

Einführung in die Verfahrenstechnik

Bilanzierung

WS 2021 / 22

Claus Fleischer

Übersicht Vorlesung Einführung in die Verfahrenstechnik

- Vorlesung 1 Was ist Verfahrenstechnik? Einführung, Überblick
Einordnung des Studiums
- Vorlesung 2 Bilanzierung – Die wichtigste Methode zur
Berechnung von verfahrenstechnischen Prozessen

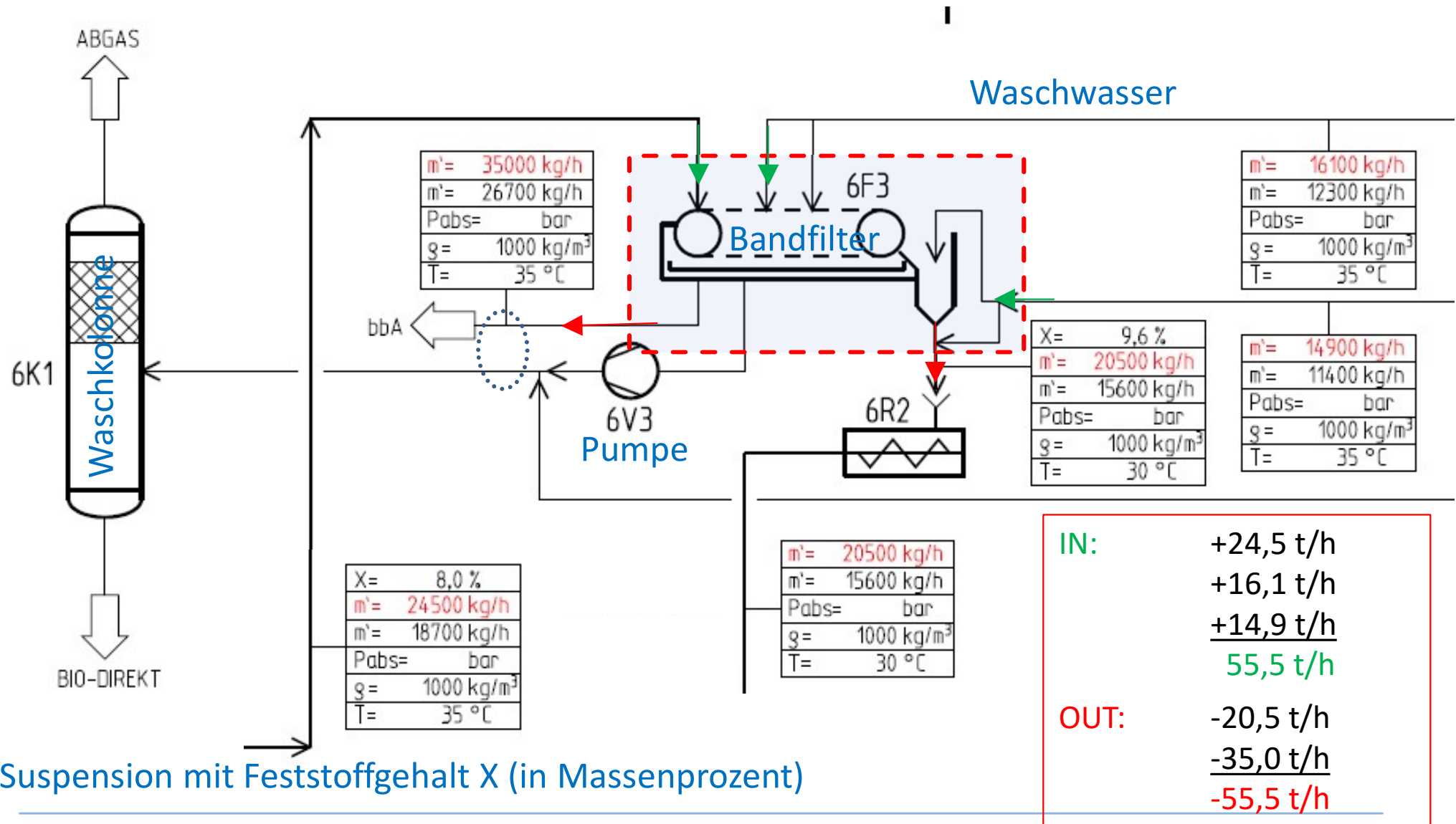
Bilanzen im Fließbild

Spezifikation eines Stoffstroms

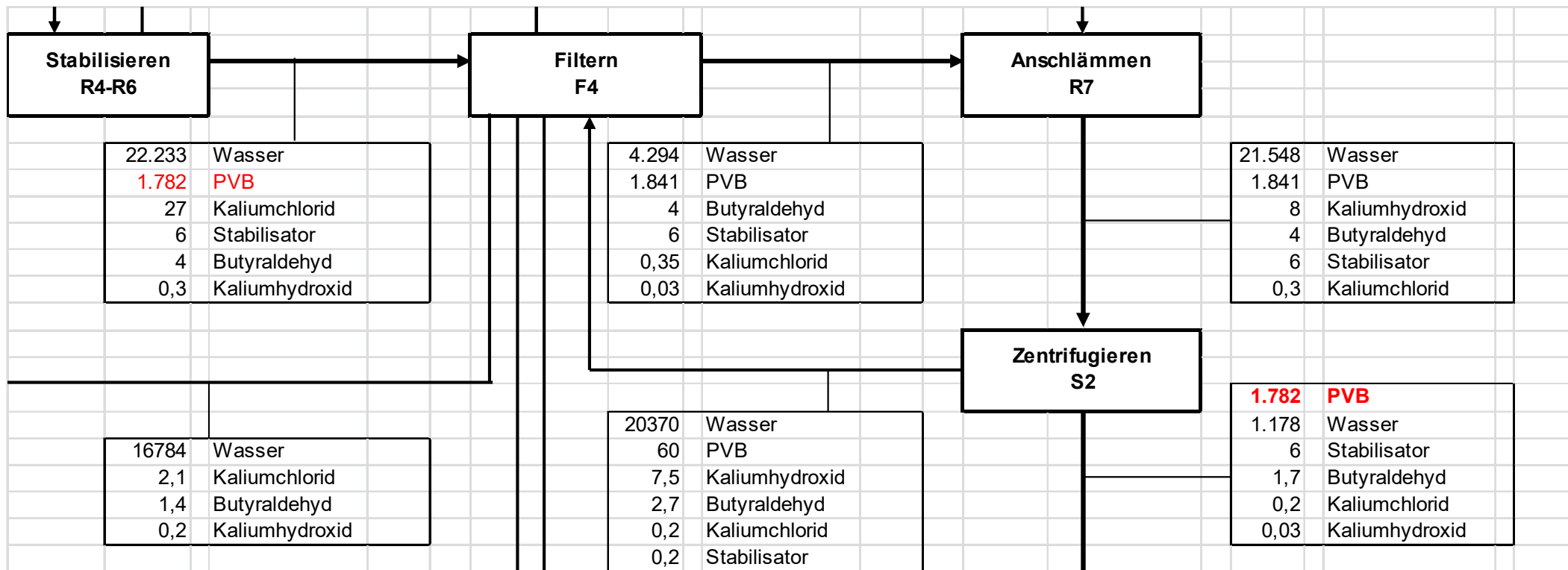
	Massen- strom		Massen- anteil	
Glukose	60	kg/h	6%	
Wasser	900	kg/h	91,80%	
Ethanol	20,44	kg/h	2,09%	
CO ₂	0	kg/h	0%	
Gesamt L	980,4	kg/h	100%	
Druck	1,3	bar		
Temperatur	27,0	°C		
Dichte	1000,00	kg/m ³		

Beispiele aus der industriellen Praxis

1. Massenströme im Verfahrensfließbild
2. Detaillierte Ströme im Blockfließbild (Teil eines Genehmigungsantrags)

Beispiel: Massenströme im Verfahrensfließbild (Bandfilter)

Beispiel: Detaillierte Stoffströme im Blockfließbild (XXX)



Stoffströme (z.B. in kg/h)

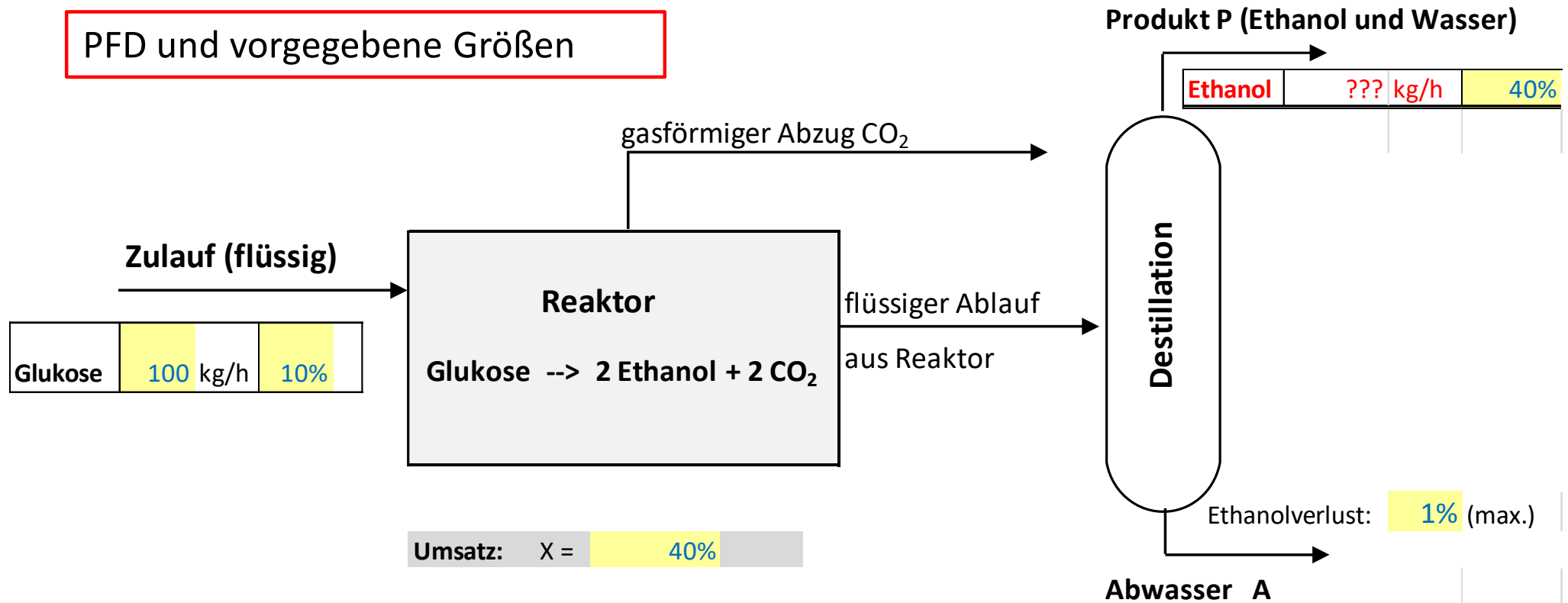
Beispiel 1: Massenbilanzierung Glukose-Gärung in Excel

Aufgabe:

1. Eine 10 %-ige wässrige Glukoselösung wird in einem Fermenter zu Ethanol vergoren. Es werden nur 40 % der Glukose umgesetzt. Als Nebenprodukt entsteht CO_2 (gasförmig).
2. Das entstehende Ethanol-Lösung wird durch Destillation zu 40 %-igem Alkohol aufkonzentriert. Es soll in der Destillation weniger als 1 % des Ethanols verloren gehen. Glukose kann nicht abdestilliert werden.

