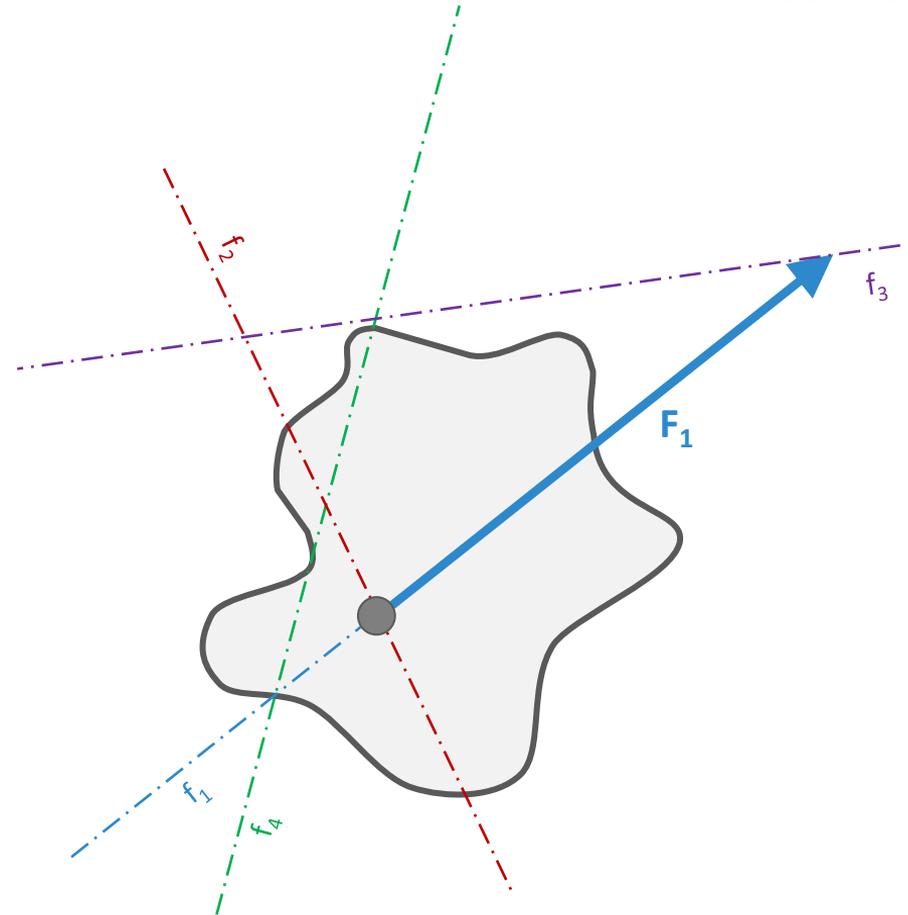
Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.



Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

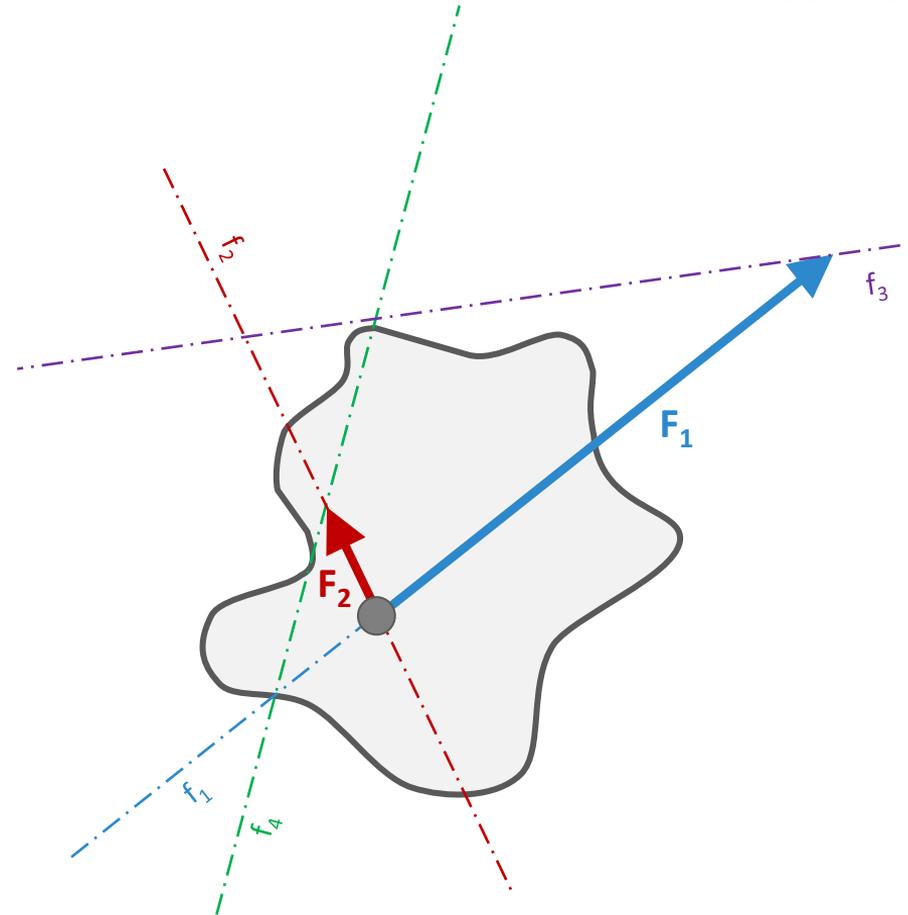
Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.



Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

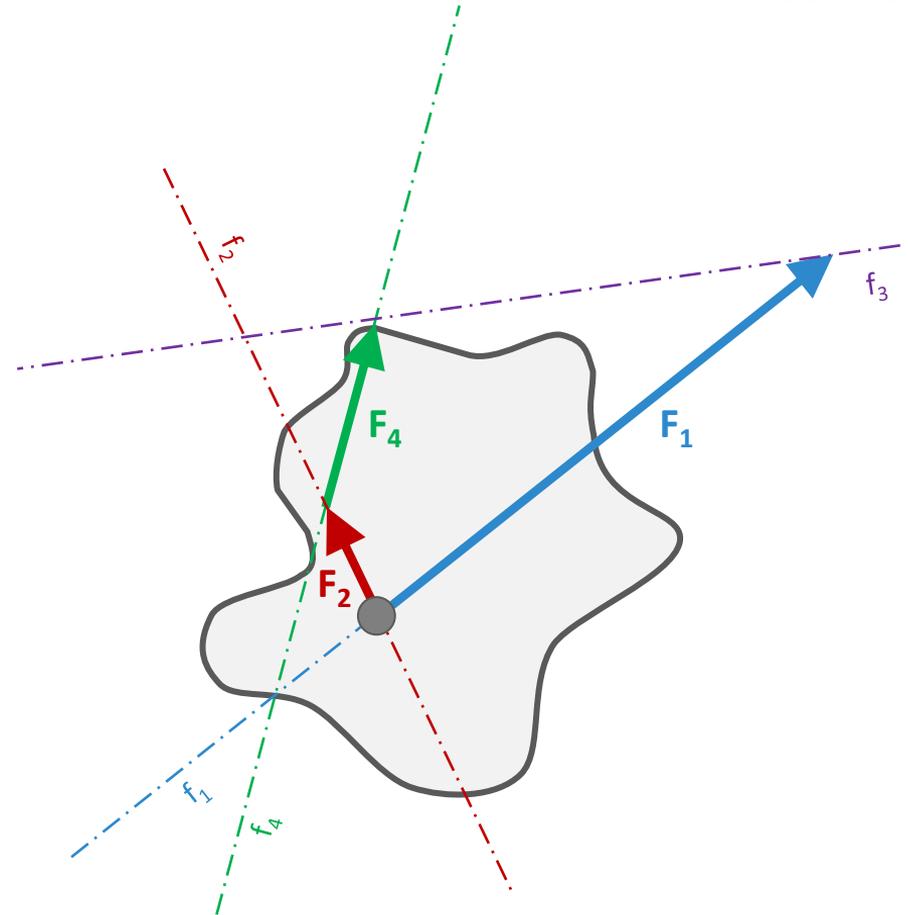
Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.



Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

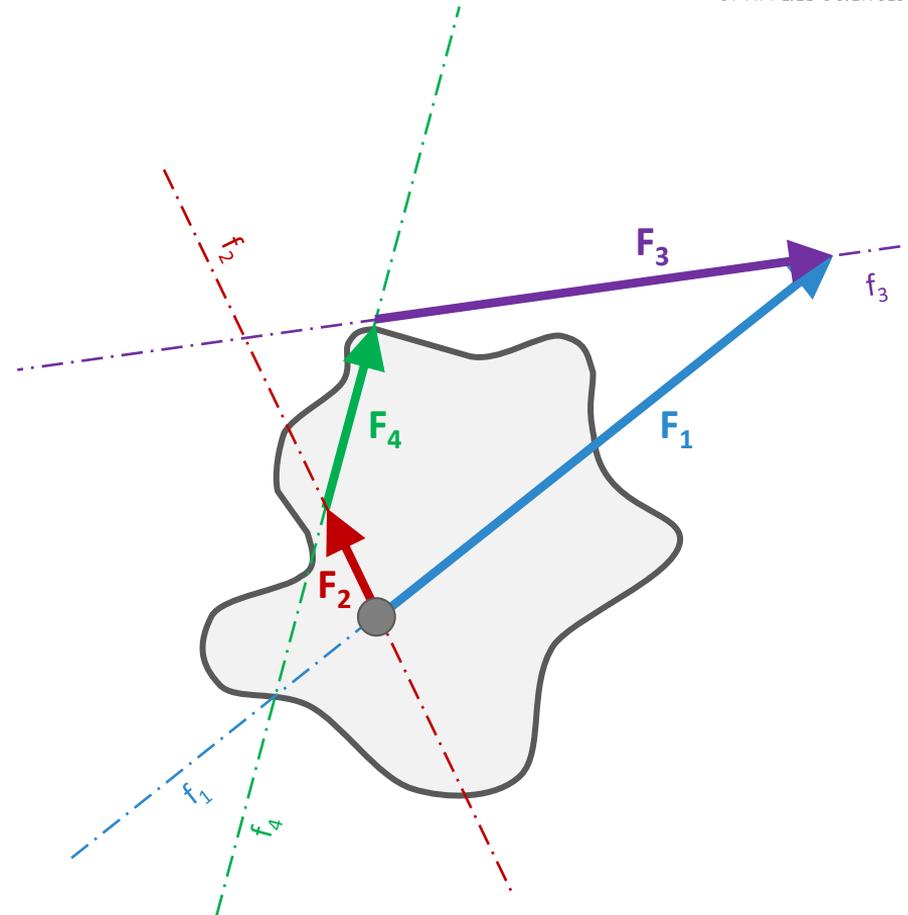
Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.



Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

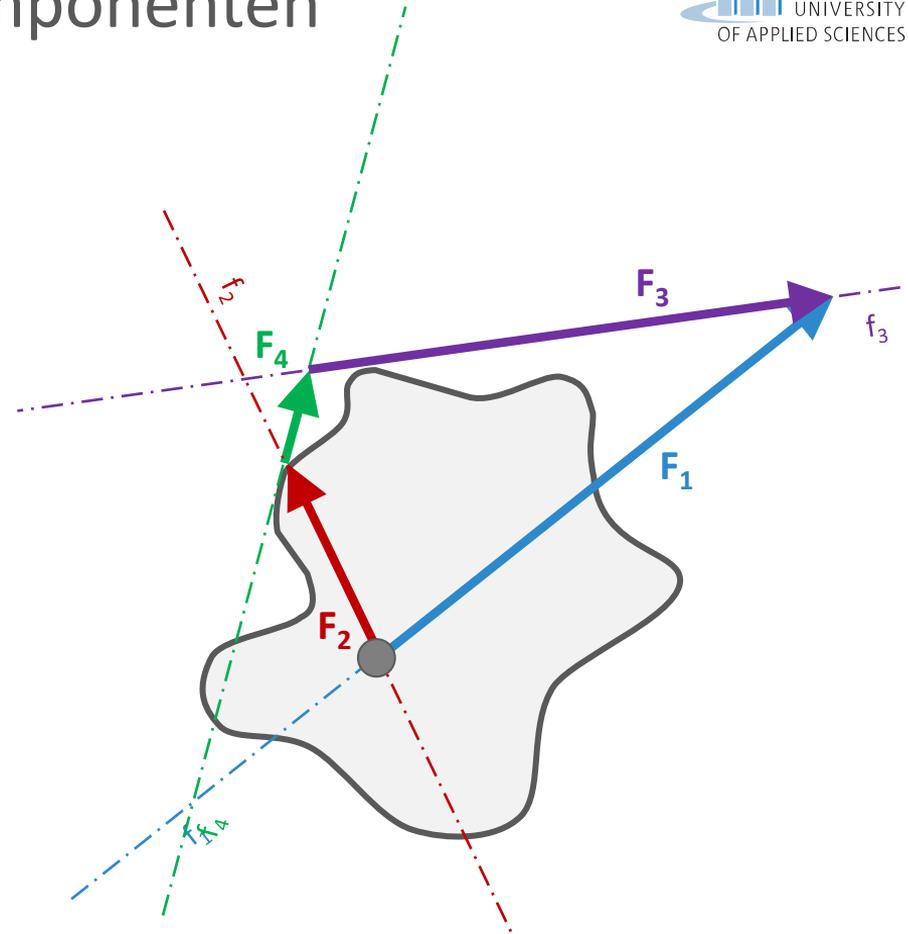


Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| > 1$

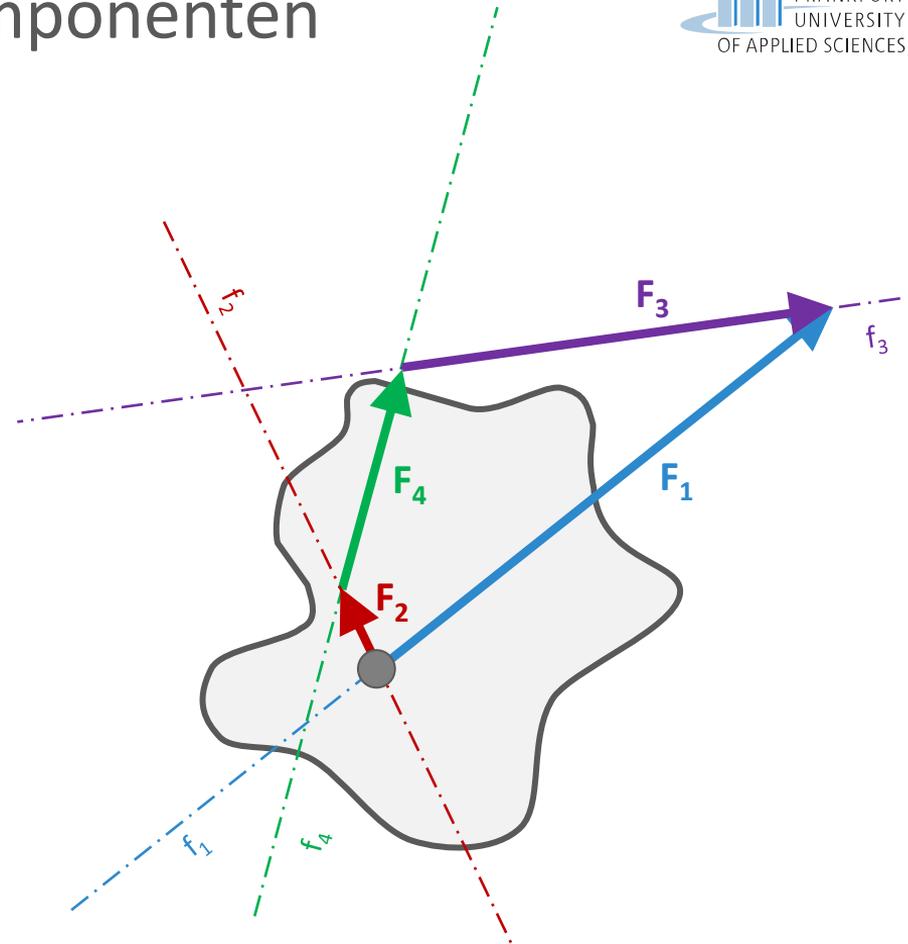


Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| > 1$

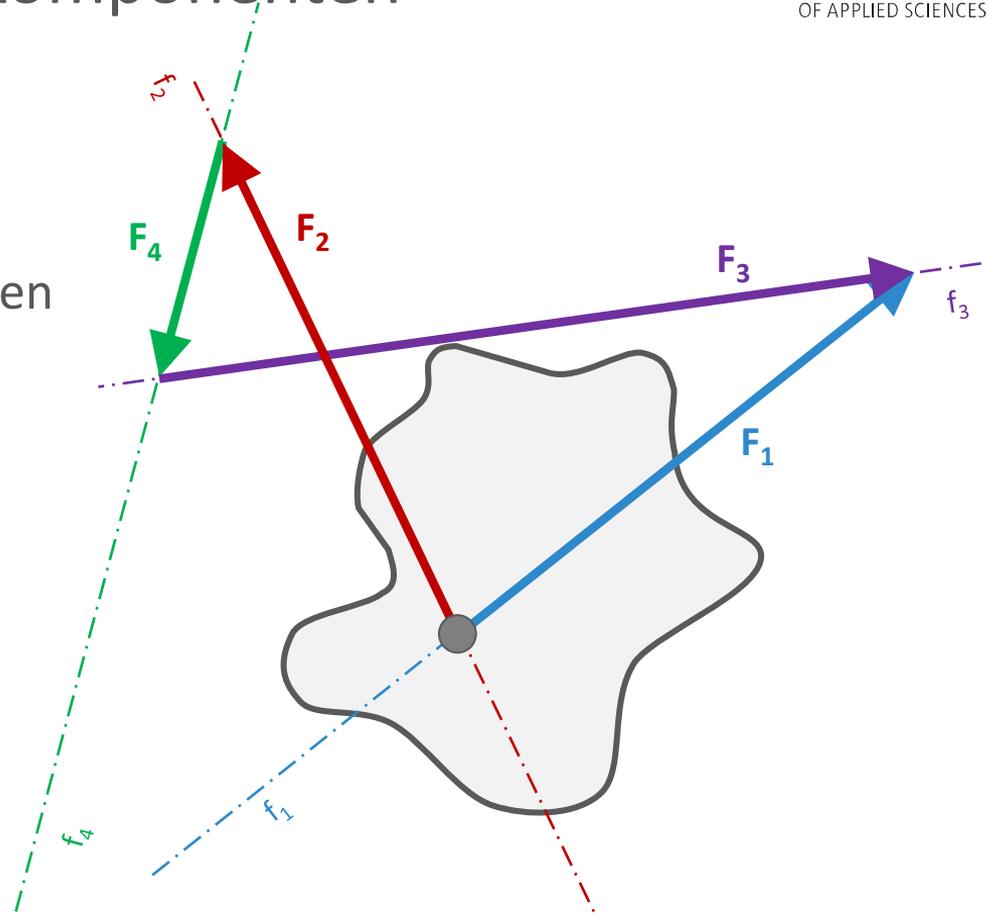


Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| > 1$

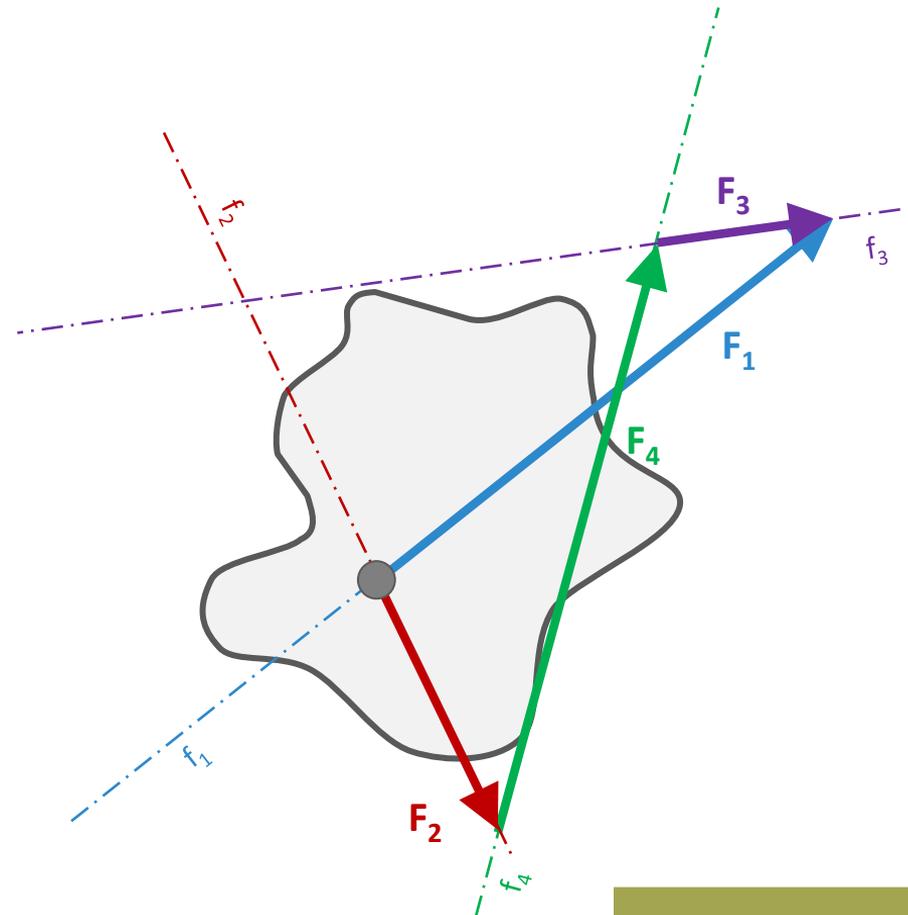


Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| > 1$



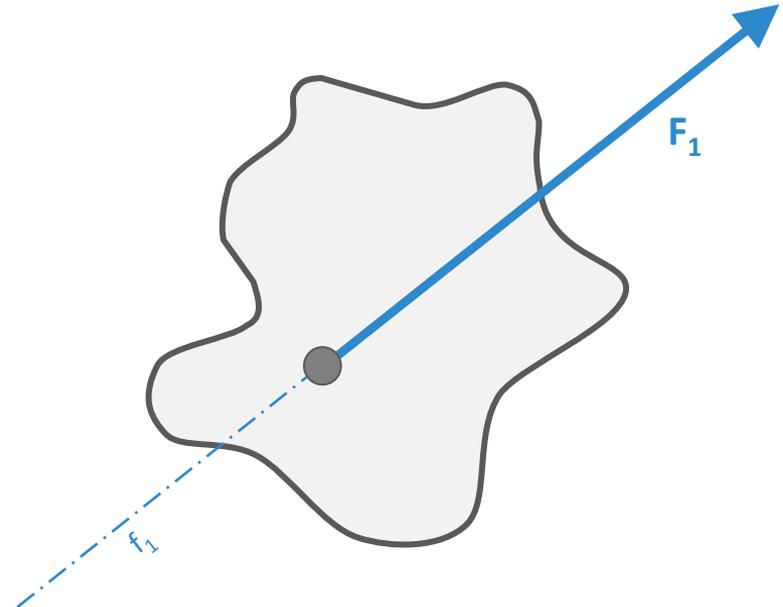
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$

Eindeutig nur für 2 Kräfte!



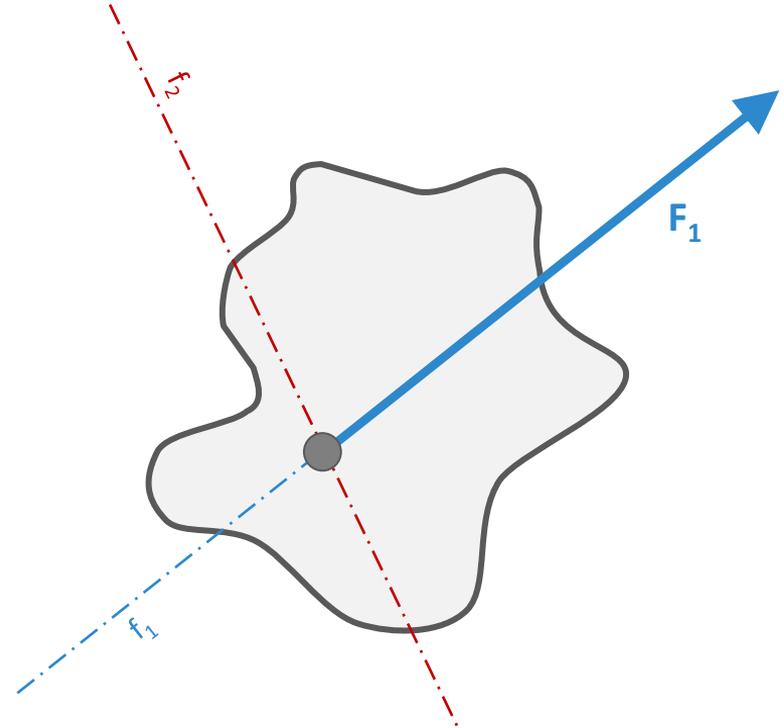
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$

Eindeutig nur für 2 Kräfte!



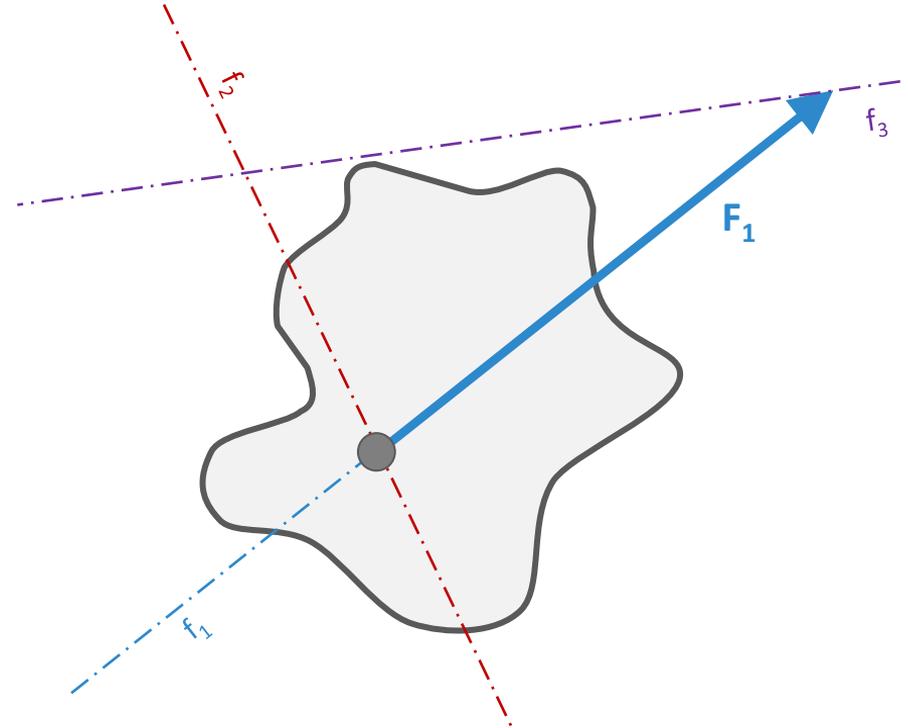
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$

Eindeutig nur für 2 Kräfte!



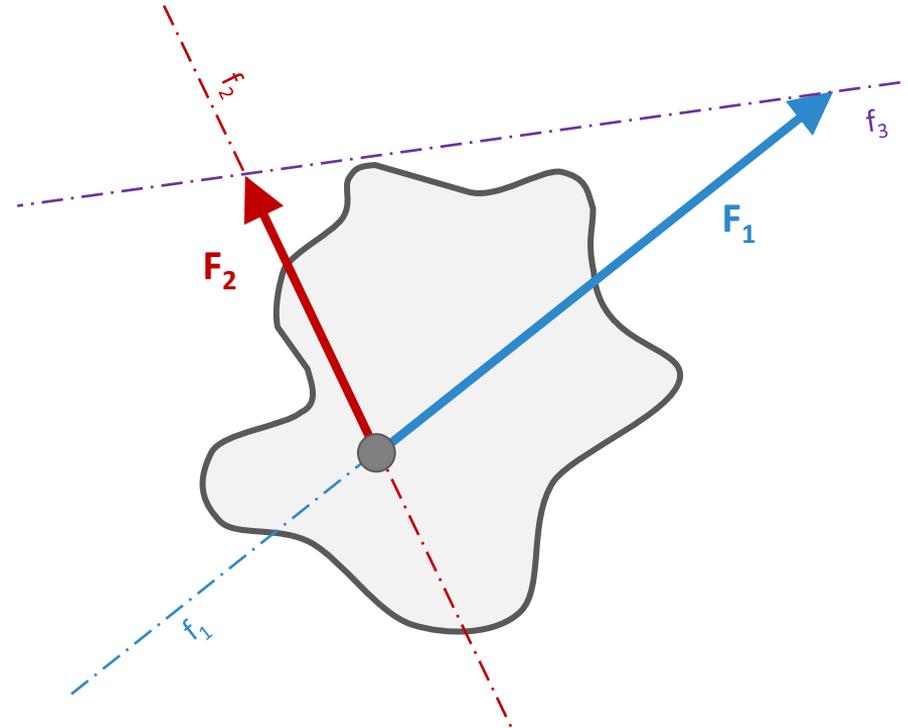
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$

Eindeutig nur für 2 Kräfte!



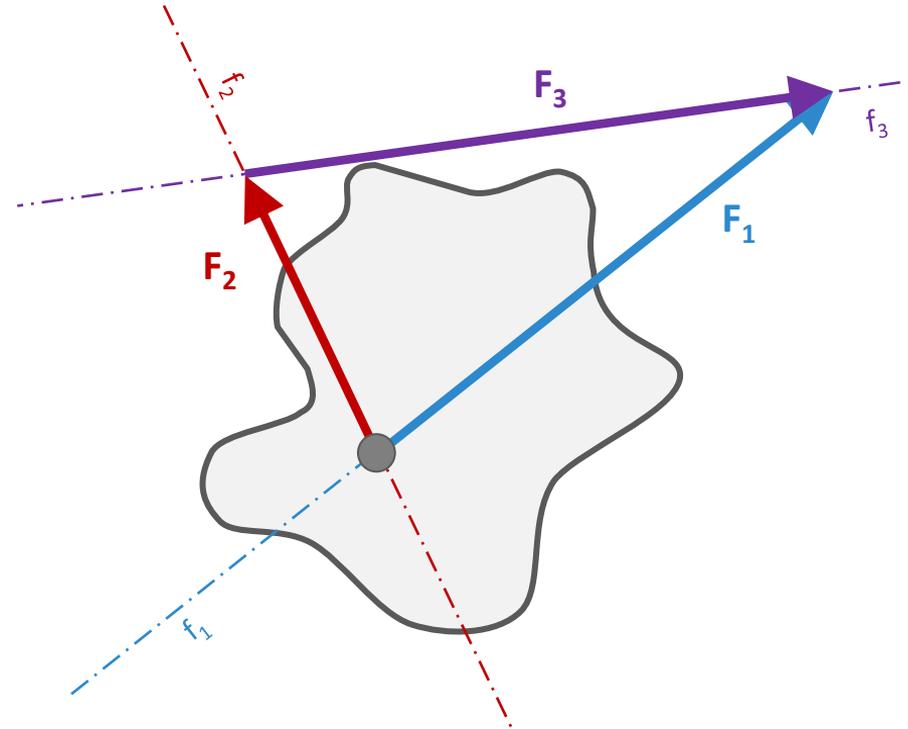
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$

Eindeutig nur für 2 Kräfte!