Erstellen Sie für ein kontinuierliches Verfahren mit einem Glukoseeinsatz von 100 kg/h mit Hilfe der Excel-Vorlage eine stationäre Bilanz des Gesamtverfahrens.

Beispiel 1: Prozessfließbild (PFD = Process Flow Diagram)



4 Komponenten:

- Glukose (Rohstoff)
- Wasser (Lösungsmittel)
- Ethanol (Produkt)
- CO₂ (Nebenprodukt)

Beispiel 1.1: Massenbilanzierung Glukosegärung in Excel

Vorgabewerte	
Zwischenergebnisse	
Ergebnis Produkte	

Vorlage für Bilanzierung Reaktor

	Massen- strom	Massen- anteil
CO ₂	kg/h	100%
Gesamt G	0 kg/h	100%

Zulauf (flüssig)

	Massen- strom	Massen- anteil	Mol- masse
Glukose	100 kg/h	10%	180 kg/kmol
Wasser	kg/h		18 kg/kmol
Ethanol	kg/h		46 kg/kmol
CO ₂	kg/h		44 kg/kmol
Gesamt	kg/h	10%	

Reaktor			
Glukose	-->	2 Ethanol	+ 2 CO₂
$C_6H_{12}O_6$	-->	$2 C_2H_5OH$	$+ 2 CO_2$
1 mol	-->	2 mol	+ 2 mol
oder 1 kg	-->	0,51 kg	+ 0,49 kg
0,0056		0,011	0,011
1,0		0,51	0,49
Umsatz:	X =	40%	
Umsatz Glukose		kg	
Produktion Ethanol		kg	
Produktion CO ₂		kg	

gasförmiger Abzug

flüssiger Ablauf

	Massen- strom	Massen- anteil
Glukose	kg/h	
Wasser	kg/h	
Ethanol	kg/h	
CO ₂	0 kg/h	
Gesamt L	kg/h	

Gesamt G+L	0 kg/h	0%
-------------------	--------	----

Beispiel 1.1: Massenbilanzierung Glukosegärung in Excel / LÖSUNG

Vorgabewerte

Zwischenergebnisse

Ergebnis Produkte

Ergebnis Bilanzierung Reaktor

	Massen- strom	Massen- anteil
CO ₂	19,6 kg/h	100%
Gesamt G	19,6 kg/h	100%

Zulauf (flüssig)

	Massen- strom	Massen- anteil	Mol- masse
Glukose	100 kg/h	10%	180 kg/kmol
Wasser	900 kg/h	90%	18 kg/kmol
Ethanol	0 kg/h	0%	46 kg/kmol
CO ₂	0 kg/h	0%	44 kg/kmol
Gesamt	1000 kg/h	100%	

Reaktor

Glukose --> 2 Ethanol + 2 CO₂			
C₆H₁₂O₆ --> 2 C₂H₅OH + 2 CO₂			
1 mol --> 2 mol + 2 mol			
oder 1 kg --> 0,51 kg + 0,49 kg			
	0,0056	0,011	0,011
	1,0	0,51	0,49
Umsatz: X =		40%	
Umsatz Glukose	-40 kg		
Produktion Ethanol	20,4 kg		
Produktion CO ₂	19,6 kg		

gasförmiger Abzug

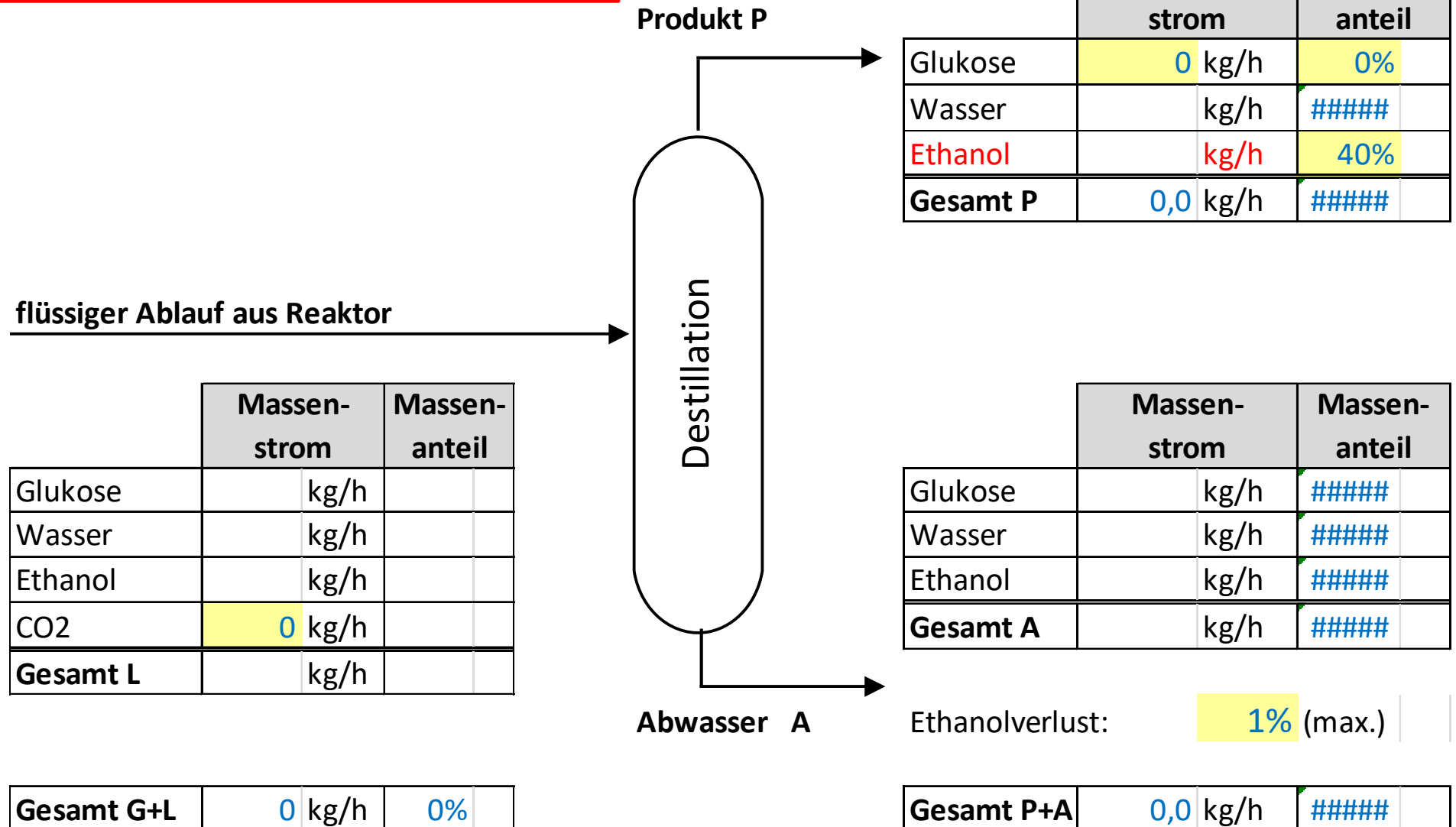
flüssiger Ablauf

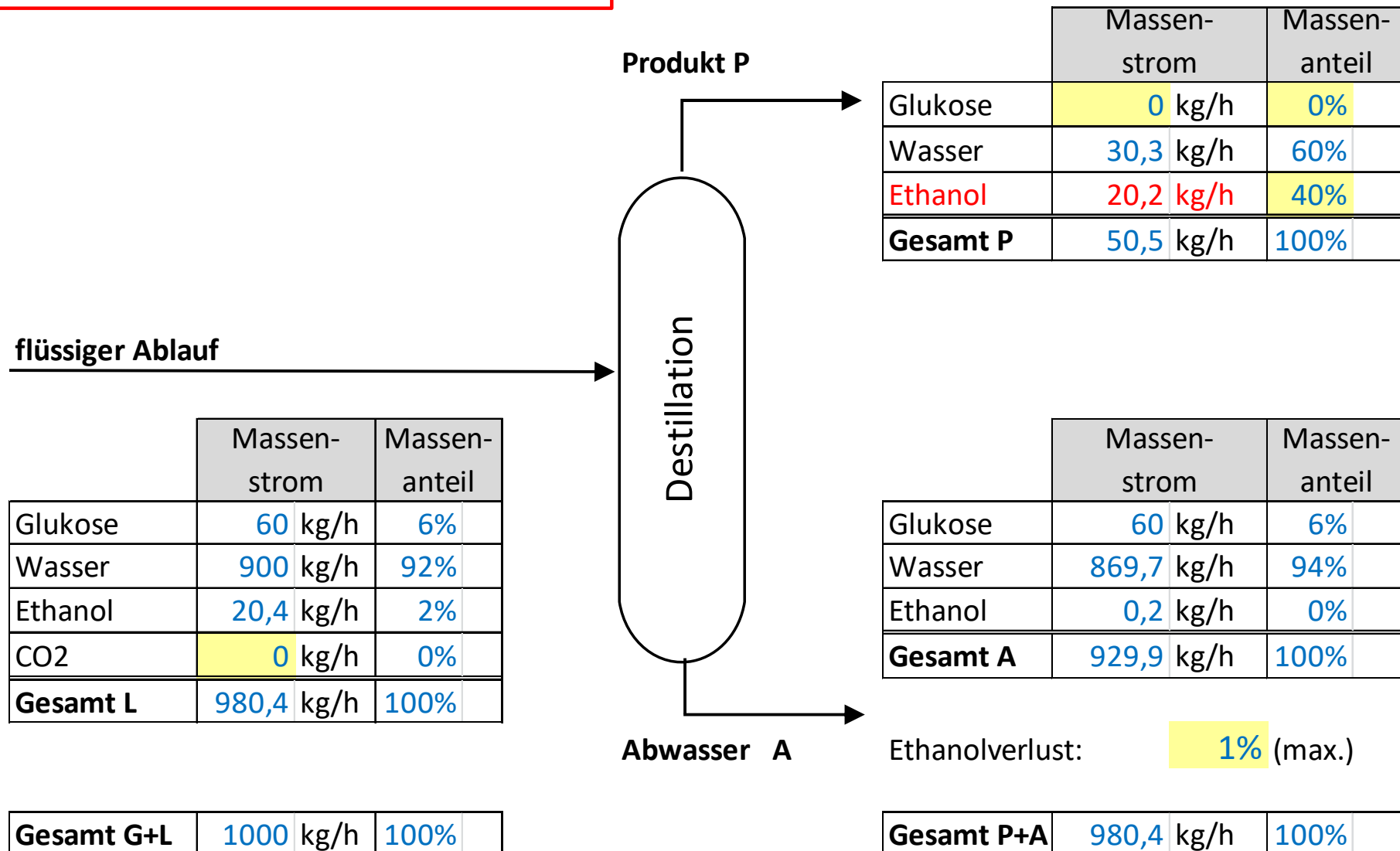
	Massen- strom	Massen- anteil
Glukose	60 kg/h	6%
Wasser	900 kg/h	92%
Ethanol	20,4 kg/h	2%
CO ₂	0 kg/h	0%
Gesamt L	980,4 kg/h	100%

Gesamt G+L	1000 kg/h	100%
-------------------	-----------	------

Beispiel 1.2: Massenbilanzierung Ethanol-Destillation in Excel

Vorlage für Bilanzierung Destillation



Beispiel 1.2: Massenbilanzierung Ethanol-Destillation in Excel / LÖSUNG**Ergebnis** Bilanzierung Destillation

Bilanz für „Bioethanol-Prozess“ aus Vorlesung

Hausaufgabe Vorlesung 2:

- Kompletтировать Sie die Excel-Bilanz für den Ethanol-Prozess (Reaktor und Destillation)
- Verwenden Sie Formeln in allen Zellen
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Zahlen in den Vorlesungsunterlagen
- Fragen Sie bei Unklarheiten nach (z.B. per Email)!