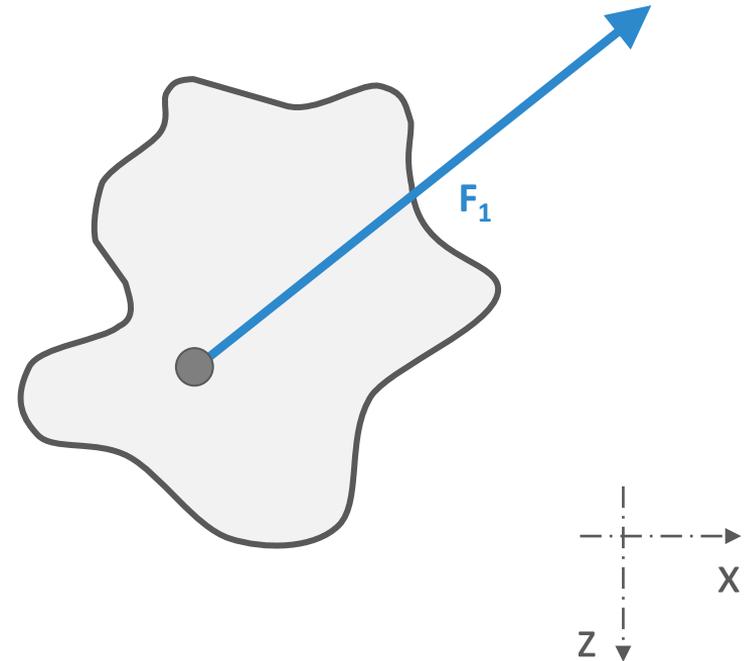
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$
Eindeutig nur für 2 Kräfte!

Meistens: Zerlegung in X und Z



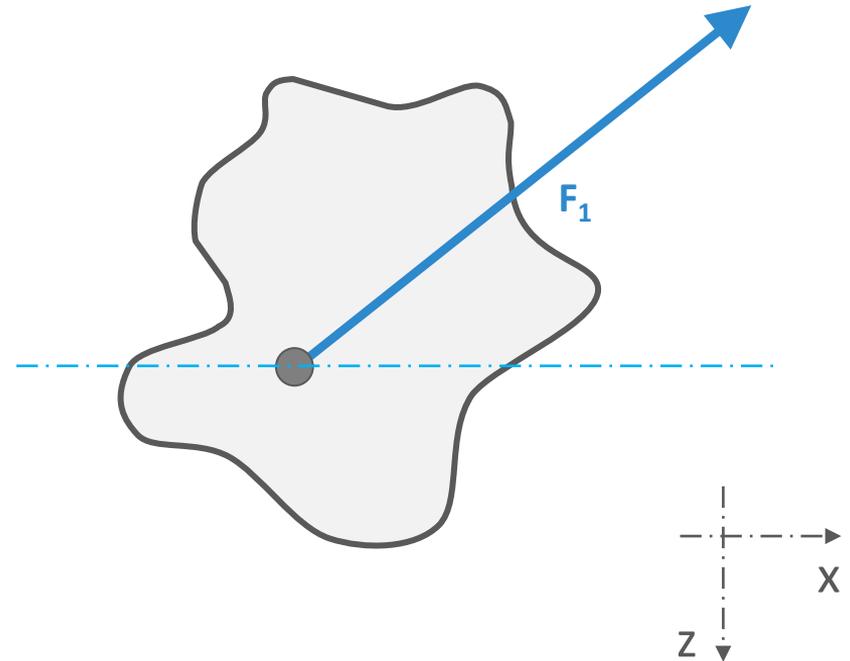
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$
Eindeutig nur für 2 Kräfte!

Meistens: Zerlegung in X und Z



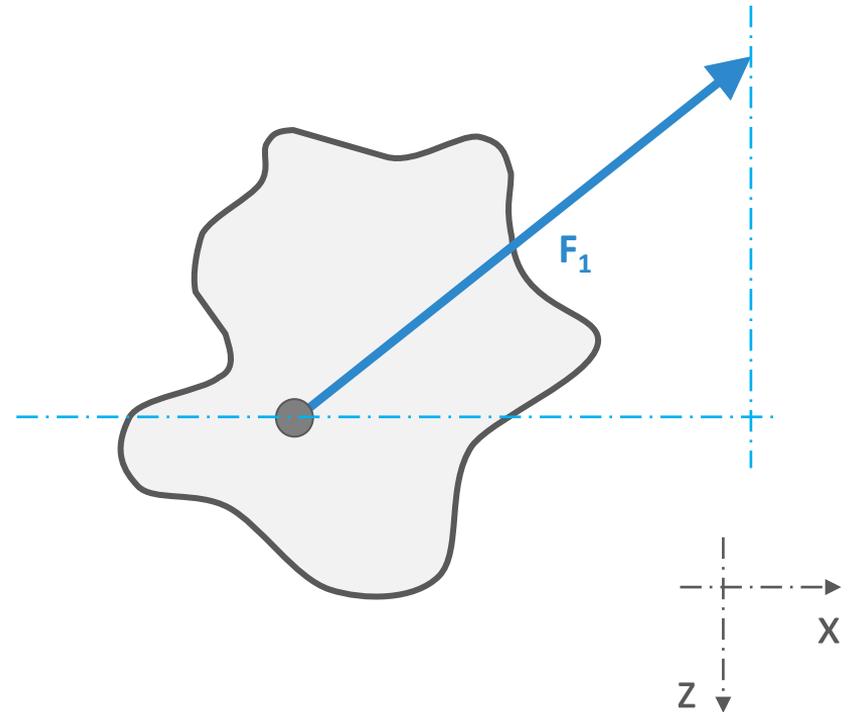
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$
Eindeutig nur für 2 Kräfte!

Meistens: Zerlegung in X und Z



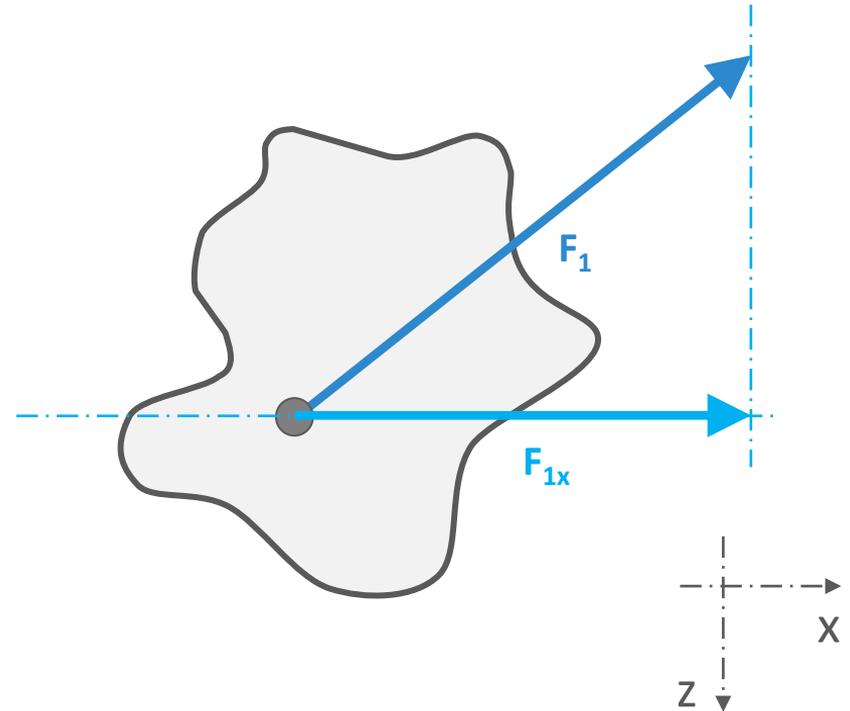
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$
Eindeutig nur für 2 Kräfte!

Meistens: Zerlegung in X und Z



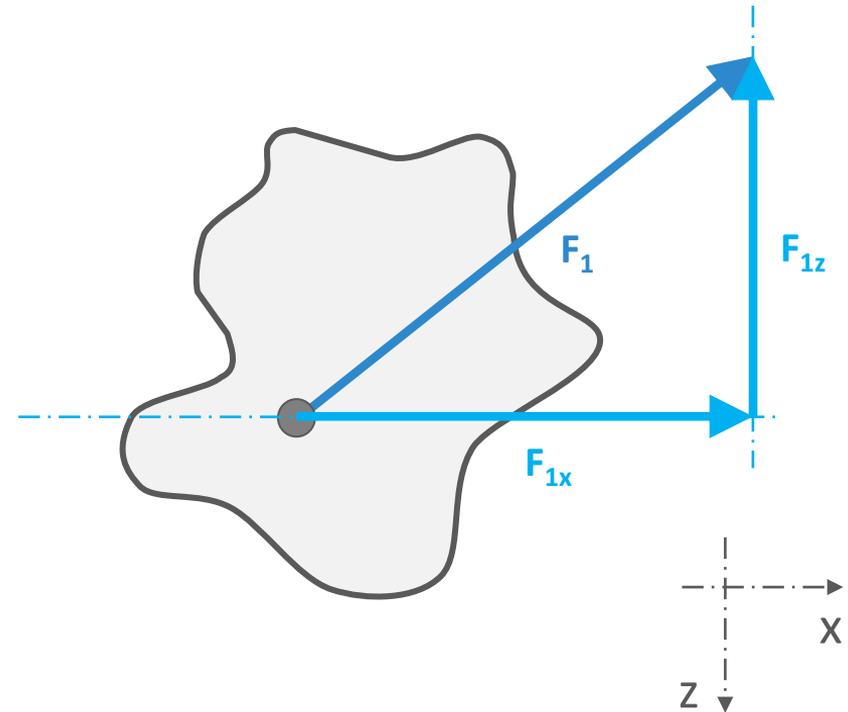
Zerlegen von Kräften | Komponenten

GRAFISCH (Kräftepolygon)

Kräfte können in Teilkräfte oder Komponenten zerlegt werden, deren Richtung bekannt sind.

Lösungsraum $|L| = 1$
Eindeutig nur für 2 Kräfte!

Meistens: Zerlegung in X und Z

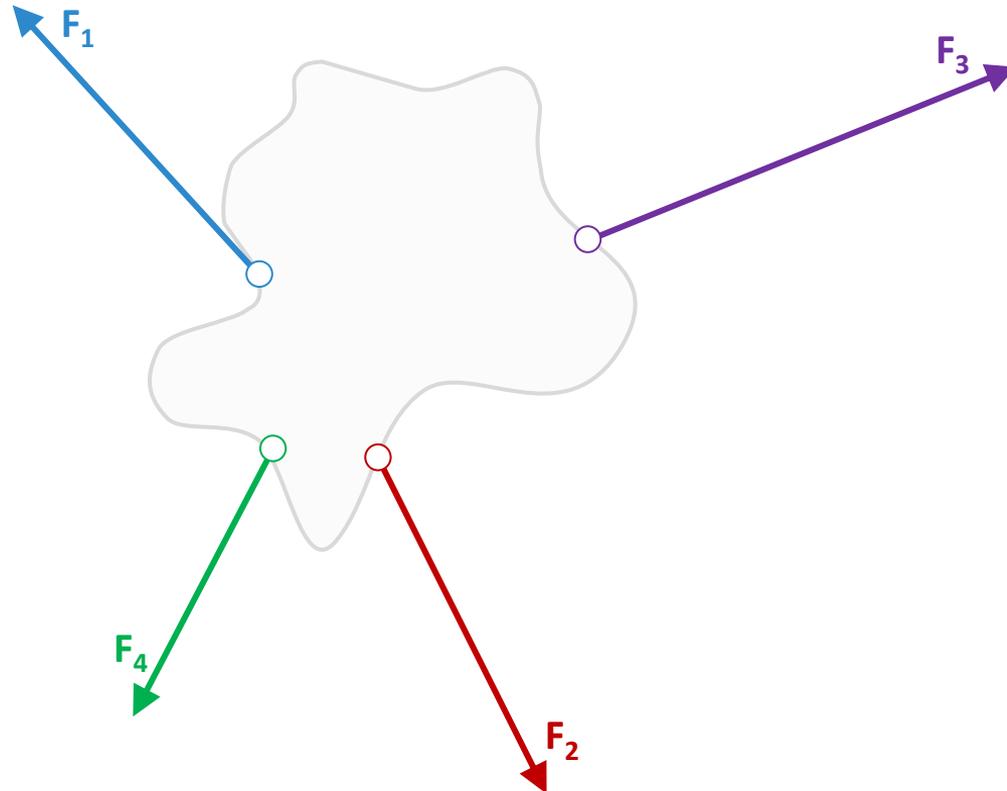


Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)

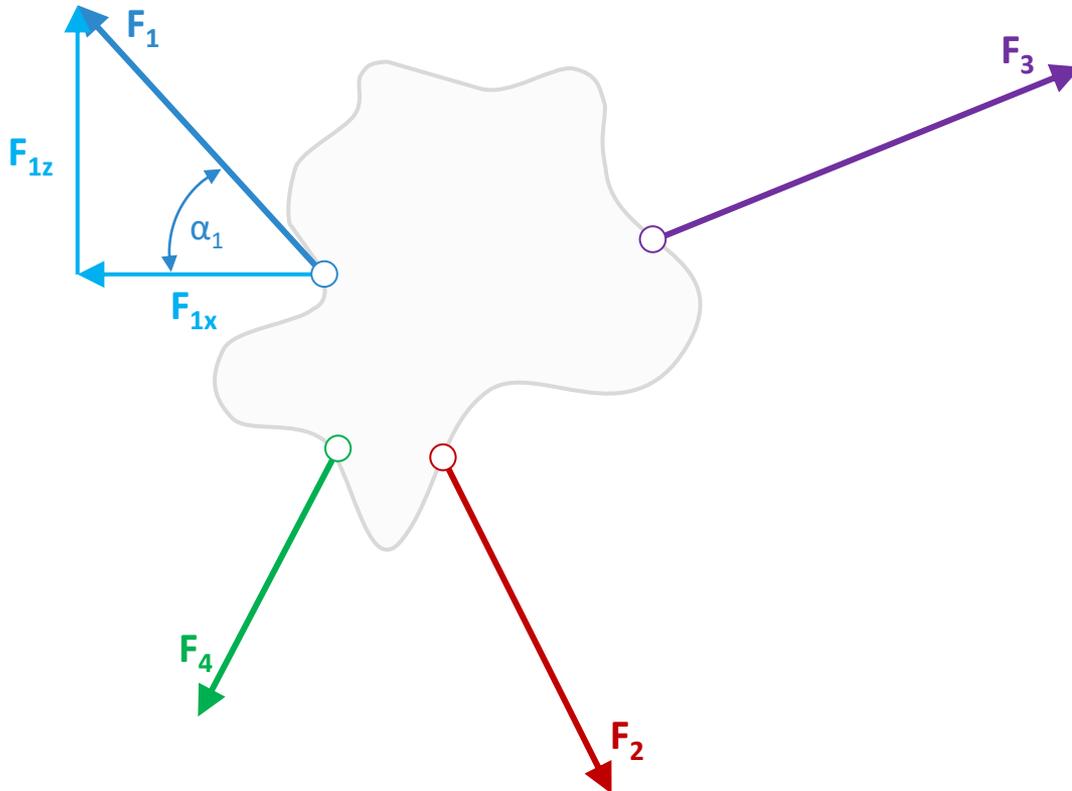
Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