Bilanz für Projekt

Aufgabe (Milestone Erstsemesterprojekt):

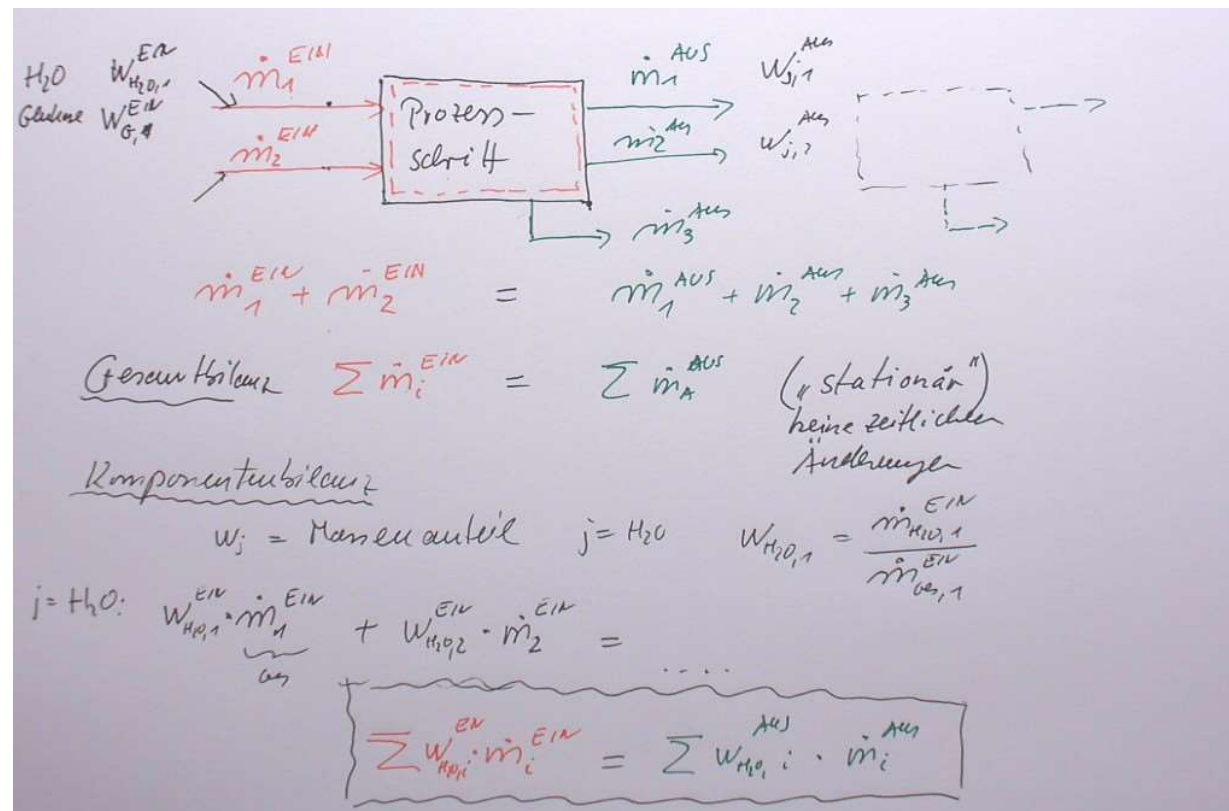
- Erstellen Sie in Excel eine vergleichbare stationäre Bilanz für den Produktionsprozess Ihres Projekts.
 - Handversuch
 - Produktionsanlage mit definierter Produktionsmenge
- Fragen Sie bei Unklarheiten nach!
- Orientieren Sie sich in der Darstellung am Beispiel „Ethanolische Gärung“
Laden Sie Ihre Excel-Datei nach Fertigstellung in Moodle hoch
Spätester Abgabetermin: 18. Dezember

Übersicht Vorlesung Einführung in die Verfahrenstechnik

- Vorlesung 1 Was ist Verfahrenstechnik? Einführung, Überblick
Einordnung des Studiums
- Vorlesung 2 Bilanzierung – Die wichtigste Methode zur
Berechnung von verfahrenstechnischen Prozessen
- Vorlesung 3 Bilanzierung Kläranlage (Beispiel aus Vorjahr)**

Bilanz – Summe der Eingänge gleich Summe der Ausgänge

- **Gesamtmassenbilanz:** bilanziert wird die Summe aller Komponenten (Stoffe)
- **Materialbilanz = Komponentenmassenbilanz:** bilanziert wird die Summe aller Komponenten (Stoffe)
- möglich als **Massenbilanz** (kg oder kg/h) oder **Stoffmengenbilanz** (mol oder mol/h)



Beispiel 2: Mögliche Bilanzierung einer Kläranlage in Excel - Übersicht

- Beispiel für Bilanzierung der ersten Prozessstufen

Modellabwasser						
	Volumenstrom	Massenstrom	Massenanteil	Dichte	Agg.	Bern.
Wasser	ml	4863,0 kg/l	97,3% (wt)	g/l	L	
Na2HPO4	ml	6,0 kg/l	0,12% (wt)	g/l	L (gelöst)	
Glukose	ml	5,0 kg/l	0,10% (wt)	g/l	L (gelöst)	
Pflanzenöl	10 ml	9,0 kg/l	0,18% (wt)	900 g/l	L (2. Phase)	zweite Phase
Fasern	ml	100,0 kg/l	2,00% (wt)	g/l	S	geschätzt
Sand	ml	15,0 kg/l	0,30% (wt)	g/l	S	
Betonit	ml	2,0 kg/l	0,04% (wt)	g/l	S	
Gesamt L	5000,00 ml	5.000,0 kg/l	100,00% (wt)	1000,00 g/l		m = ρ * V
Druck		1,0 bar		1,0 bar		
Temperatur		20,0 °C		20,0 °C		

1. Modellabwasser (Konzentrat für ca. 5 l):
2 g Bentonit, 15 g Sand, 10 ml Pflanzenöl, Faser- und Kordestücke,
6 g Dinatriumhydrogenphosphat, 5 g Glukose

2. Trockenhefe für den Glukoseabbau

3. Fehling'sches Reagens (Fehling I und Fehling II) zum Glukosenachweis

4. Eisen(II)-Sulfat (ca. 5 g) als Fällungsmittel/Ausflockung

5. Trichter

6. Faltenfilter

7. 10 Reagenzgläser

8. Universalindikatorpapier

9. Schutzbrille, Handschuhe

10. Quarzmehl (17 g)

Prozessstufe 1 - Rechen									
Zulauf			Ablauf			Trennmechanismus		Nebenprodukt Grobgut	
	Massen-	Massen-	Massen-	Massen-	Was	Wie	Bemerkung	Massen-	Massen-
Wasser	4863,0 kg/l	97,3% (wt)	4862,2 kg/l	98,8% (wt)	x		feuchtes Holz	0,8 g	50% (wt)
Na2HPO4	6,0 kg/l	0,1% (wt)	6,0 kg/l	0,1% (wt)				0,0 g	% (wt)
Glukose	5,0 kg/l	0,1% (wt)	5,0 kg/l	0,1% (wt)				0,0 g	% (wt)
Pflanzenöl	9,0 kg/l	0,2% (wt)	9,0 kg/l	0,2% (wt)				0,0 g	% (wt)
Fasern	100,0 kg/l	2,0% (wt)	20,0 kg/l	0,4% (wt)	x	80%	Trennfaktor	0,8 g	50,0% (wt)
Sand	15,0 kg/l	0,3% (wt)	15,0 kg/l	0,3% (wt)				0,0 g	% (wt)
Betonit	2,0 kg/l	0,0% (wt)	2,0 kg/l	0,0% (wt)				0,0 g	% (wt)
Gesamt L	5.000,0 kg/l	100,0% (wt)	4.919,2 kg/l	100,0% (wt)				1,6 g	100,00% (wt)

Prozessstufe 2 - Sedimentation/Flotation (ungelöste Bestandteile)									
Zulauf			Ablauf			Trennmechanismus		Nebenprodukt Feine Feststoffe	
	Massen-	Massen-	Massen-	Massen-	Was	Wie	Bemerkung	Massen-	Massen-
Wasser	4862,2 kg/l	98,8% (wt)	4855,3 kg/l	98,7% (wt)	x			6,9 g	30% (wt)
Na2HPO4	6,0 kg/l	0,1% (wt)	6,0 kg/l	0,1% (wt)				g	% (wt)
Glukose	5,0 kg/l	0,1% (wt)	5,0 kg/l	0,1% (wt)				g	% (wt)
Pflanzenöl	9,0 kg/l	0,2% (wt)	9,0 kg/l	0,2% (wt)				g	% (wt)
Fasern	20,0 kg/l	0,4% (wt)	20,0 kg/l	0,4% (wt)				g	% (wt)
Sand	15,0 kg/l	0,3% (wt)	0,3 kg/l	0,0% (wt)	x	98%	Trennfaktor	14,7 g	63,5% (wt)
Betonit	2,0 kg/l	0,0% (wt)	0,5 kg/l	0,0% (wt)	x	75%	Trennfaktor	1,5 g	6,5% (wt)
Gesamt L	4.919,2 kg/l	100,0% (wt)	4.896,1 kg/l	99,5% (wt)				23,1 g	100,00% (wt)

Prozessstufe 3 - Glukosegärung									
Zulauf			Ablauf			Trennmechanismus		Nebenprodukt Feine Feststoffe	
	Massen-	Massen-	Massen-	Massen-	Was	Wie	Bemerkung	Massen-	Massen-
Wasser	4855,3 kg/l	98,7% (wt)	kg/l	0,0% (wt)				g	% (wt)
Na2HPO4	6,0 kg/l	0,1% (wt)	kg/l	0,0% (wt)				g	% (wt)
Glukose	5,0 kg/l	0,1% (wt)	kg/l	0,0% (wt)			TODO	g	% (wt)
Pflanzenöl	9,0 kg/l	0,2% (wt)	kg/l	0,0% (wt)				g	% (wt)
Fasern	20,0 kg/l	0,4% (wt)	kg/l	0,0% (wt)				g	% (wt)
Sand	0,3 kg/l	0,0% (wt)	kg/l	0,0% (wt)				g	% (wt)
Betonit	0,5 kg/l	0,0% (wt)	kg/l	0,0% (wt)				g	% (wt)
Gesamt L	4.896,1 kg/l	99,5% (wt)	0,0 kg/l	0,0% (wt)				0,0 g	100,00% (wt)

Beispiel 2: Modellabwasser

Modellabwasser										
	Volumen- strom		Massen- strom		Massen- anteil		Dichte		Agg.	Bem.
Wasser		ml	4863,0	kg/l	97,3%	% (wt)	g/l	L		
Na2HPO4		ml	6,0	kg/l	0,12%	% (wt)	g/l	L (gelöst)		
Glukose		ml	5,0	kg/l	0,10%	% (wt)	g/l	L (gelöst)		
Pflanzenöl	10	ml	9,0	kg/l	0,18%	% (wt)	900	g/l	L (2. Phase) zweite Phase	
Fasern		ml	100,0	kg/l	2,00%	% (wt)	g/l	S	geschätzt	
Sand		ml	15,0	kg/l	0,30%	% (wt)	g/l	S		
Betonit		ml	2,0	kg/l	0,04%	% (wt)	g/l	S		
Gesamt L	5000,00	ml	5.000,0	kg/l	100,00%	% (wt)	1000,00	g/l	m = ρ * V	
Druck			1,0	bar			1,0	bar		
Temperatur			20,0	°C			20,0	°C		

1. Modellabwasser (Konzentrat für ca. 5 l.):
2 g Bentonit, 15 g Sand, 10 ml Pflanzenöl, Faser- und Kordels
6 g Dinatriumhydrogenphosphat, 5 g Glukose
2. Trockenhefe für den Glukoseabbau
3. Fehling'sches Reagenz (Fehling I und Fehling II) zum Glukosenachweis
4. Eisen(II)-Sulfat (ca. 5 g) als Fällungsmittel/Ausflockung
5. Trichter
6. Faltenfilter
7. 10 Reagenzgläser
8. Universalindikatorpapier
9. Schutzbrille, Handschuhe
10. Quarzmehl (17 g)

Beispiel 2: Prozessstufe 1 – Rechen (beispielhaft)

Prozessstufe 1 - Rechen																			
	Zulauf				Ablauf			nach Zulauf Stufe 2			Trennmechanismus			Nebenprodukt Grobgut					
	Massen-	Massen-			Massen-	Massen-					Was	Wie	Bemerkung	Massen-	Massen-				
Wasser	4863,0 kg/l	97,3% (wt)			4862,2 kg/l	98,8% (wt)					x		feuchtes Holz	0,8 g	50% (wt)				
Na ₂ HPO ₄	6,0 kg/l	0,1% (wt)			6,0 kg/l	0,1% (wt)								0,0 g		% (wt)			
Glukose	5,0 kg/l	0,1% (wt)			5,0 kg/l	0,1% (wt)								0,0 g		% (wt)			
Pflanzenöl	9,0 kg/l	0,2% (wt)			9,0 kg/l	0,2% (wt)								0,0 g		% (wt)			
Fasern	100,0 kg/l	2,0% (wt)			20,0 kg/l	0,4% (wt)					x	80%	Trennfaktor	0,8 g	50,0% (wt)				
Sand	15,0 kg/l	0,3% (wt)			15,0 kg/l	0,3% (wt)								0,0 g		% (wt)			
Betonit	2,0 kg/l	0,0% (wt)			2,0 kg/l	0,0% (wt)								0,0 g		% (wt)			
Gesamt L	5.000,0 kg/l	100,0% (wt)			4.919,2 kg/l	100,0% (wt)								1,6 g	100,00% (wt)				

Leitfragen

- Von wo übernehme ich den Zulauf?
- Was wird in dieser Stufe abgetrennt?
- Wie ist der Trennmachanismus? Mit welcher Trennzahl kann er beschrieben werden? (ggf. schätzen oder Werte aus der Literatur nehmen)
- Ist die abgetrennte Komponente (Fasern) rein oder nimmt sie andere Stoffe mit (feuchte Faser = Faser + Wasser)?
- Wie kann ich für jede Komponente den abgetrennten Strom bestimmen?
- Tabelle komplettieren
- In welche Folgestufen werden der Ablauf oder der abgetrennte Strom geführt?
-

Beispiel 2: Prozessstufe 2 – Sedimentation (beispielhaft)

Prozessstufe 2 - Sedimentation/Flotation (ungelöste Bestandteile)									
	Zulauf von Ablauf Stufe 1		Ablauf nach Zulauf Stufe 3		Trennmechanismus			Nebenprodukt Feine Feststoffe	
	Massen-	Massen-	Massen-	Massen-	Was	Wie	Bemerkung	Massen-	Massen-
Wasser	4862,2 kg/l	98,8% (wt)	4855,3 kg/l	98,7% (wt)	x			6,9 g	30% (wt)
Na ₂ HPO ₄	6,0 kg/l	0,1% (wt)	6,0 kg/l	0,1% (wt)				g	% (wt)
Glukose	5,0 kg/l	0,1% (wt)	5,0 kg/l	0,1% (wt)				g	% (wt)
Pflanzenöl	9,0 kg/l	0,2% (wt)	9,0 kg/l	0,2% (wt)				g	% (wt)
Fasern	20,0 kg/l	0,4% (wt)	20,0 kg/l	0,4% (wt)				g	% (wt)
Sand	15,0 kg/l	0,3% (wt)	0,3 kg/l	0,0% (wt)	x	98%	Trennfaktor	14,7 g	63,5% (wt)
Betonit	2,0 kg/l	0,0% (wt)	0,5 kg/l	0,0% (wt)	x	75%	Trennfaktor	1,5 g	6,5% (wt)
Gesamt L	4.919,2 kg/l	100,0% (wt)	4.896,1 kg/l	99,5% (wt)				23,1 g	100,00% (wt)

Leitfragen

- Von wo übernehme ich den Zulauf?
- Was wird in dieser Stufe abgetrennt?
- Wie ist der Trennmachanismus? Mit welcher Trennzahl kann er beschrieben werden? (ggf. schätzen oder Werte aus der Literatur nehmen)
- Ist die abgetrennte Komponente (Sand) rein oder nimmt sie andere Stoffe mit (feuchter Sand= reiner Sand + reines Wasser)?
- Wie kann ich für jede Komponente den abgetrennten Strom bestimmen?
- Tabelle komplettieren
- In welche Folgestufen werden der Ablauf oder der abgetrennte Strom geführt?

•

Beispiel 2: Prozessstufe x – Abtrennung von y

Prozessstufe x - "Trennaufgabe angeben"																			
Zulauf		von Ablauf Stufe 2		Ablauf		Trennmechanismus		Nebenprodukt Feine Feststoffe											
	Massen-		Massen-		Massen-					Was	Wie	Bemerkung			Massen-		Massen-		
Wasser	kg/l	0,0%	% (wt)	kg/l	0,0%	% (wt)									g		% (wt)		
Na ₂ HPO ₄	kg/l	0,0%	% (wt)	kg/l	0,0%	% (wt)									g		% (wt)		
Glukose	kg/l	0,0%	% (wt)	kg/l	0,0%	% (wt)						TODO			g		% (wt)		
Pflanzenöl	kg/l	0,0%	% (wt)	kg/l	0,0%	% (wt)									g		% (wt)		
Fasern	kg/l	0,0%	% (wt)	kg/l	0,0%	% (wt)									g		% (wt)		
Sand	kg/l	0,0%	% (wt)	kg/l	0,0%	% (wt)									g		% (wt)		
Betonit	kg/l	0,0%	% (wt)	kg/l	0,0%	% (wt)									g		% (wt)		
Gesamt L	0,0 kg/l	0,0%	% (wt)	0,0 kg/l	0,0%	% (wt)									0,0 g		100,00%	% (wt)	

Hinweise

- Die reine Bilanzierung ist „routine“ und einfache Mathematik
- Prozess-Knowhow steckt im roten Block „Trennmechanismus“.
 - Hier muss mit fachlicher Expertise ein Trenngrad bestimmt werden
 - Typische Werte für die Trennwirkung erhalten Sie z.B.
 - aus der Aufgabenstellung
 - aus Ihren Messwerten
 - aus der Literatur
- Die dargestellte Form ist „eine“ Möglichkeit von vielen. Achten Sie auf Übersichtlichkeit und Flexibilität

Hinweise zur Bilanzierung Allgemeiner Prozessschritte

1. Die Umsetzung der Bilanzen für jeden Apparat / Prozessschritt ist analog zum Beispiel „Glukosegärung“
2. Im allgemeinen muss eine **apparate-/prozessspezifische Kennzahl** vorgegeben werden, die das Verhalten des Apparates quantitativ näher kennzeichnet/spezifiziert. Diese Kennzahlen legen z. B. die Aufteilung von Strömen oder andere Umwandlungsvorgänge näher fest. Z. B.:
 - Trennfaktor 70%
 - Restfeuchte 30%
 - Umsatz 90%
 - etc.

Hinweise zur Bilanzierung Allgemeiner Prozessschritte (2)

3. Solche Kennzahlen können z.B. sein

- Umsatz X im Reaktor (in %): $X = \frac{\Delta m_{\text{Rohstoff}}}{m_{\text{Rohstoff}}^{\text{Ein}}}$
- Kopfreinheit und Sumpfreinheit in Destillation oder
- Rückgewinnungsgrad einer Komponente
- Restfeuchte des Filterrückstands oder Feststoffanteil im Filtrat (Feinanteil in abgetrennter Flüssigkeit)
- Anteil der Fettsäuren, Aminosäuren, Kohlenhydrate etc. in der Zelle
- Feststoffanteil bei Herstellen einer Suspension (Feststoff-Wasser-Gemisch)
- u.s.w.

Hinweise zur Bilanzierung Allgemeiner Prozessschritte (3)

4. In späteren Detailvorlesungen lernen wir, wie man solche spezifische Kennzahlen bestimmen kann.

Im Rahmen dieser Einführungsvorlesung entnehmen Sie sinnvolle Werte aus der Literatur oder treffen plausible Annahmen.