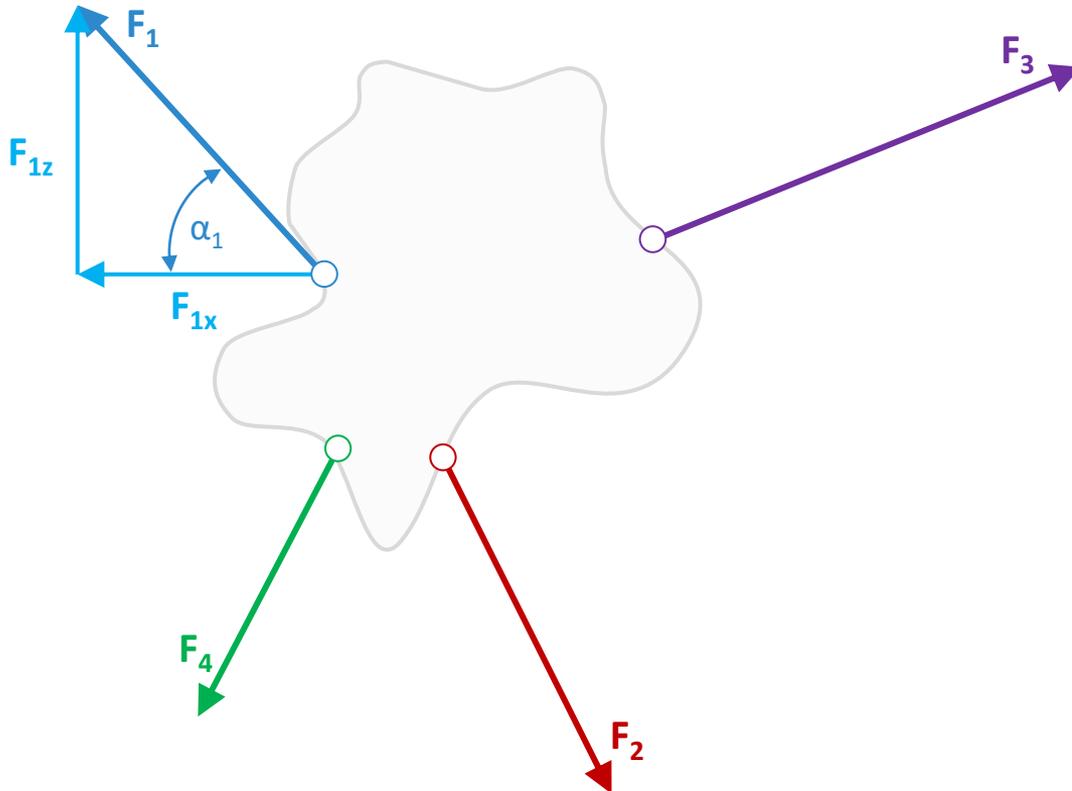
Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

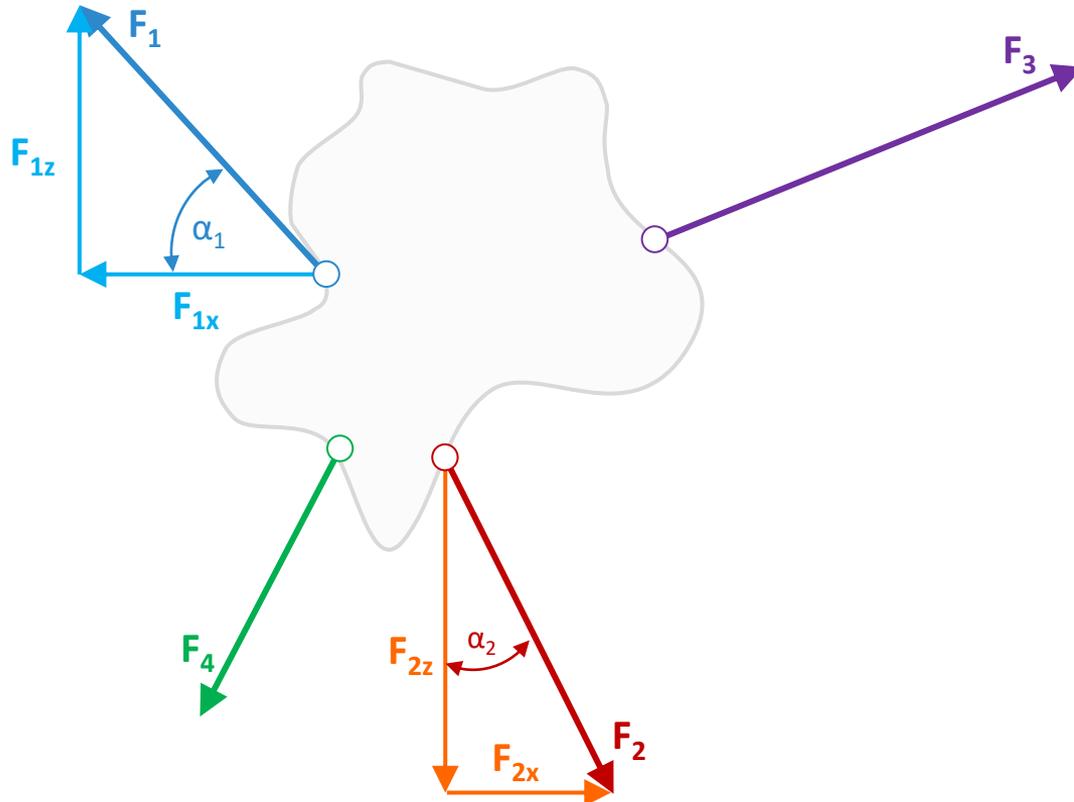
RECHNERISCH (Komponenten)



$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

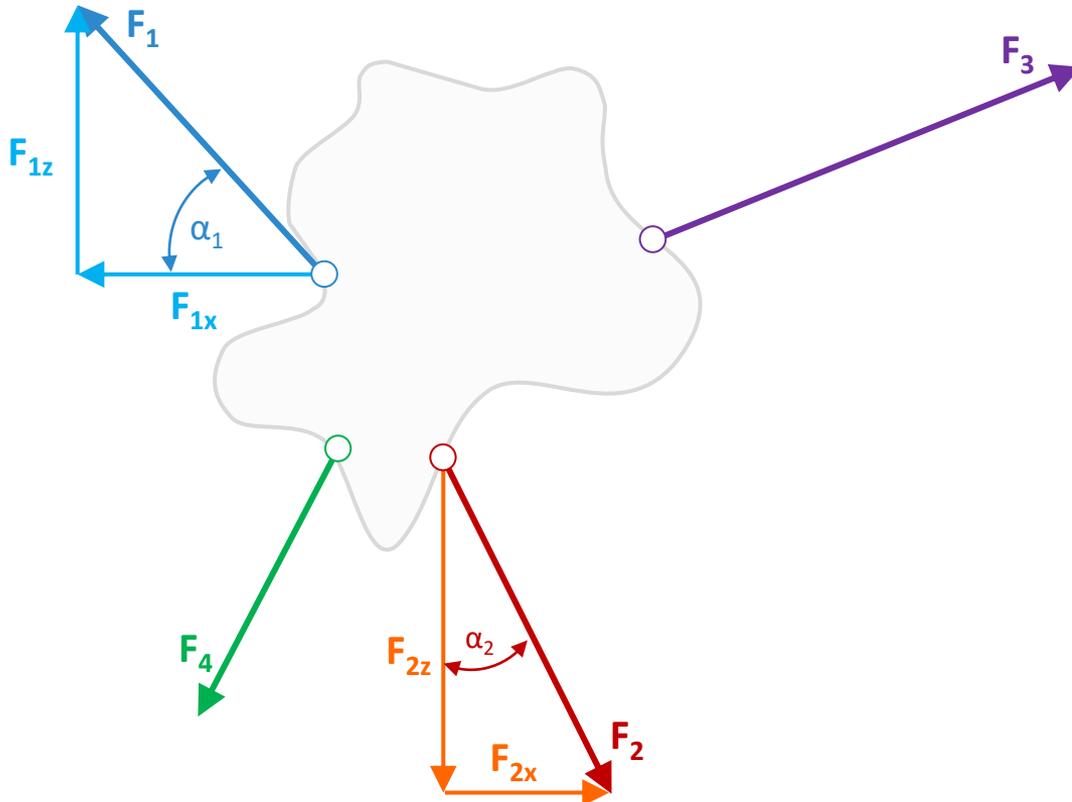
RECHNERISCH (Komponenten)



$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)

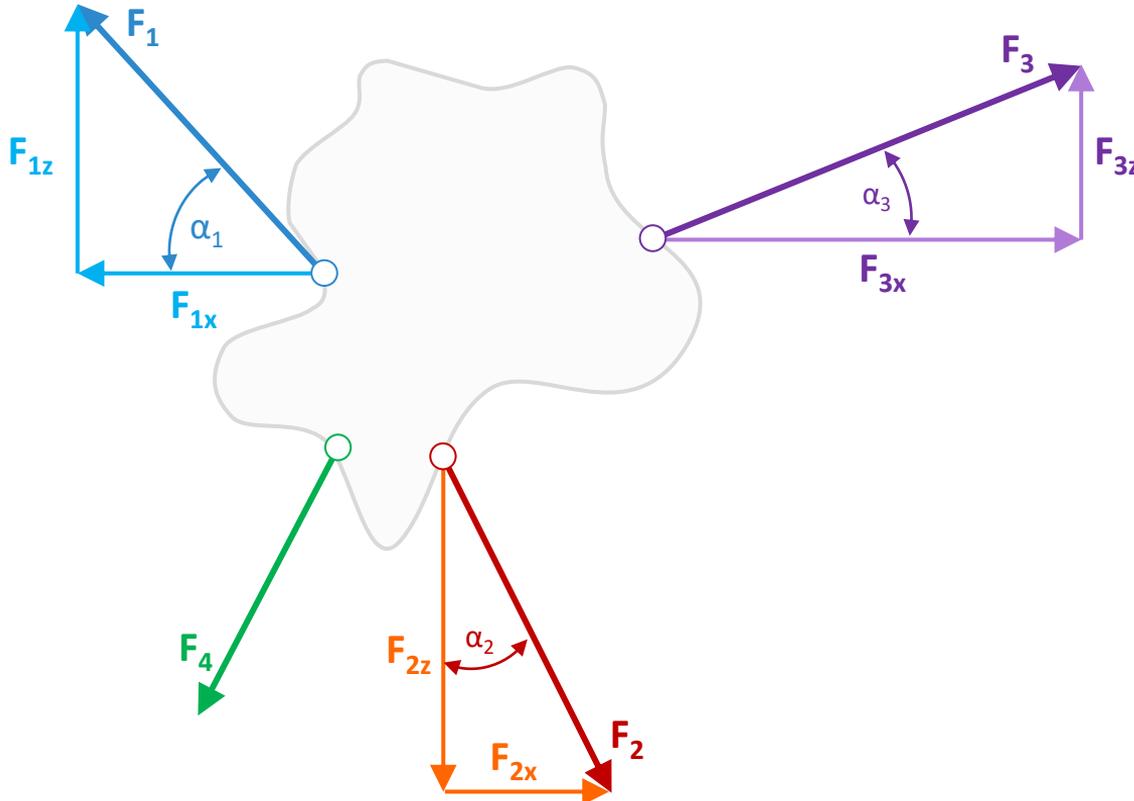


$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)

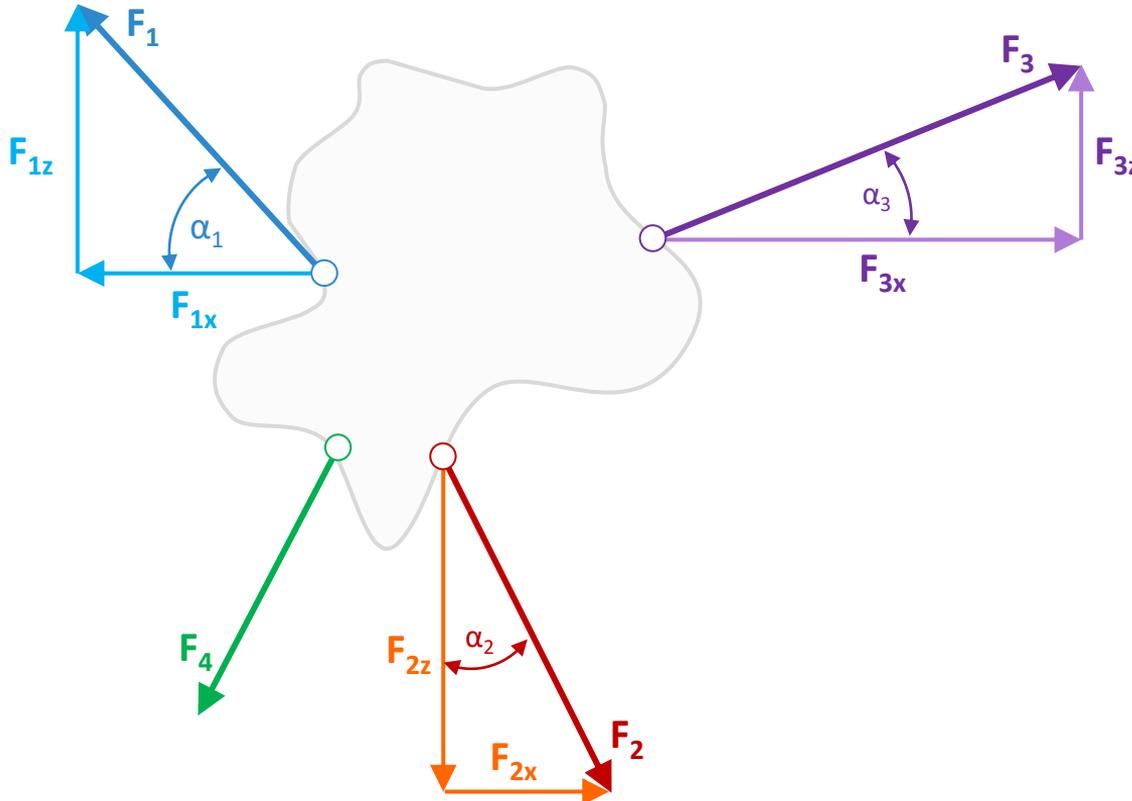


$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



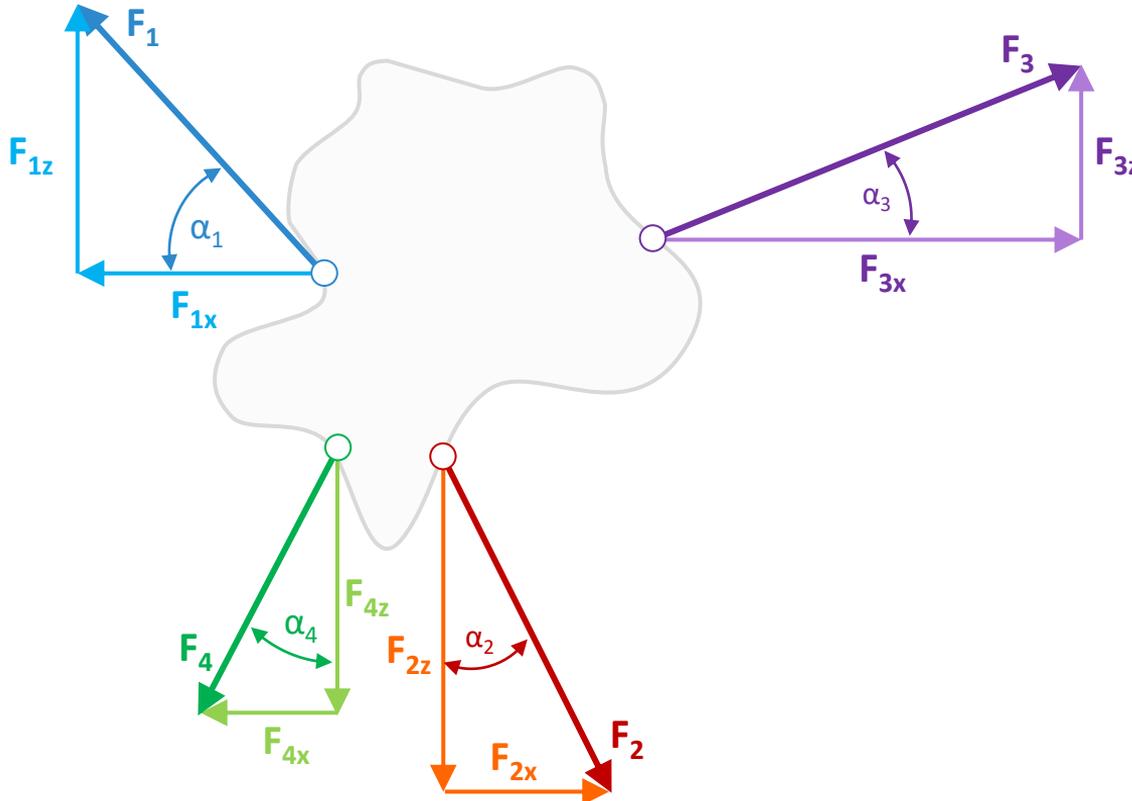
$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



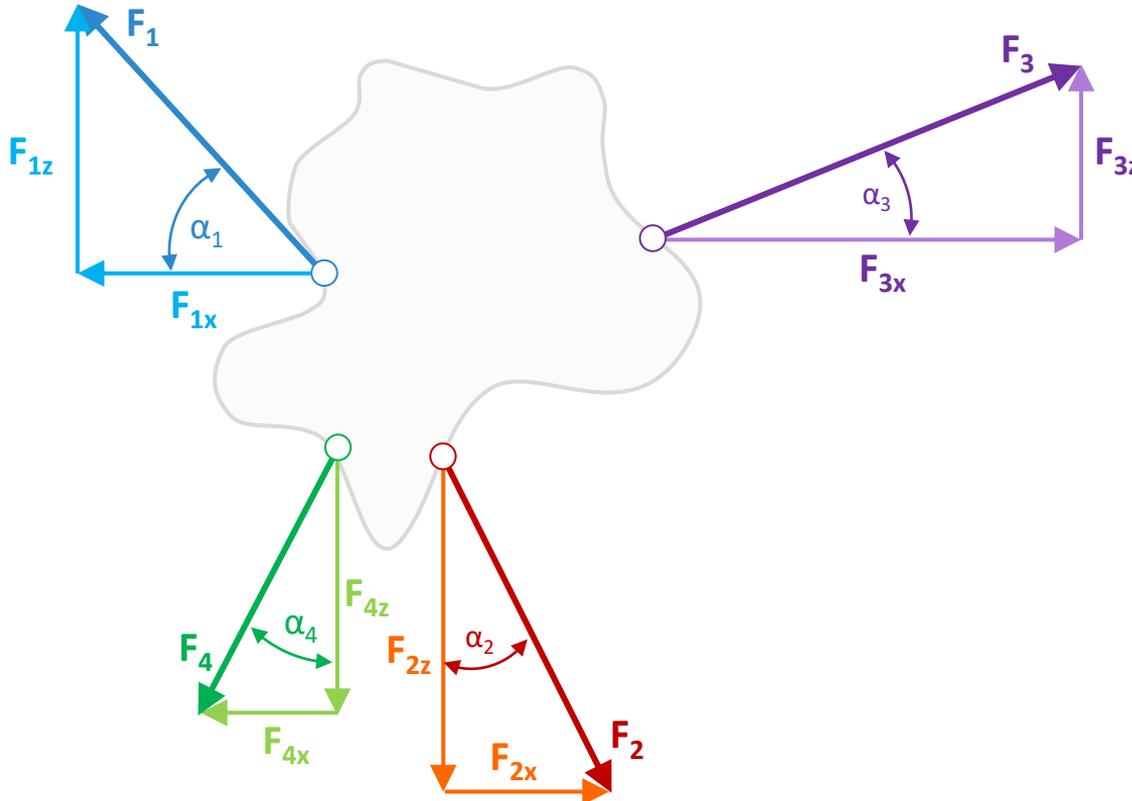
$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

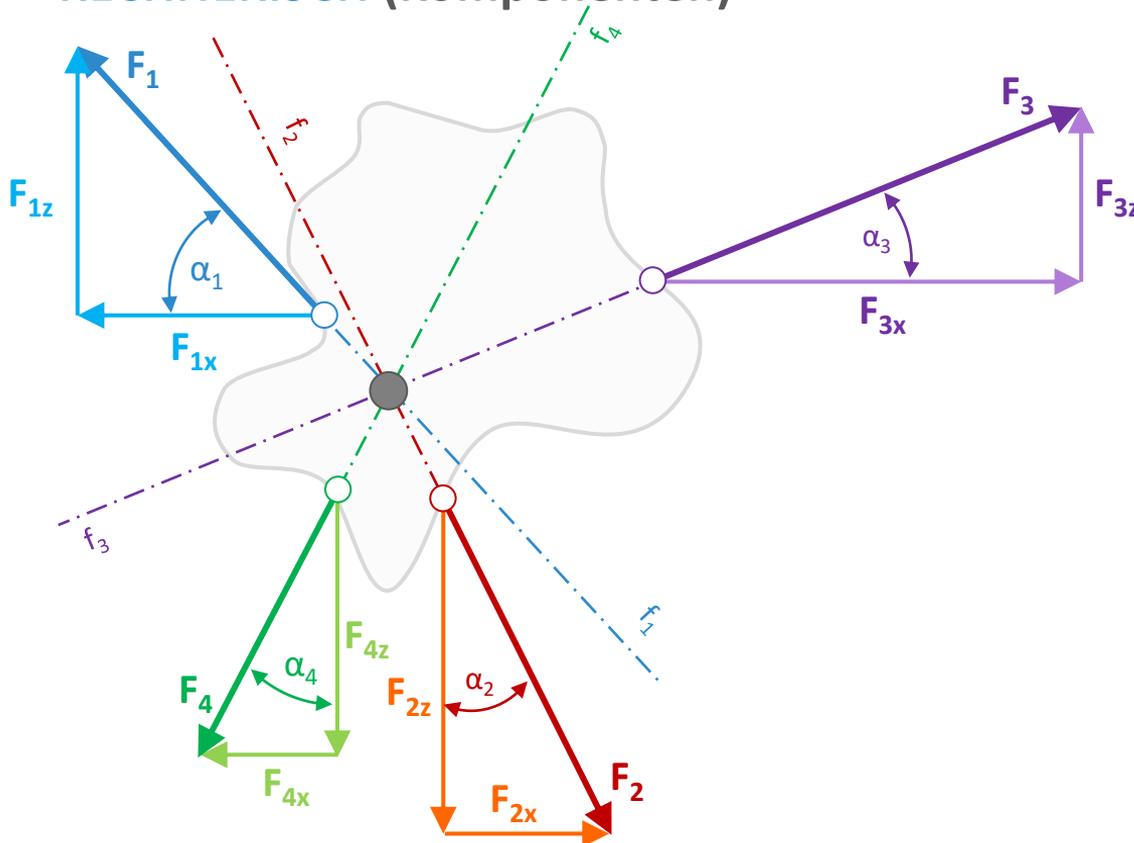
$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



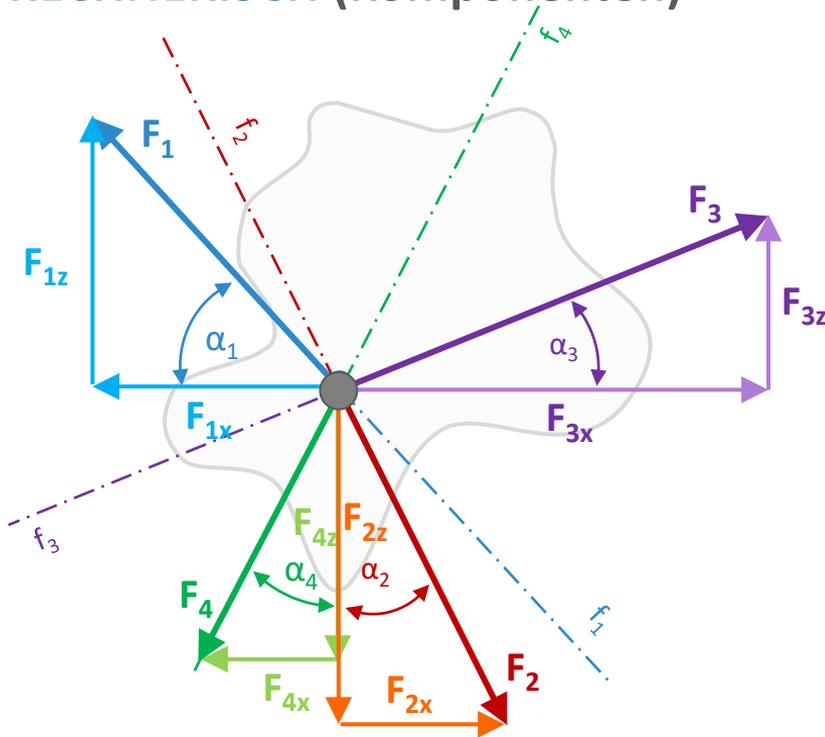
$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

RECHNERISCH (Komponenten)



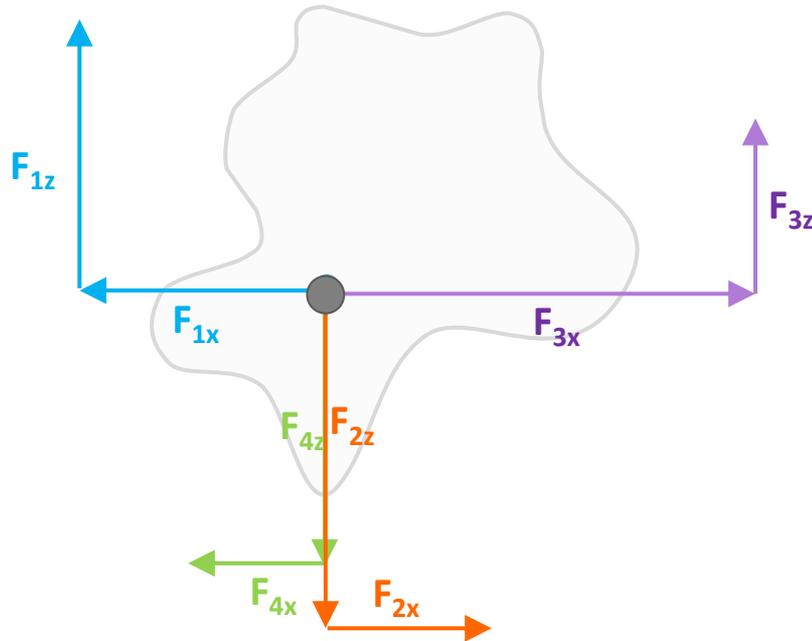
$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

RECHNERISCH (Komponenten)



$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

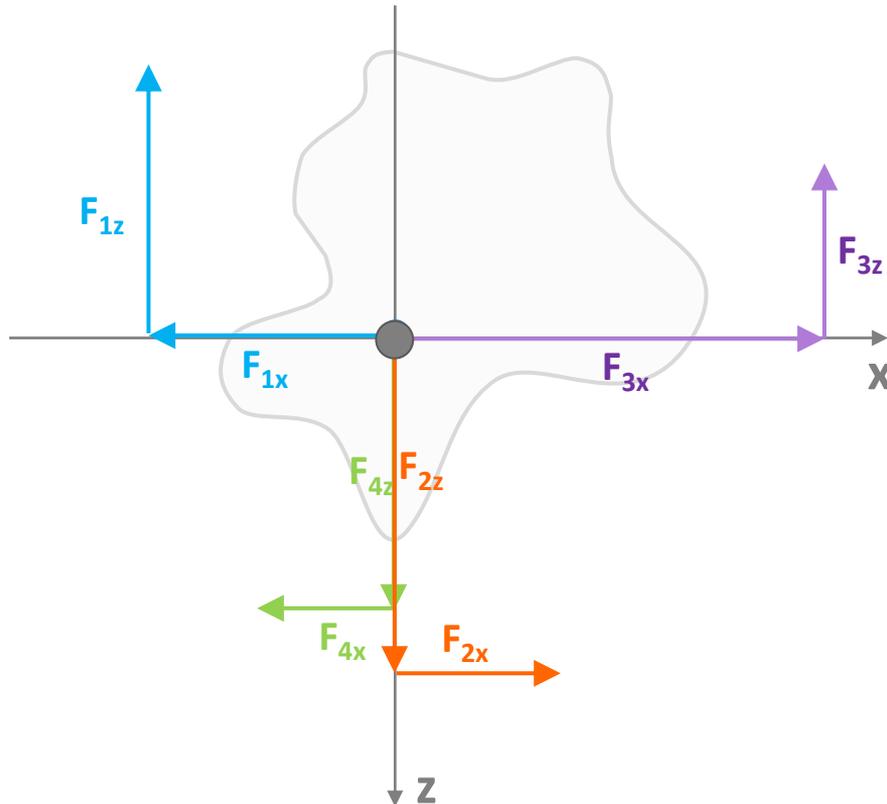
$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



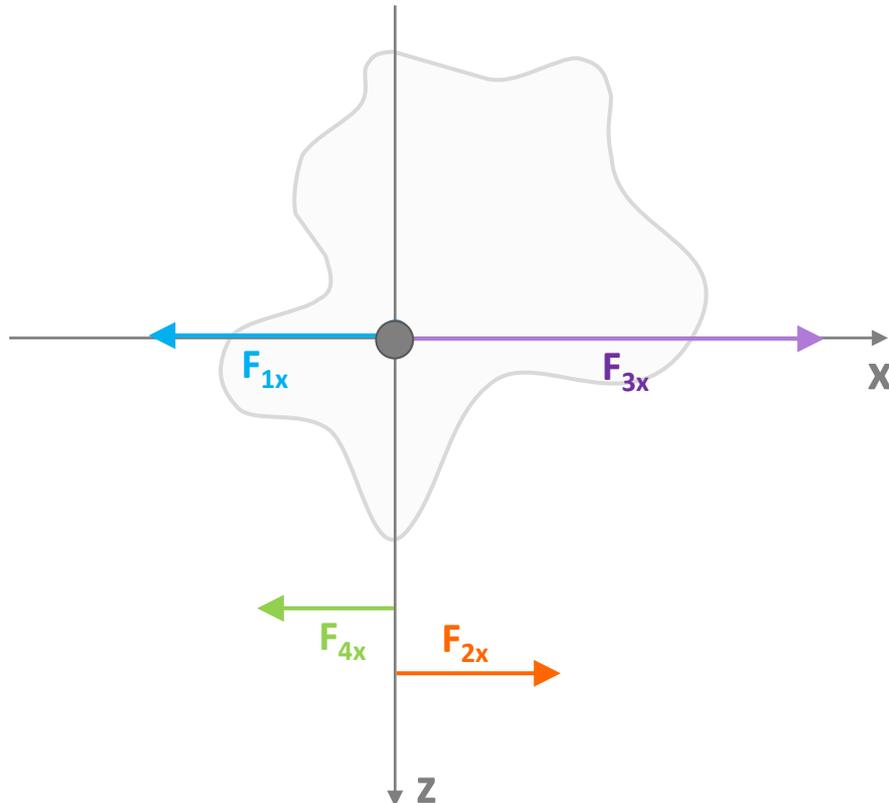
$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

RECHNERISCH (Komponenten)



$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

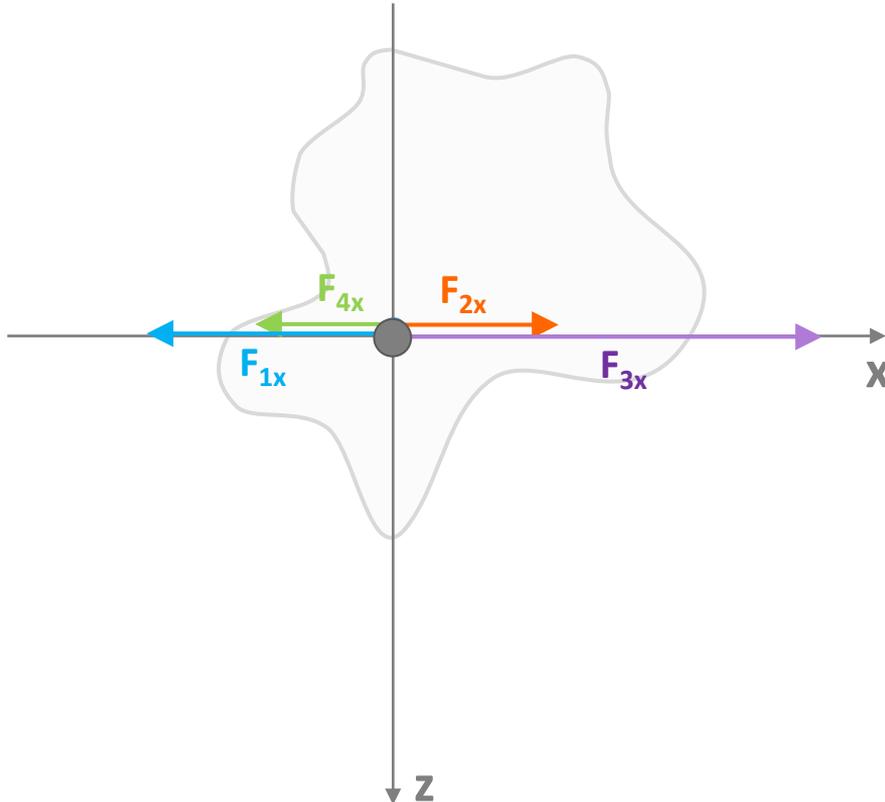
$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