Einführung in die Verfahrenstechnik

Vorlesung 4

Bilanzierung

WS 2021 / 22

Claus Fleischer

Übersicht Vorlesung Einführung in die Verfahrenstechnik

Vorlesung 1	Was ist Verfahrenstechnik? Einführung, Überblick Einordnung des Studiums
Vorlesung 2	Bilanzierung – Die wichtigste Methode zur Berechnung von verfahrenstechnischen Prozessen
Vorlesung 3	Bilanzierung Kläranlage (mögliche Lösung)
Vorlesung 4	Allgemeine Bilanzierungsansätze

Einige Überlegungen zur Energiebilanzierung

- Was ist „Innere Energie“ U ?
- Wie groß ist der Energiebedarf zum Erwärmen / Abkühlen einer Stoffmenge / eines Stoffstroms?
- Wie groß ist der Energiebedarf zum Verdampfen / Kondensieren einer Stoffmenge / Stoffstroms

Gesamtenergie und Energieerhaltung

- Es gibt unterschiedliche Arten von Energieformen (Teilenergien)
 - Kinetische Energie
 - Potentielle Energie / Lageenergie“
 - Elektrische Energie
 - „Innere Energie“
 - ...
- **Energieerhaltung** gilt immer nur für die **Gesamtenergie**, nicht aber für die Teilenergie
- Verschiedene Energieformen können ineinander umgewandelt werden
 - Lageenergie $\leftrightarrow$ kinetische Energie

Innere Energie und Äußere Energie

Energiebedarf zum Erwärmen / Abkühlen

Energiebedarf zum Verdampfen / Kühlen

Aufgabe: Befüllung eines Laborreaktors mit gleichzeitigem konstantem *Zulauf* und *veränderlichem Ablauf*

Gegeben:

$$\dot{m}_{zu} = 10 \text{ kg/min}$$

$$k = 25 \text{ kg}/(\text{min m})$$

$$m(t = 0 \text{ min}) = 0 \text{ kg}$$

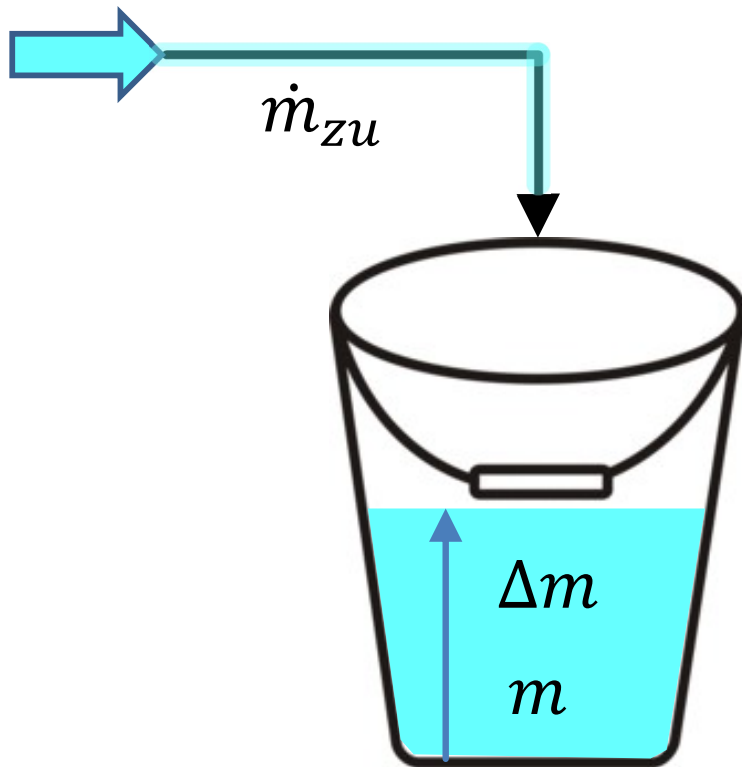
Gesucht:

- Wie voll wird der Eimer?
- Wann ist der Eimer voll?

Bilanzgleichung

$$\begin{aligned} \frac{d\textcolor{red}{m}}{dt} &= \dot{m}_{zu} - k \cdot h \\ &= \dot{m}_{zu} - k \cdot \frac{\textcolor{red}{m}/\varrho}{A} \end{aligned}$$

Ein einfaches Beispiel 1: Befüllung eines Wassereimers (Wasserspeicher)

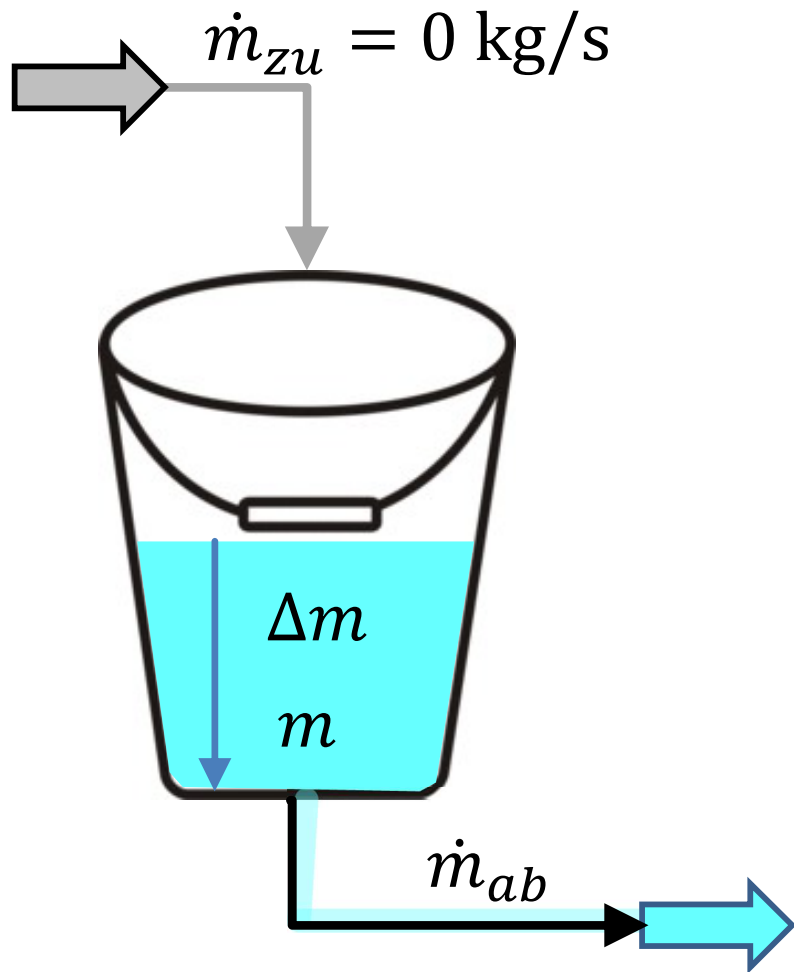


1. Masse des Wassers *im* Eimer: m
2. Am **Anfang** ist Eimer leer
 $m(t = 0 \text{ s}) = 0 \text{ kg}$
3. Start des Befüllvorgangs mit Massenstrom ($\cdot = \text{Strom}$, $zu = \text{Zulauf}$)
 $\dot{m}_{zu} = 1 \text{ kg/s}$
4. Masse des Wassers im Eimer ändert sich in der Zeitdauer Δt um Δm
5. Änderung pro Zeiteinheit

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = \dot{m}_{zu}$$

Mathematische Gleichung: $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \dot{m}_{zu}$ oder auch $\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{zu}$
= **Massenbilanz** "Differenzengleichung" "Differentialgleichung"

Ein einfaches Beispiel 2: Entleeren eines Wassereimers

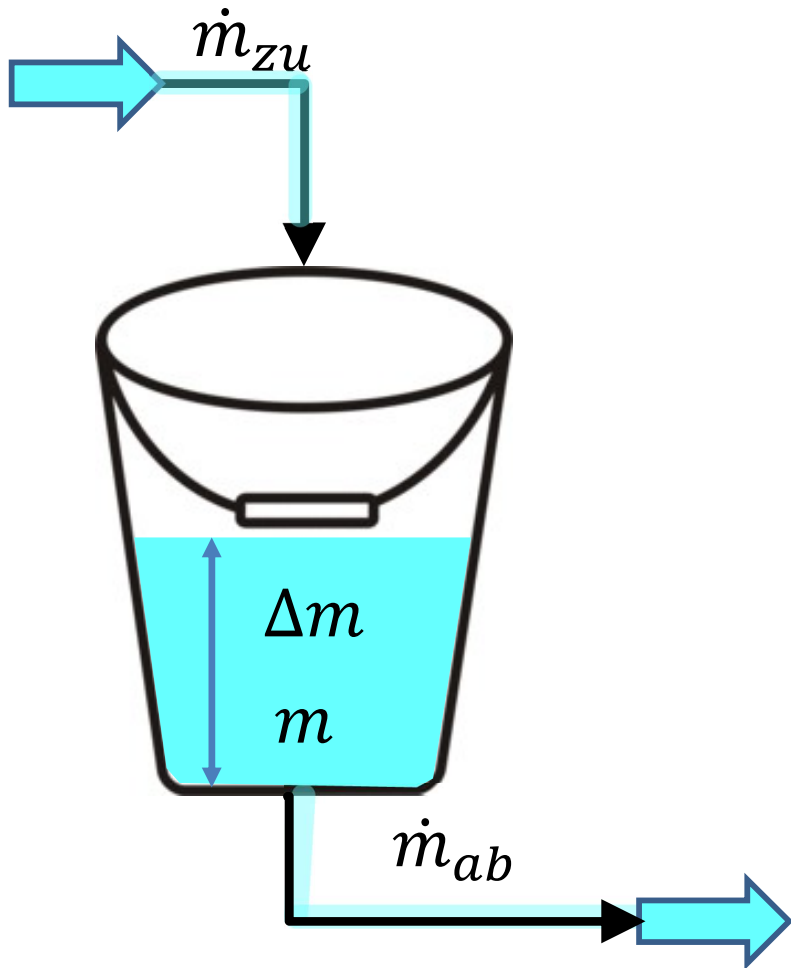


1. Am **Anfang** ist Eimer befüllt, z.B.
 $m(t = 0 \text{ s}) = 10 \text{ kg}$
3. Start des Entleervorgangs mit
Massenstrom ($\cdot = \text{Strom}$, $ab = \text{Ablauf}$)
 $\dot{m}_{ab} = 1 \text{ kg/s}$
4. Masse des Wassers im Eimer ändert
sich in der Zeitdauer Δt um $\Delta m (< 0)$
5. Änderung pro Zeiteinheit

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -1 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = -\dot{m}_{ab}$$

Mathematische Gleichung: $\frac{\Delta m}{\Delta t} = -\dot{m}_{ab}$ oder auch $\frac{dm}{dt} = -\dot{m}_{ab}$
= Massenbilanz "Differenzengleichung" "Differentialgleichung"

Beispiel 3: Gleichzeitiger Zulauf und Ablauf zum Wassereimers



Änderung des Eimerinhalts (Speichers)

- durch den Zulauf

$$\left. \frac{\Delta m}{\Delta t} \right|_{\text{Zulauf}} = \dot{m}_{zu}$$

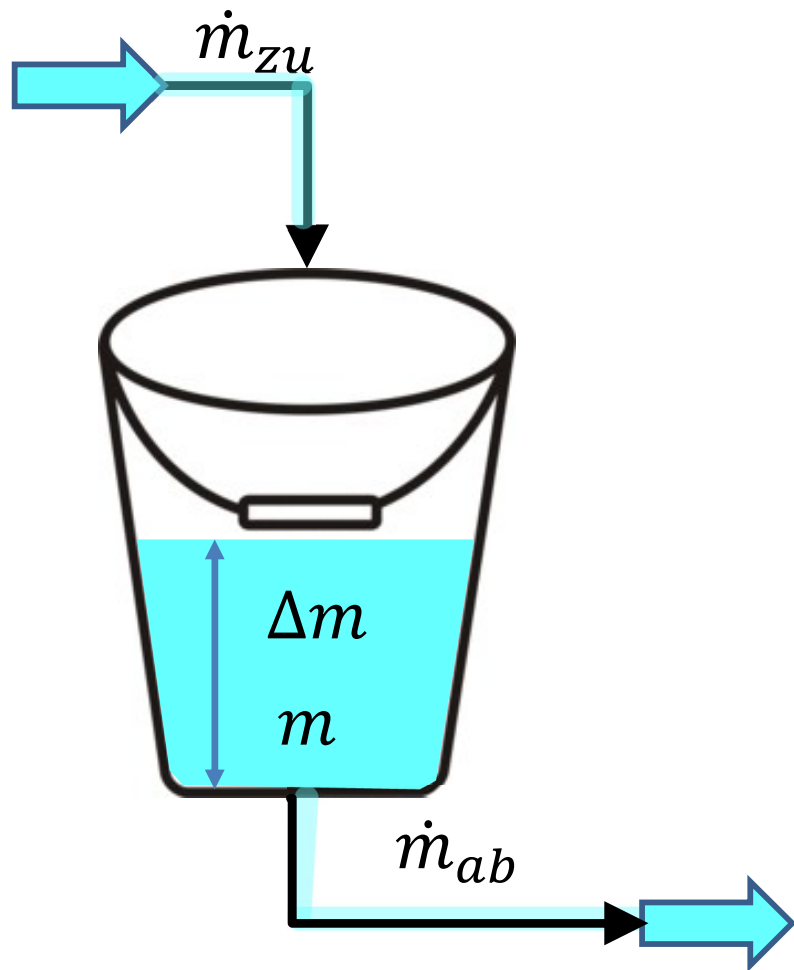
- durch den Ablauf

$$\left. \frac{\Delta m}{\Delta t} \right|_{\text{ablauf}} = - \dot{m}_{ab}$$

- Gesamt durch Zu- und Ablauf

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \left. \frac{\Delta m}{\Delta t} \right|_{\text{Zulauf}} + \left. \frac{\Delta m}{\Delta t} \right|_{\text{ablauf}} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}$$

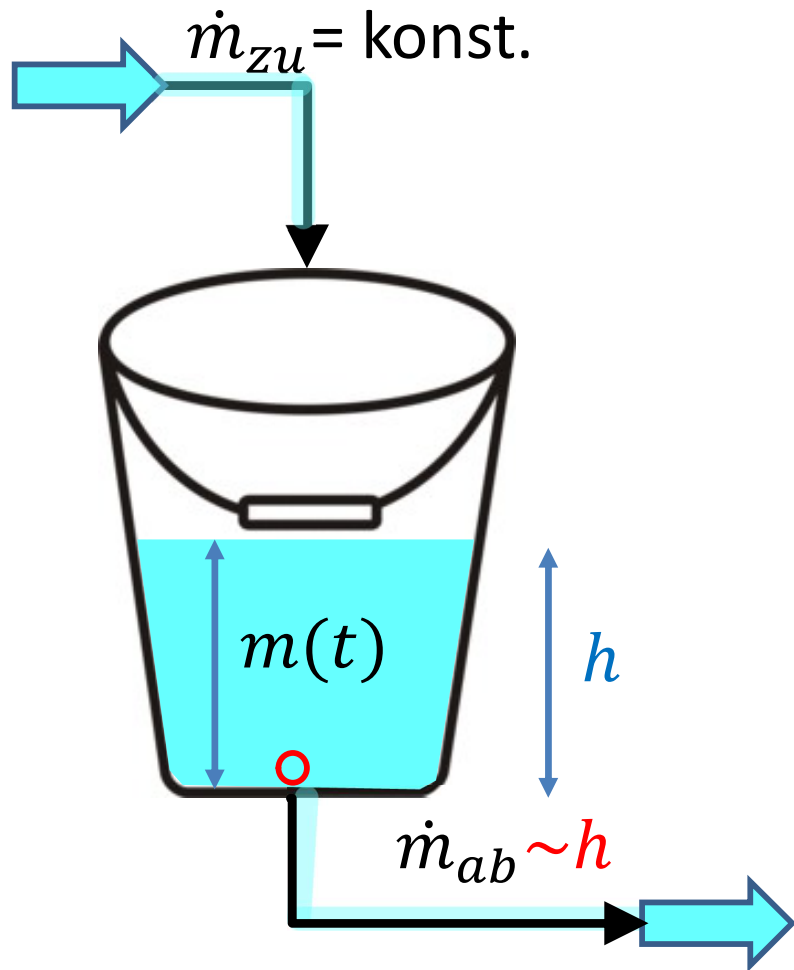
Massenbilanz: $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}$ oder auch $\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}$

Beispiel 3: Gleichzeitiger *Zulauf* und *Ablauf* zum Wassereimers (2)

- Wenn $\dot{m}_{zu} = \dot{m}_{ab}$ ändert sich die Menge im Eimer nicht
- Man nennt dies **stationäre Bedingungen**
- Der Füllstand ändert sich nicht, obwohl ständig was zu- und was abfließt
- $\Delta m = 0$ bzw. $\Delta m / \Delta t = 0$

Math. Gleichung: $0 = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}$ oder auch $\dot{m}_{zu} = \dot{m}_{ab}$

Beispiel 3: Gleichzeitig konstanter *Zulauf* und *veränderlicher Ablauf*



- Ablauf durch kleines Loch ist abhängig von Füllhöhe h

$$\dot{m}_{ab} = k \cdot h = k \cdot \frac{V}{A} = k \cdot \frac{m/\rho}{A}$$

k = Auslaufkonstante

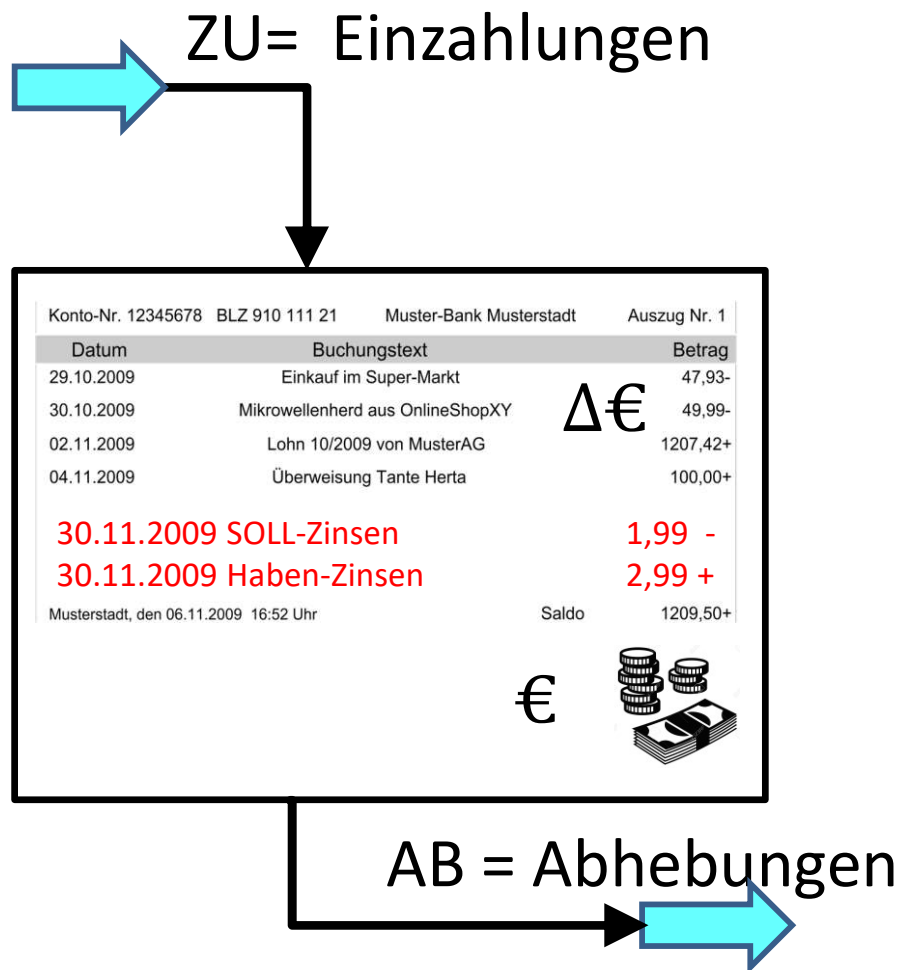
- Bilanzgleichung

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}$$

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{zu} - k \cdot \frac{m/\rho}{A}$$

- Dynamische (instationäre) Lösung mit MATLAB

Beispiel 4: Bankkonto



Diskrete Änderungen (keine Ströme)
Änderung des Kapitals ΔK

- + durch Einzahlungen
- — durch Abhebungen
- + durch Haben-Zinsen („Quelle“)
- — durch Soll-Zinsen („Senke“)
- — Kontogebühren („Senke“)

Quellen und Senken entstehen im Inneren ohne Einzahlungen oder Abhebungen

Kapitalbilanz: $\Delta K = \Sigma \text{Einzahlungen} - \Sigma \text{Abhebungen} + \Sigma \text{Quellen} - \Sigma \text{Senken}$

Bilanzen in der Verfahrenstechnik

In der Verfahrenstechnik / Prozessindustrie werden verschiedene Bilanzgrößen X bilanziert

- Gesamtmassen ($X = m$)
 - z.B. Gesamtmasse im Reaktor, um Behältergröße zu bestimmen
- Massen einzelner Komponente j ($X = m_j$)
 - z.B. Wasser, Nährstoff oder Zellmasse (für Konzentrationsbestimmung)
- Energien ($X = E$)
 - z.B. Heizenergie oder Kühlenergie, um Energiekosten zu bestimmen
- Teilchenanzahl, z.B. Moleküle in Form von Molmengen ($X = N$)
 - um die Reaktionen und Reaktionsumsätze zu bestimmen
 - Anzahl Mikroorganismen → Zellteilung, Absterben, Zulauf, Ablauf
- Kräfte oder Impuls ($X = I$)
 - z.B. um den Druckverlust in Rohrleitungen od. Apparaten zu bestimmen

Allgemeine Instationäre Bilanzgleichung für Bilanzgröße X

Zeitliche
Änderung der
Bilanzgröße = Summe
Zuströme - Summe
Abströme + Quellen - Senken

$$\frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{dX}{dt} = + \sum \dot{X}_{zu} - \sum \dot{X}_{ab} + \sum \dot{Q}_x - \sum \dot{S}_x$$

Stationäre Bilanzgleichung bzw. im Gleichgewicht: $dX/dt = 0$ (!)

$$0 = + \sum \dot{X}_{zu} - \sum \dot{X}_{ab} + \sum \dot{Q}_x - \sum \dot{S}_x$$

oder
$$\sum \dot{X}_{zu} + \sum \dot{Q}_x = \sum \dot{X}_{ab} + \sum \dot{S}_x$$

$X = m, m_j, n, n_j$ oder Energie, Impuls, etc.