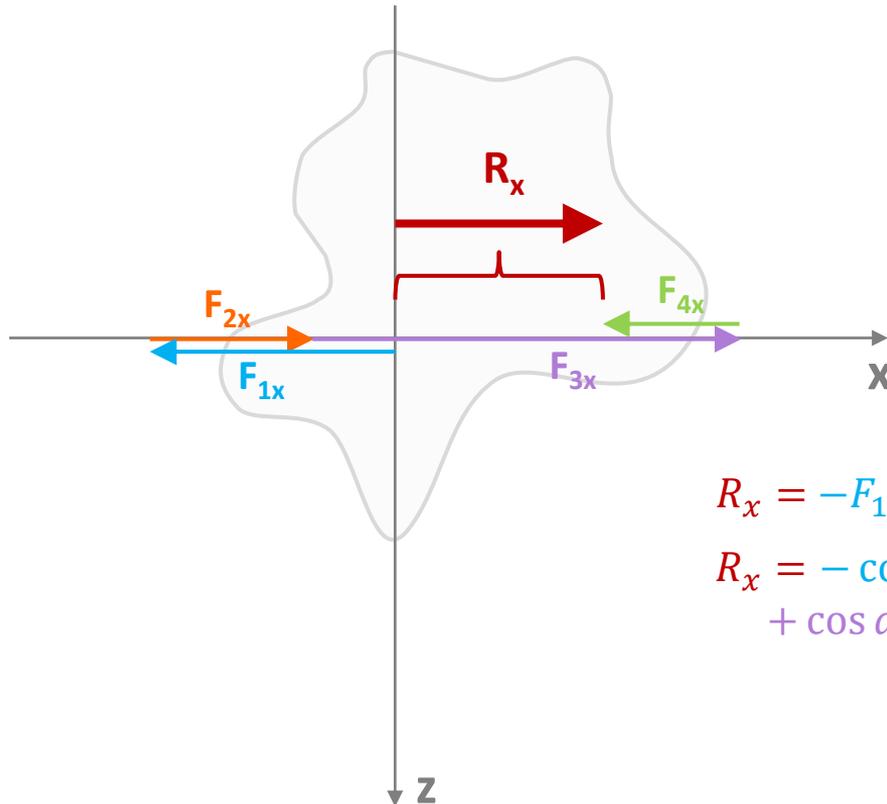
$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

RECHNERISCH (Komponenten)



$$R_x = -F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} - F_{4x}$$

$$R_x = -\cos \alpha_1 \cdot F_1 + \sin \alpha_2 \cdot F_2 + \cos \alpha_3 \cdot F_3 - \sin \alpha_4 \cdot F_4$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

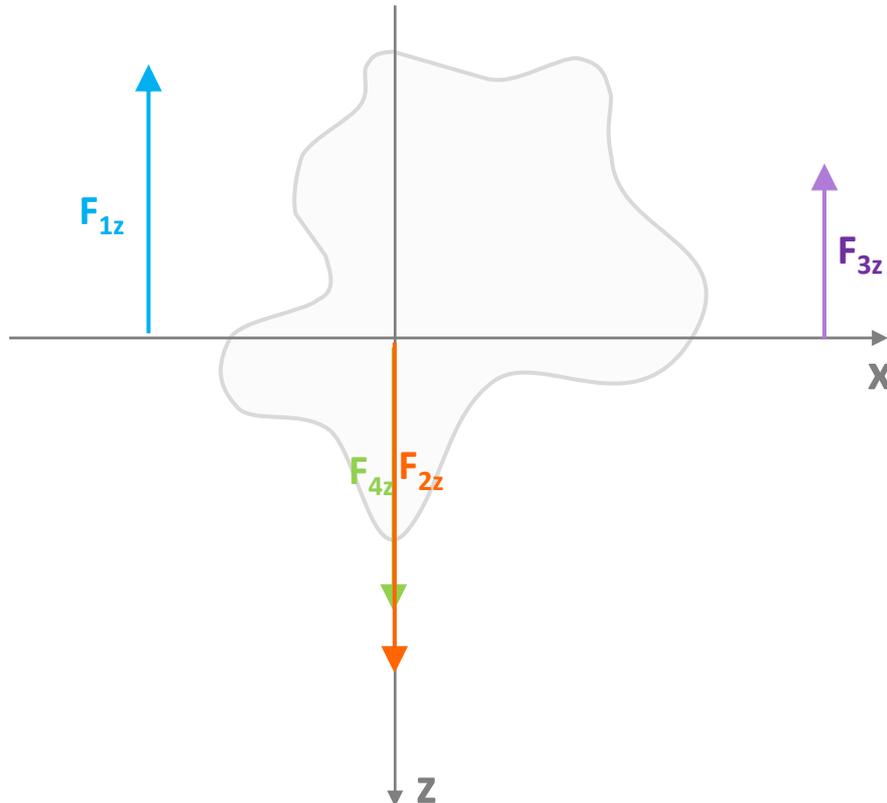
$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$

$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

RECHNERISCH (Komponenten)



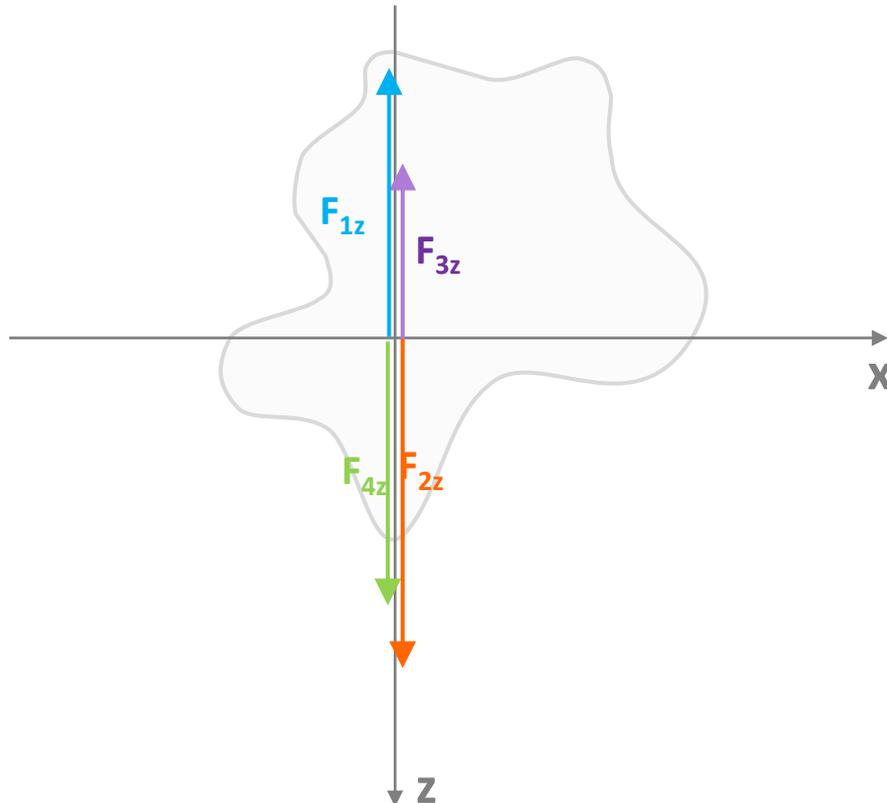
$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

RECHNERISCH (Komponenten)



$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1$$
$$F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

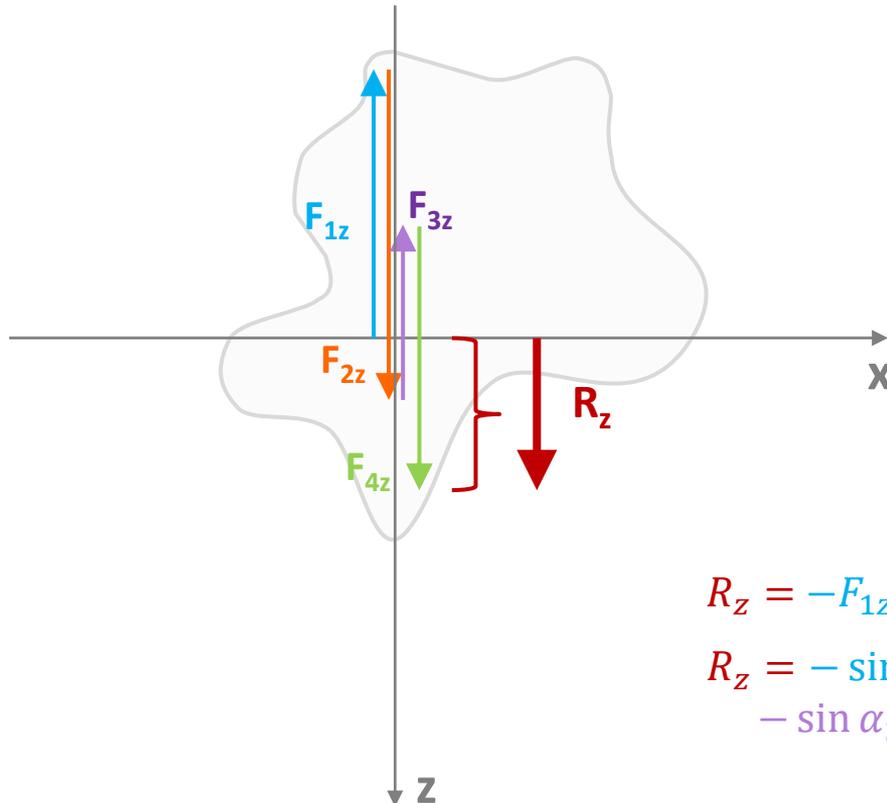
$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2$$
$$F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3$$
$$F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4$$
$$F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



$$R_z = -F_{1z} + F_{2z} - F_{3z} + F_{4z}$$

$$R_z = -\sin \alpha_1 \cdot F_1 + \cos \alpha_2 \cdot F_2 \\ - \sin \alpha_3 \cdot F_3 + \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

$$F_{1x} = \cos \alpha_1 \cdot F_1 \\ F_{1z} = \sin \alpha_1 \cdot F_1$$

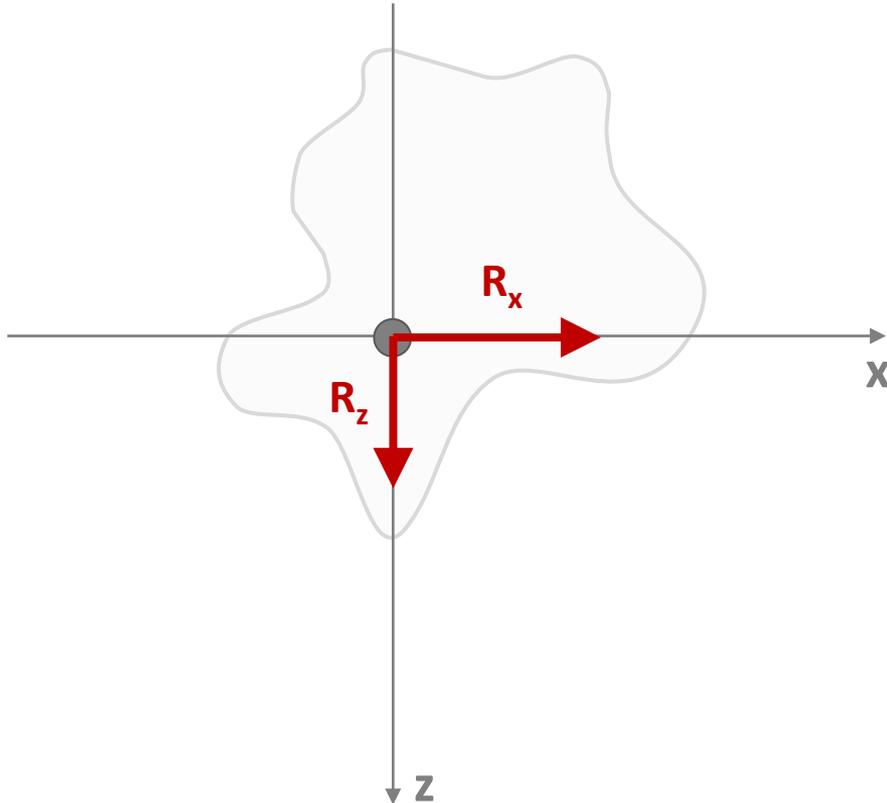
$$F_{2x} = \sin \alpha_2 \cdot F_2 \\ F_{2z} = \cos \alpha_2 \cdot F_2$$

$$F_{3x} = \cos \alpha_3 \cdot F_3 \\ F_{3z} = \sin \alpha_3 \cdot F_3$$

$$F_{4x} = \sin \alpha_4 \cdot F_4 \\ F_{4z} = \cos \alpha_4 \cdot F_4$$

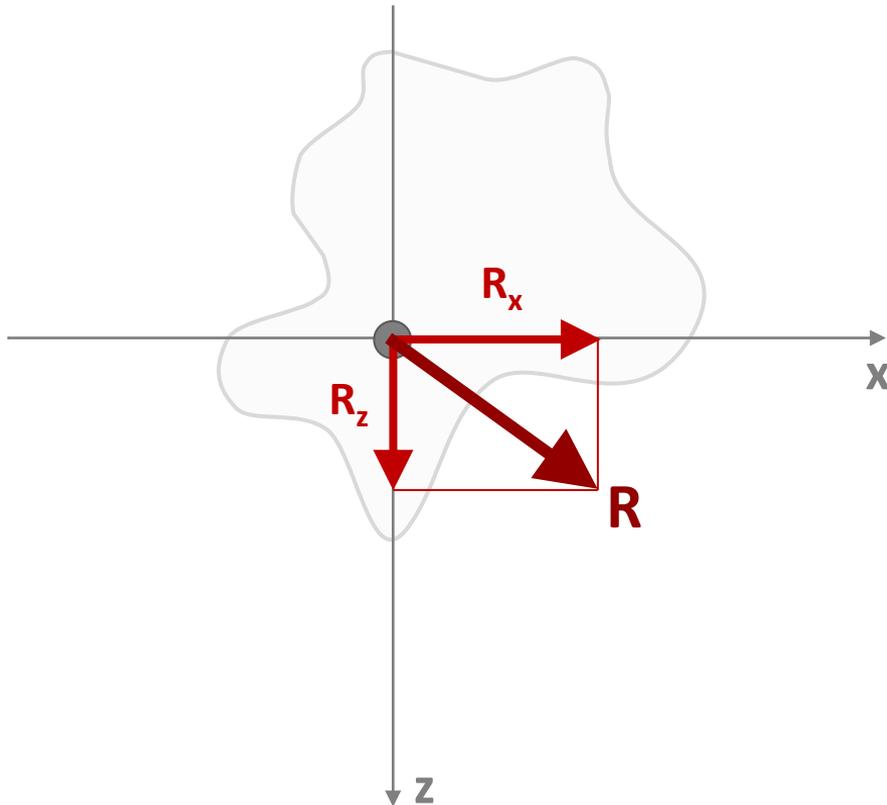
Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