Σ = mathematisches Summenzeichen

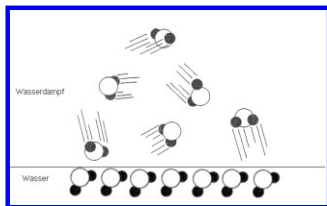
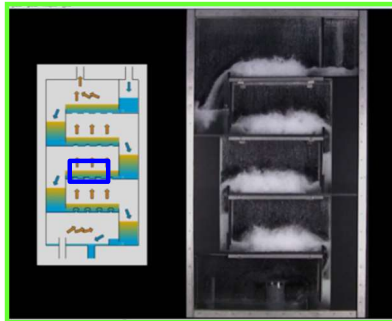
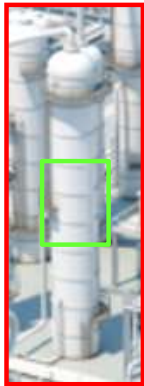
Bilanzen in der Verfahrenstechnik (1)

- Bilanzen sind das Grundgerüst der Berechnung verfahrenstechnischer Prozesse
- In der Regel sind Stoffmengenbilanzen und Energiebilanzen „verkoppelt“, d.h.,
 - in den Stoffmengenbilanzen treten temperaturabhängige Größen auf
 - in den Energiebilanzen tauchen konzentrationsabhängige Größen auf
 - Die Bilanzen müssen deshalb „simultan“, d.h. gemeinsam gelöst werden
- Für die Ströme, Quell- und Senkenterme müssen vor der Lösung detaillierte Gleichungen angegeben werden, z.B.
 - Beschreibung der Quelle durch Reaktion in Abhängigkeit von Konzentrationen und Temperatur
 - Wärmestrom in Abhängigkeit von Temperaturdifferenz
 - Wachstumsgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Nährstoffkonzentration
 - etc.

Bilanzen in der Verfahrenstechnik (2)

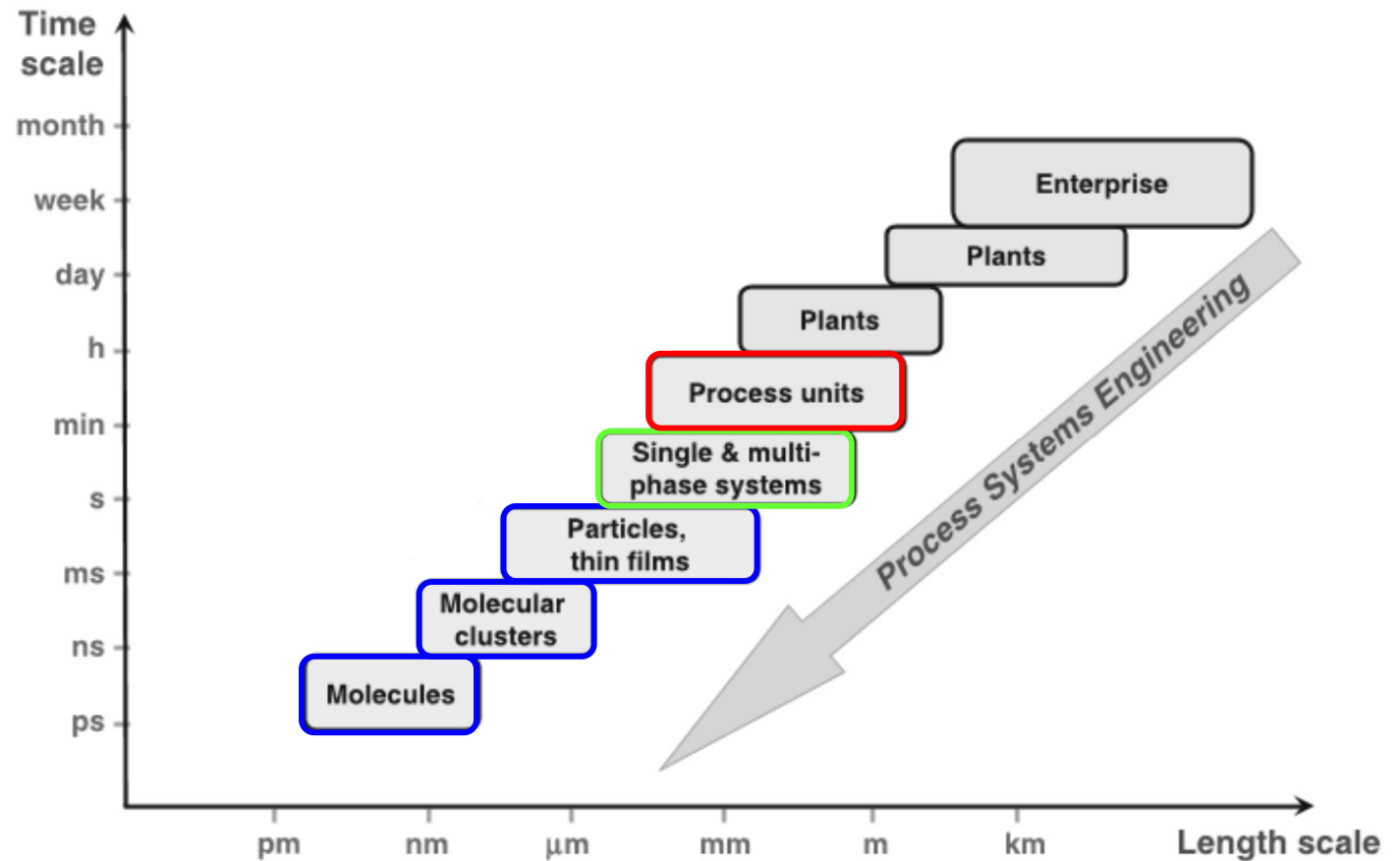
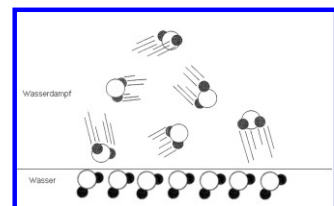
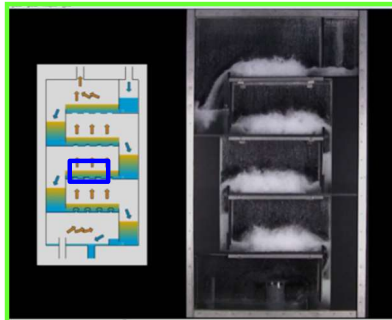
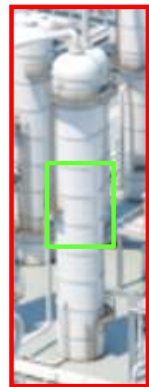
- Die mathematische Formulierung von Austauschströmen, sowie der Quell- und Senkenterme ist u.a. Inhalt spezieller Vorlesungen, z.B.
 - Wärme- und Stoffübertragung (Heat and Mass Transfer)
 - Reaktionstechnik (Chemical Reaction Engineering)
 - Bioprozesstechnik
 - Thermische Verfahrenstechnik
- Die Bilanzgleichungen werden in der Regel ergänzt durch sogenannte „Zustandsgleichung“, die Stoffeigenschaften in Abhängigkeit von Temperatur T , Druck p oder Zusammensetzung x_i beschreiben, z.B.
 - Dichte $\rho(T, x_i)$
 - Verdampfungsenthalpie $\Delta h_v(p, x_i)$
 - Wärmetransporteffizient als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit
- Zustandsgleichungen sind u.a. Inhalt spezieller Vorlesungen, z.B.
 - Thermodynamik
 - Physical Chemistry, etc.

Bilanzen können erstellt werden ...



- ... auf **Anlagenebene**
- ... für **Prozesseinheit** (Unit Operations)
- ... für **Apparat**
- ... oder **Phasen**
- ... oder auf **molekularer Ebene**

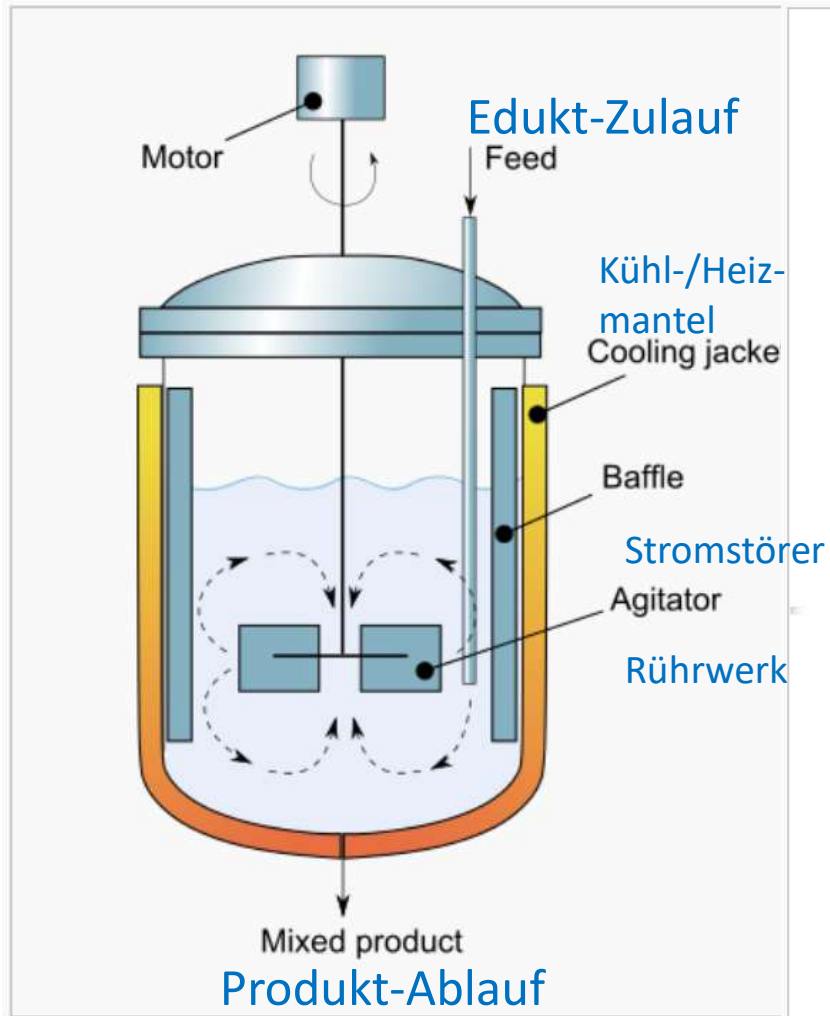
Maßstab und Time Scale verfahrenstechnischer Prozesse



„Zwischenbilanz“ zur Bilanzierung

- Eine der wichtigsten Methoden für Berechnungen in der Prozesstechnik
- Verschiede Größen X werden bilanziert, u.a.
 - Masse m (in kg, t, etc.)
 - Komponentenmenge n (in mol, kmol, etc.)
(Bsp.: Substrat in Nährstofflösung, Feuchte in Trockengut)
 - Energie E (in J)
 - Impuls I (in $\text{kg} \cdot \text{m/s} = \text{N} \cdot \text{s}$)
- Bilanzen sind immer gleich aufgebaut,
- Bilanzen können stationär (keine zeitlichen Änderungen) oder instationär sein
- Bilanzen werden im Laufe des Studiums schrittweise komplexer
- Bilanzierung muss von allen Studierenden (IngenieurInnen) beherrscht werden
- Grundlage für Berechnungen und Simulationsrechnungen