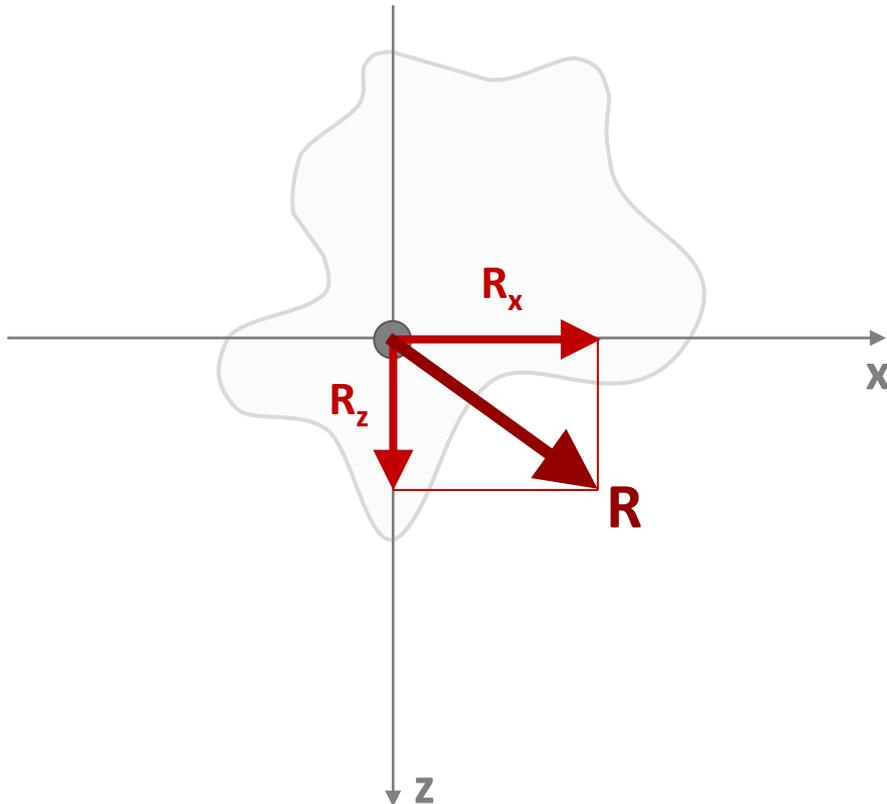
Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

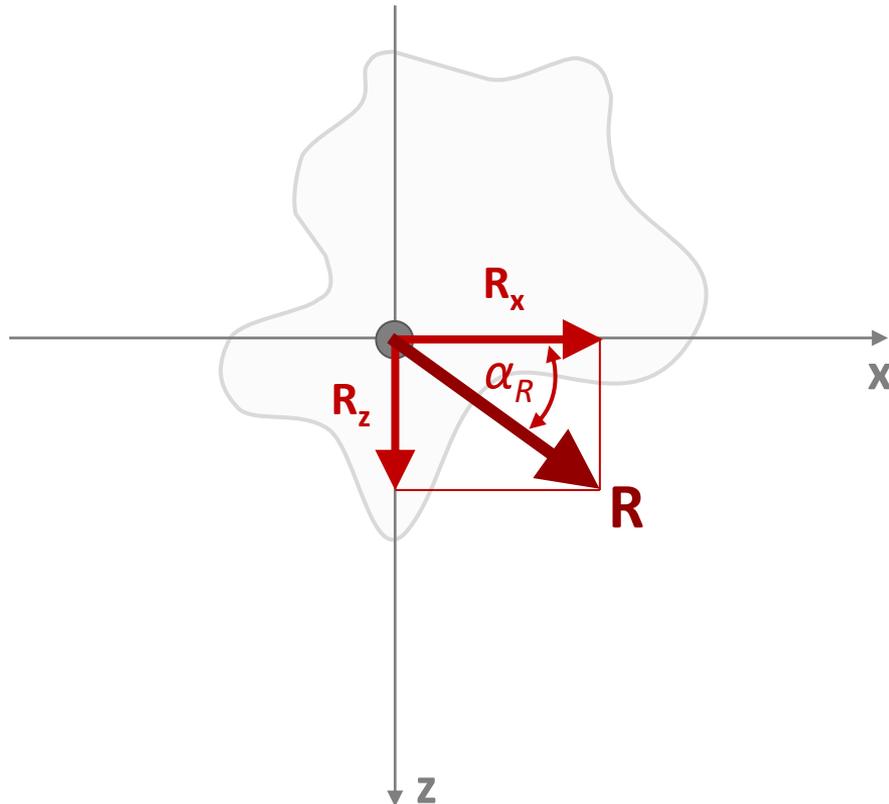
RECHNERISCH (Komponenten)



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2}$$

Zusammensetzen von Kräften | Vektoraddition

RECHNERISCH (Komponenten)



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2}$$

$$\alpha_R = \arctan \frac{R_z}{R_x}$$

BEISPIEL 2.2



Zerlegen von Kräften | rechnerisch

BEISPIEL 2.3



Gegeben:

G_1 = Gewichtskraft
von 1 Menschen à 80kg

$$G = 80\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 800\text{N}$$

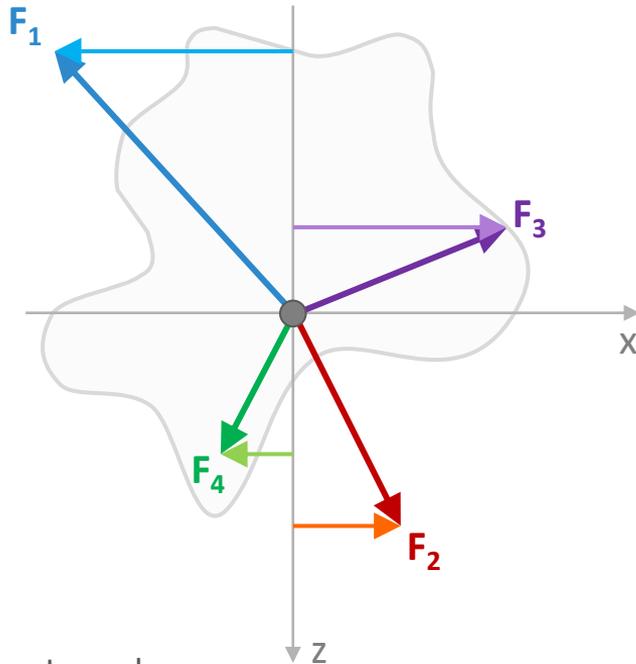
$$G = 0,8\text{KN}$$

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die **Resultierende R** aller Kräfte F_i auf diesen Körper **null** wird.



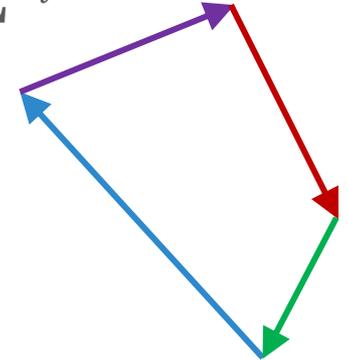
Lageplan

Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = \sum F_{i,z} = 0$$

Der Kräfteplan ist geschlossen.
Die Resultierende ist Null:

$$R = \sum F_i = 0$$

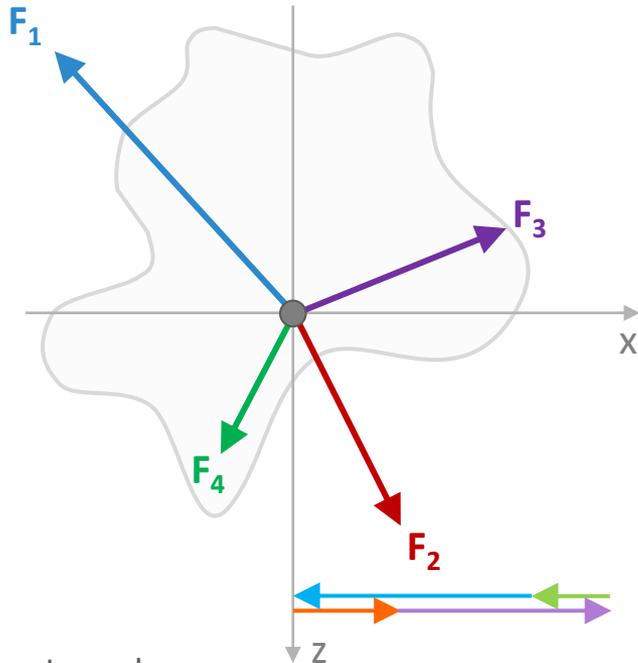


Kräfteplan: M 1cm $\hat{=}$ x kN

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die **Resultierende R** aller Kräfte F_i auf diesen Körper **null** wird.



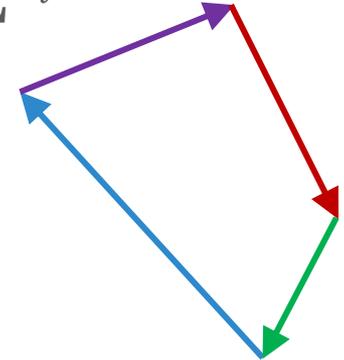
Lageplan

Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = \sum F_{i,z} = 0$$

Der Kräfteplan ist geschlossen.
Die Resultierende ist Null:

$$R = \sum F_i = 0$$

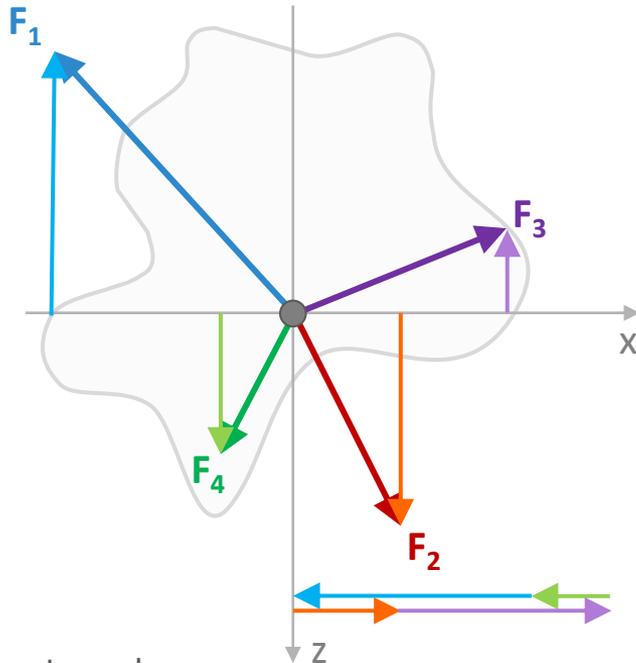


Kräfteplan: M 1cm $\hat{=}$ x kN

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die **Resultierende R** aller Kräfte F_i auf diesen Körper **null** wird.



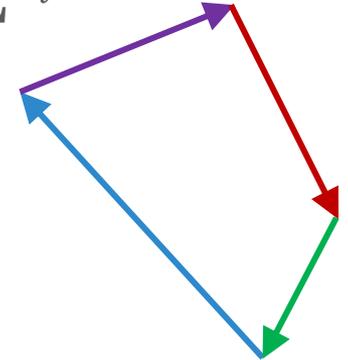
Lageplan

Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = \sum F_{i,z} = 0$$

Der Kräfteplan ist geschlossen.
Die Resultierende ist Null:

$$R = \sum F_i = 0$$

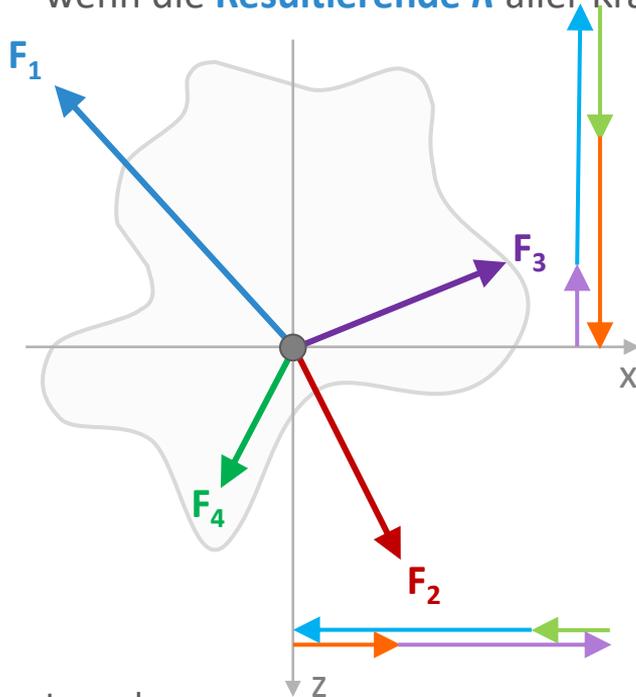


Kräfteplan: M 1cm $\hat{=}$ x kN

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

ALLGEMEINES

Ein Körper im zentralen Kraftsystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn die **Resultierende R** aller Kräfte F_i auf diesen Körper **null** wird.



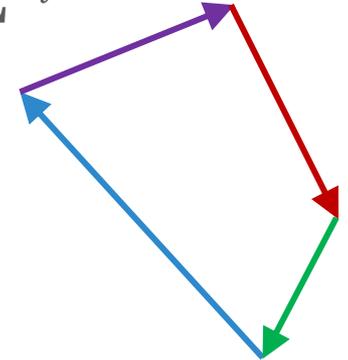
Lageplan

Die Summe der x- und z-Komponenten sind jeweils Null:

$$\sum F_{i,x} = \sum F_{i,z} = 0$$

Der Kräfteplan ist geschlossen.
Die Resultierende ist Null:

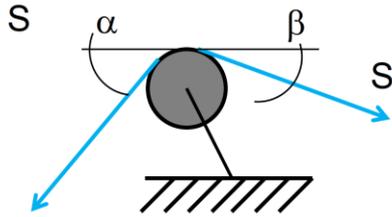
$$R = \sum F_i = 0$$



Kräfteplan: M 1cm $\hat{=}$ x kN

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.4 – Ermittlung einer Auflagerkraft und ihrer Richtung

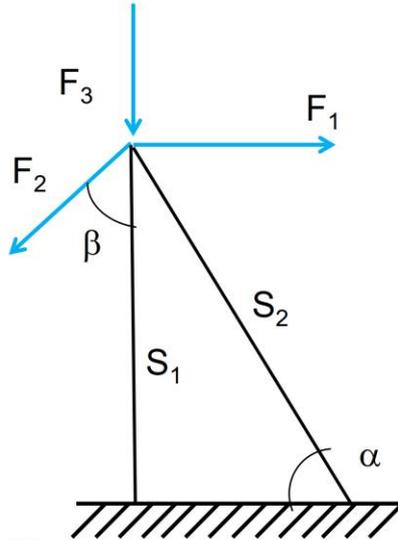


$$\alpha = 50^\circ$$
$$\beta = 20^\circ$$
$$S = 30 \text{ kN}$$

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.5

Ermittlung von 2 Kräften mit vorgegebener Richtung bei mehreren Aktionskräften



$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$F_1 = 10 \text{ kN}$$

$$F_2 = 15 \text{ kN}$$

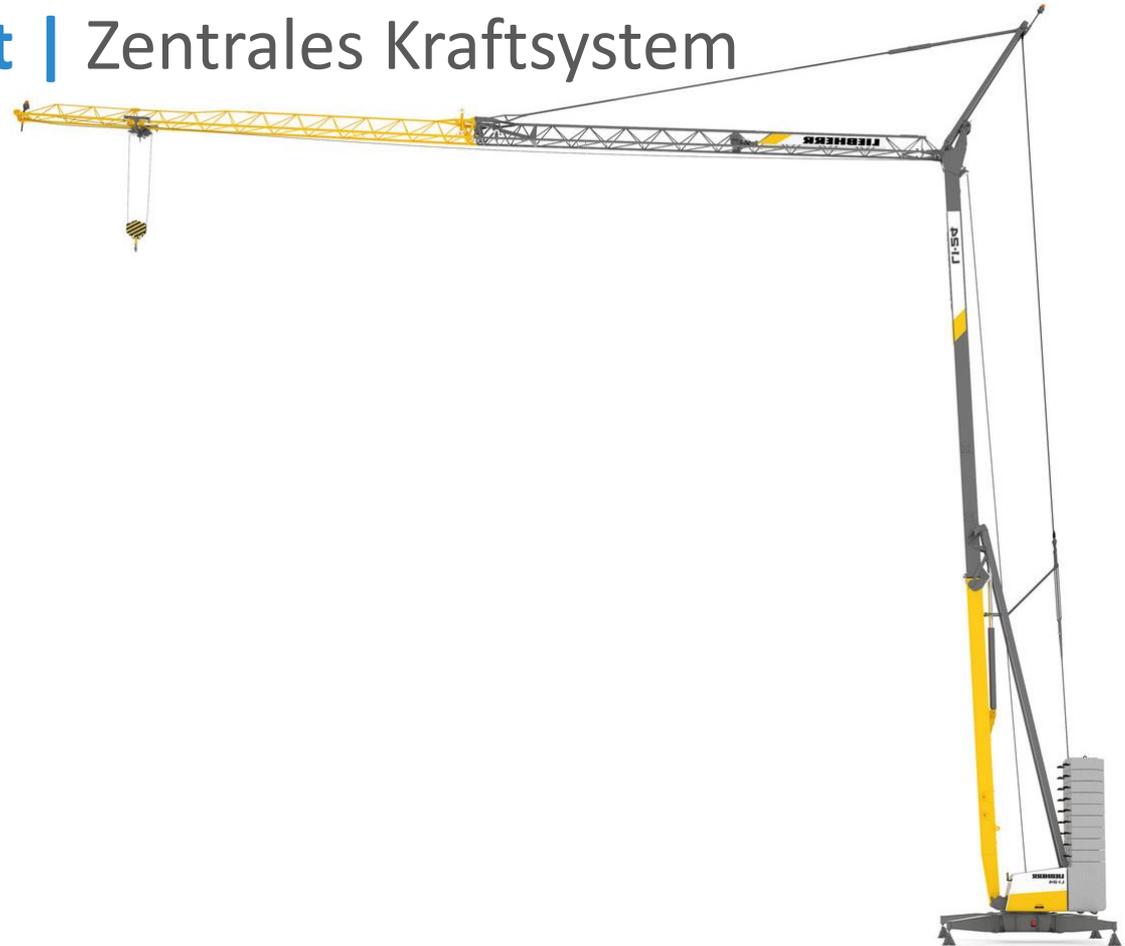
$$F_3 = 20 \text{ kN}$$



Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.6

Ermittlung von 2 Kräften
mit vorgegebener Richtung

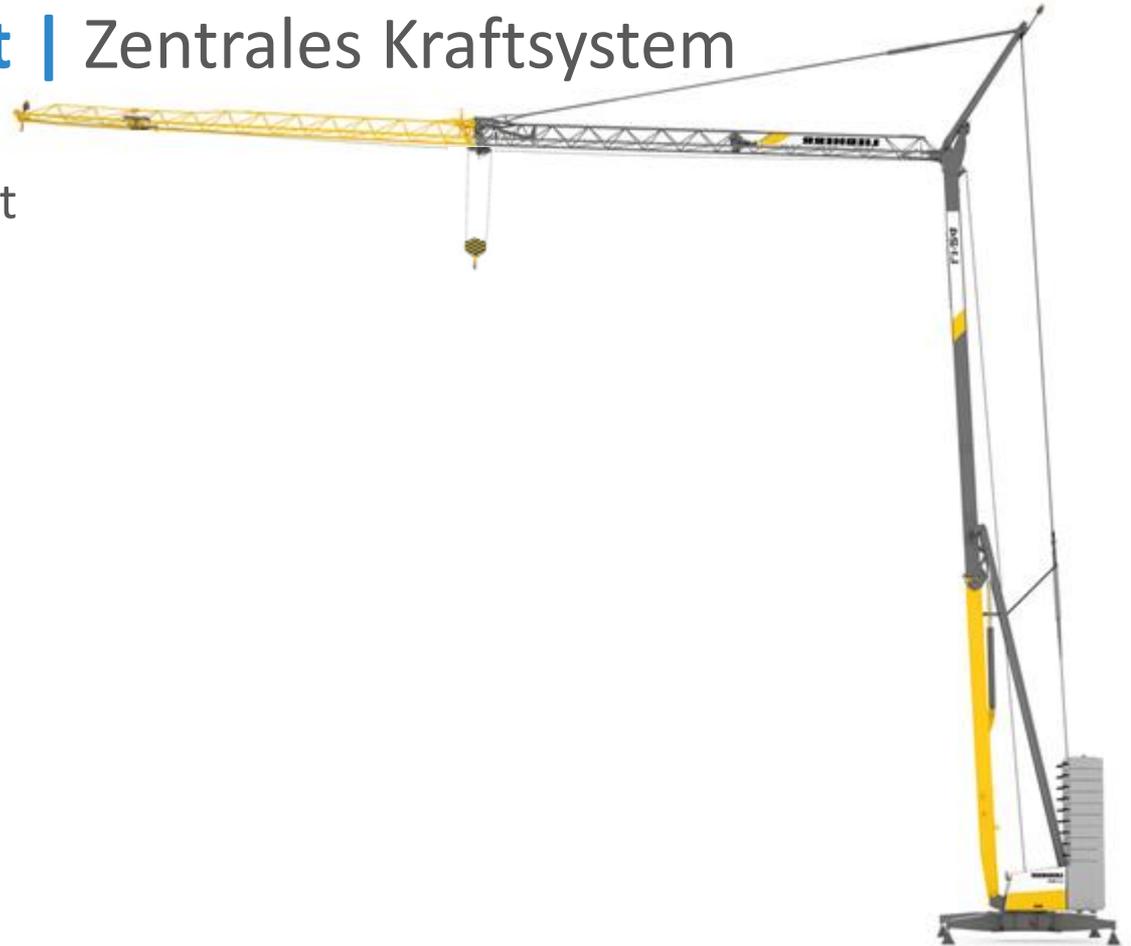


© Liebherr

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.6

Ermittlung von 2 Kräften mit vorgegebener Richtung

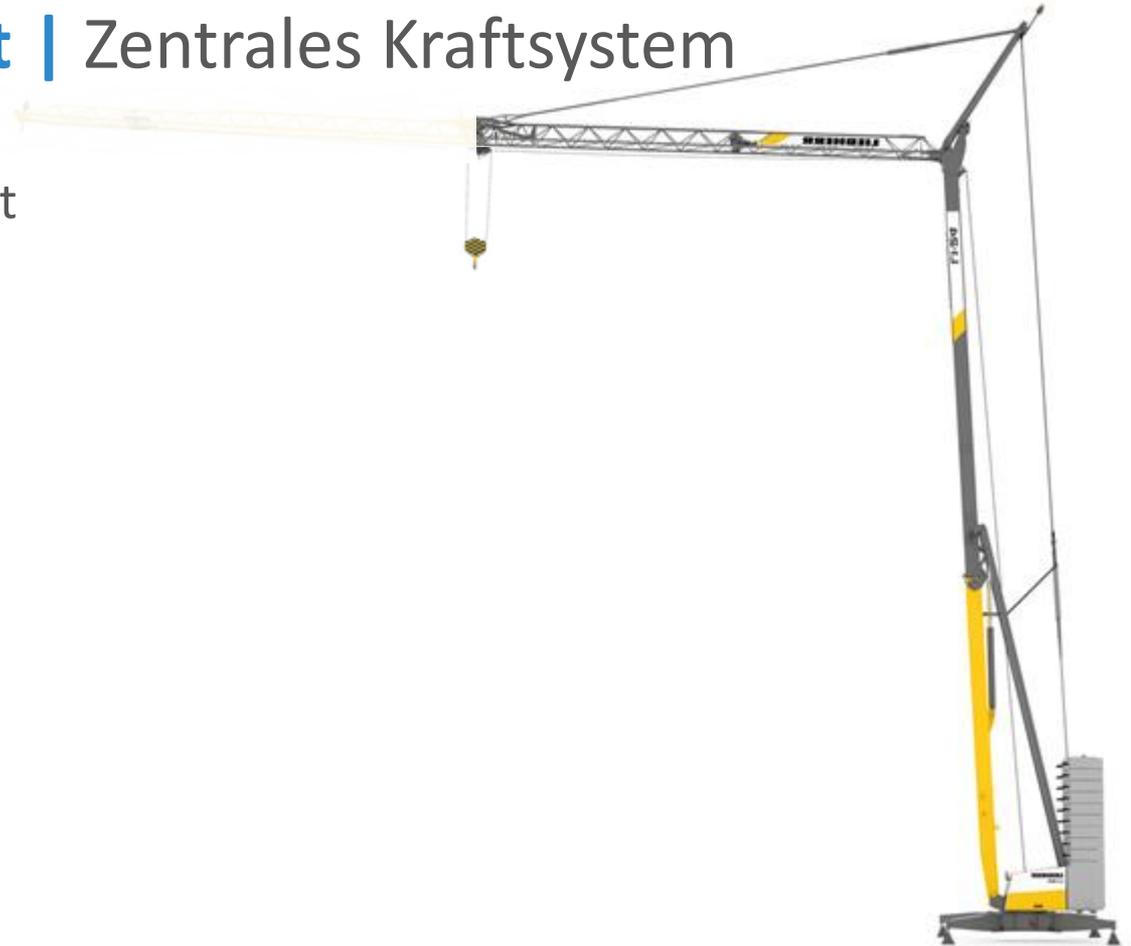


© Liebherr

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.6

Ermittlung von 2 Kräften mit vorgegebener Richtung

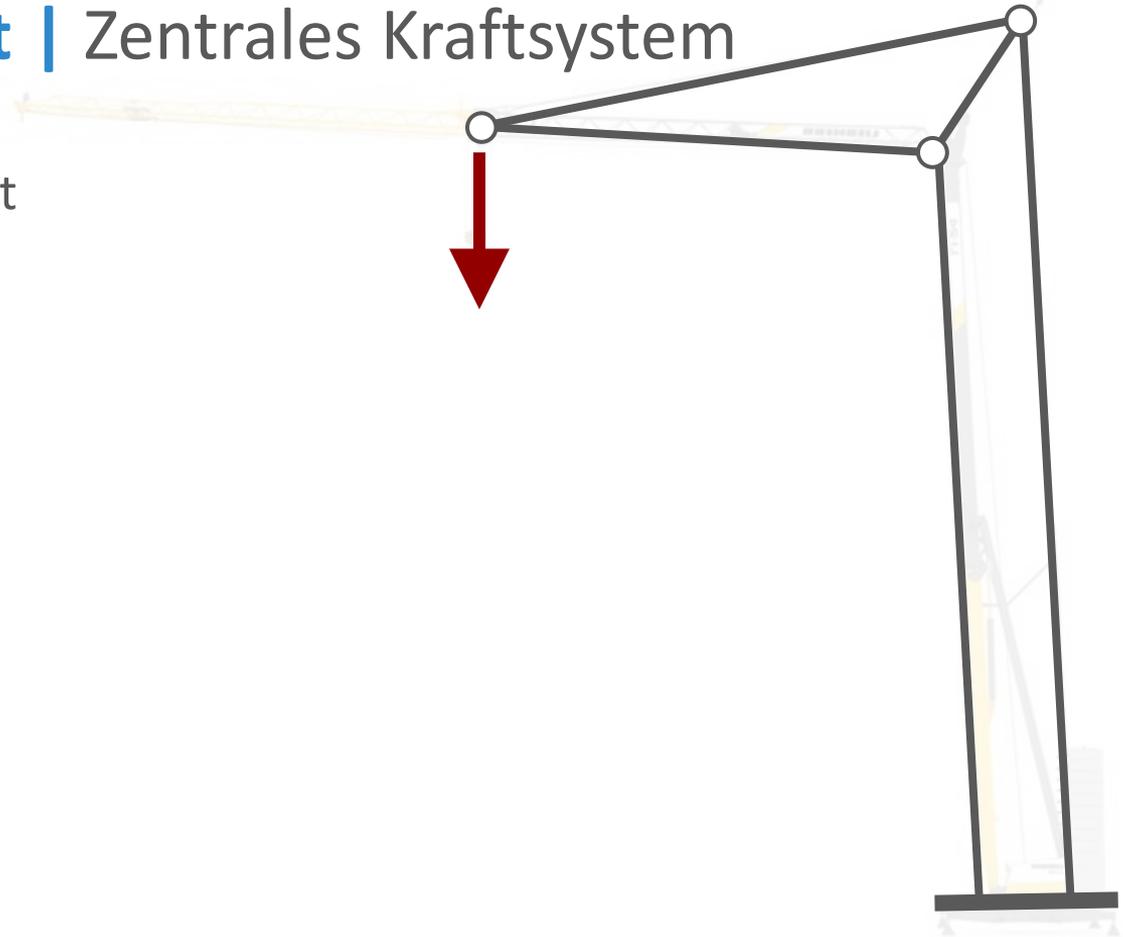


© Liebherr

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.6

Ermittlung von 2 Kräften mit vorgegebener Richtung

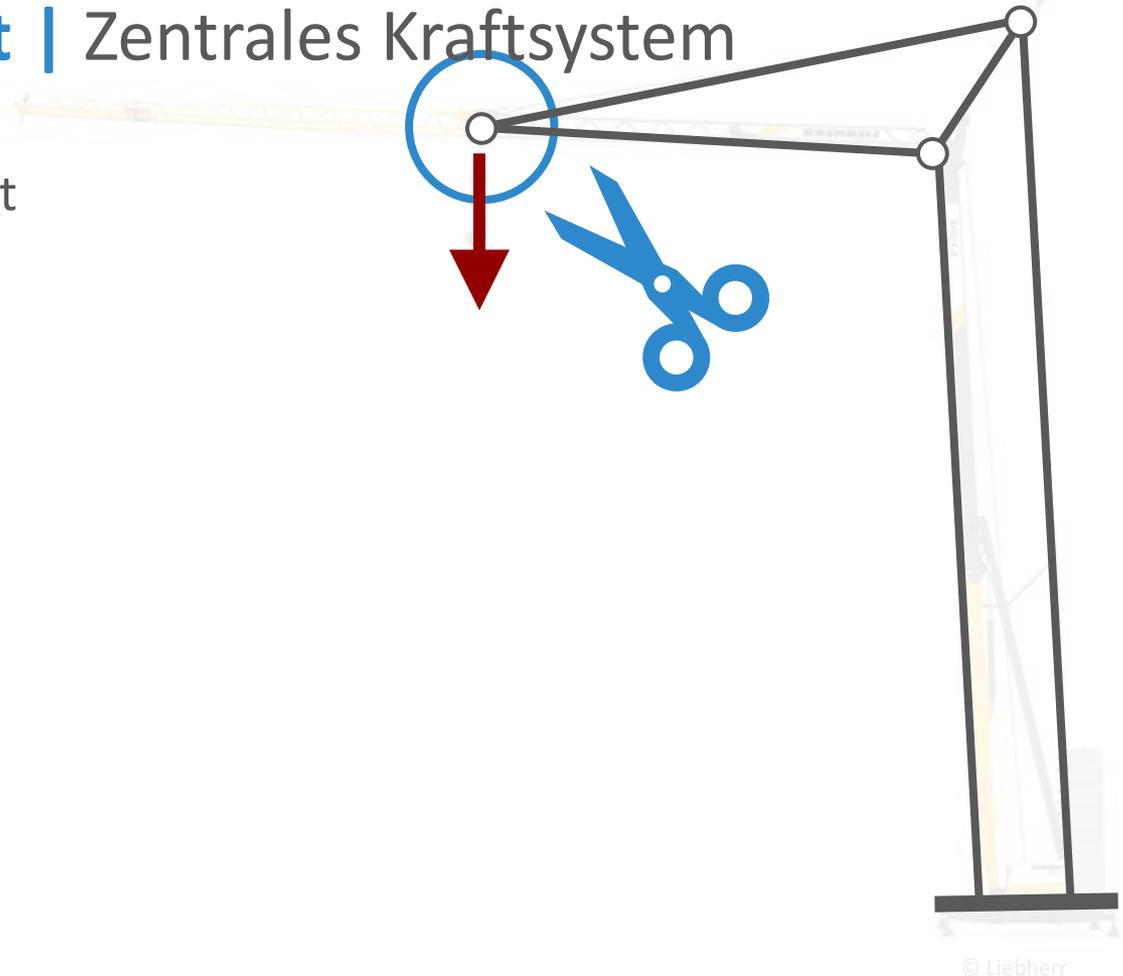


© Liebherr

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.6

Ermittlung von 2 Kräften mit vorgegebener Richtung



© Liebherr

Kräftegleichgewicht | Zentrales Kraftsystem

BEISPIEL 2.6

Ermittlung von 2 Kräften mit vorgegebener Richtung