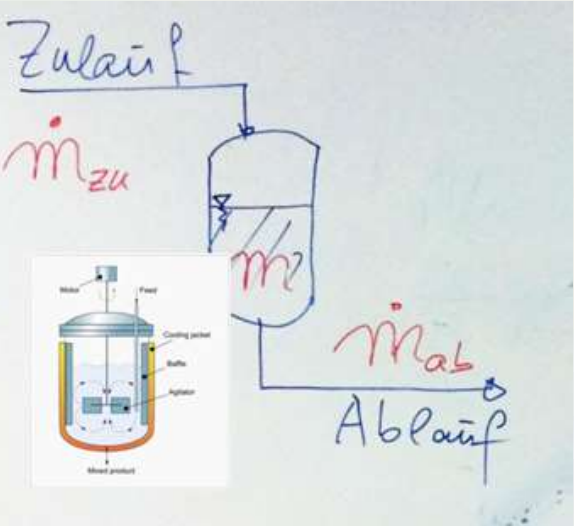
Beispiel 5: Rührkesselreaktor



Quelle: Wikipedia - Rührkessel

Bsp. 5.1: Massenbilanz MB im Rührkesselreaktor

- Gesamtmassenbilanz analog zu Beispiel Wassereimer



m = Masse im Reaktor in kg
 $\dot{m}$ = Massenstrom in kg/h oder kg/s

Zugeläufene Masse Δm_{zu} im Zeitintervall $\Delta t = (t_2 - t_1)$

$$\Delta m_{zu} = \dot{m}_{zu} \cdot \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta m_{ab} = \dot{m}_{ab} \cdot \Delta t \quad (2)$$

Änderung der Masse m im Reaktor in Δt

$$\Delta m_{12} = \Delta m_{zu} - \Delta m_{ab} \stackrel{(1)(2)}{=} \dot{m}_{zu} \Delta t - \dot{m}_{ab} \Delta t \quad \left| \cdot \frac{1}{\Delta t} \right.$$

Bsp. 5.1: Massenbilanz MB im Rührkesselreaktor (2)

$$\frac{\Delta m_{12}}{\Delta t} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}$$

Differentielle Betrachtungsweise $\Delta t \rightarrow 0 \sim \Delta \rightarrow d$

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}} \quad (3) \quad \frac{dm}{dt} = \text{Änderung der Masse im Reaktor}$$

Stationär: Keine zeitliche Änderungen, d.h. $\frac{dm}{dt} = 0$!

$$(3) \Rightarrow \boxed{0 = \dot{m}_{zu} - \dot{m}_{ab}} \Leftrightarrow \dot{m}_{zu} = \dot{m}_{ab}$$

Beispiel 3: Gleichzeitig konstanter Zulauf und *veränderlicher Ablauf*

Gegeben:

$$\dot{m}_{zu} = 10 \text{ kg/min}$$

$$k = 25 \text{ kg}/(\text{min m})$$

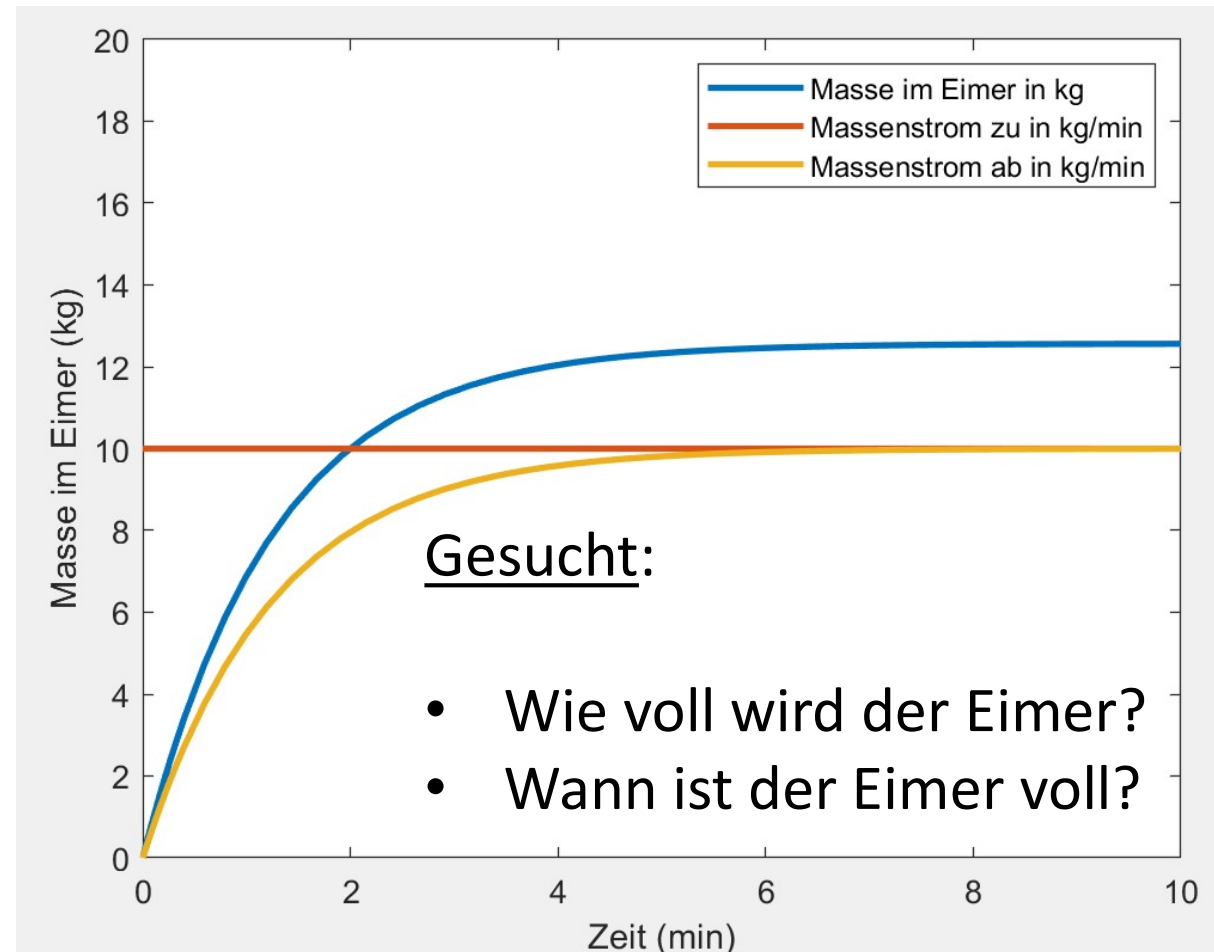
$$m(t = 0 \text{ min}) = 0 \text{ kg}$$

Bilanzgleichung

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{m}}{dt} &= \dot{m}_{zu} - k \cdot h \\ &= \dot{m}_{zu} - k \cdot \frac{\mathbf{m}/\varrho}{A} \end{aligned}$$

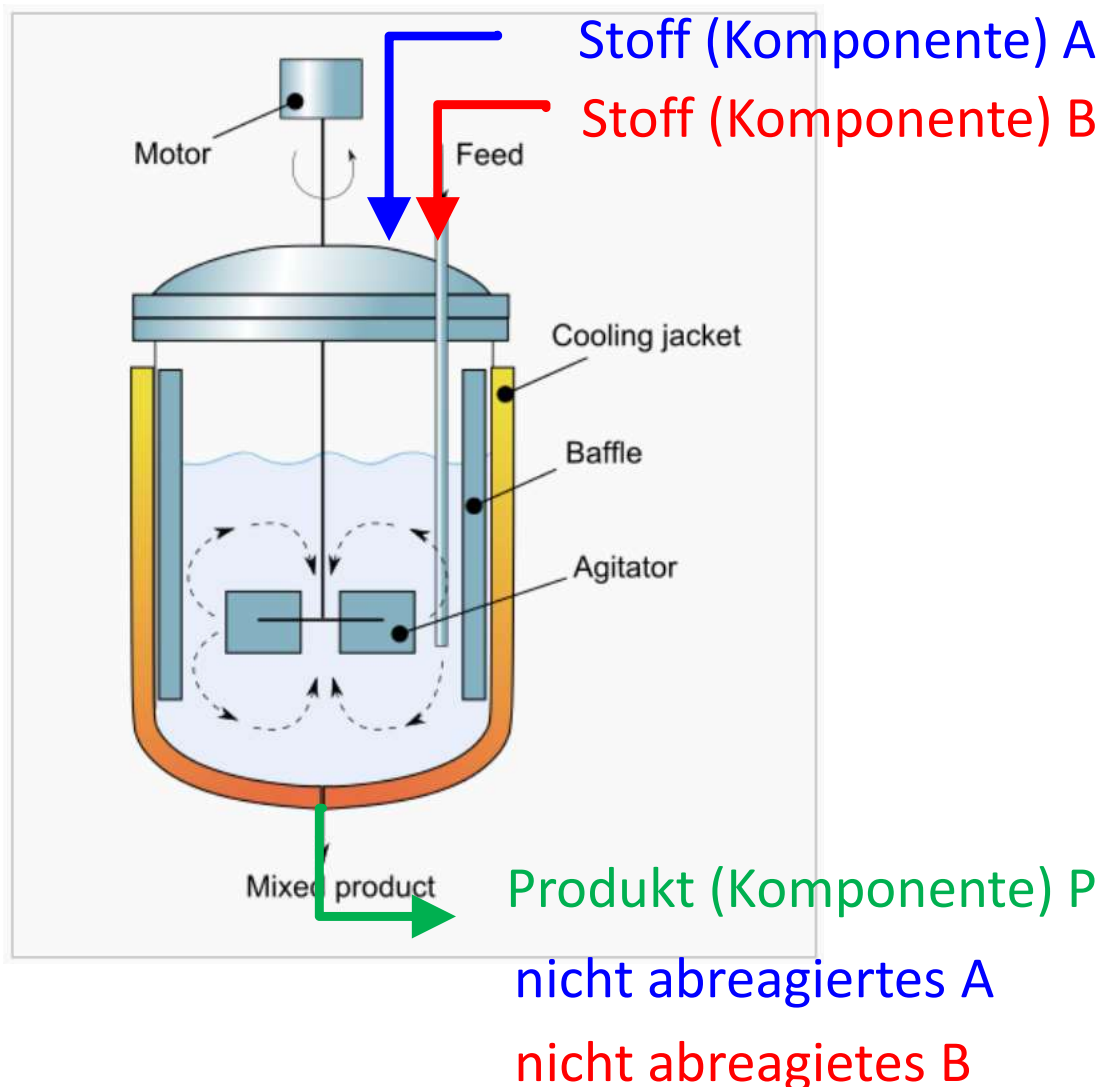
Lösung:

Dynamische (instationäre)
Lösung mit MATLAB

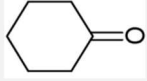


Bsp. 5.2: Komponentenbilanzierung im Rührkesselreaktor

(andere Bezeichnungen: Materialbilanz MB_j der Komp. j = Stoffmengenbilanz = Molbilanz)

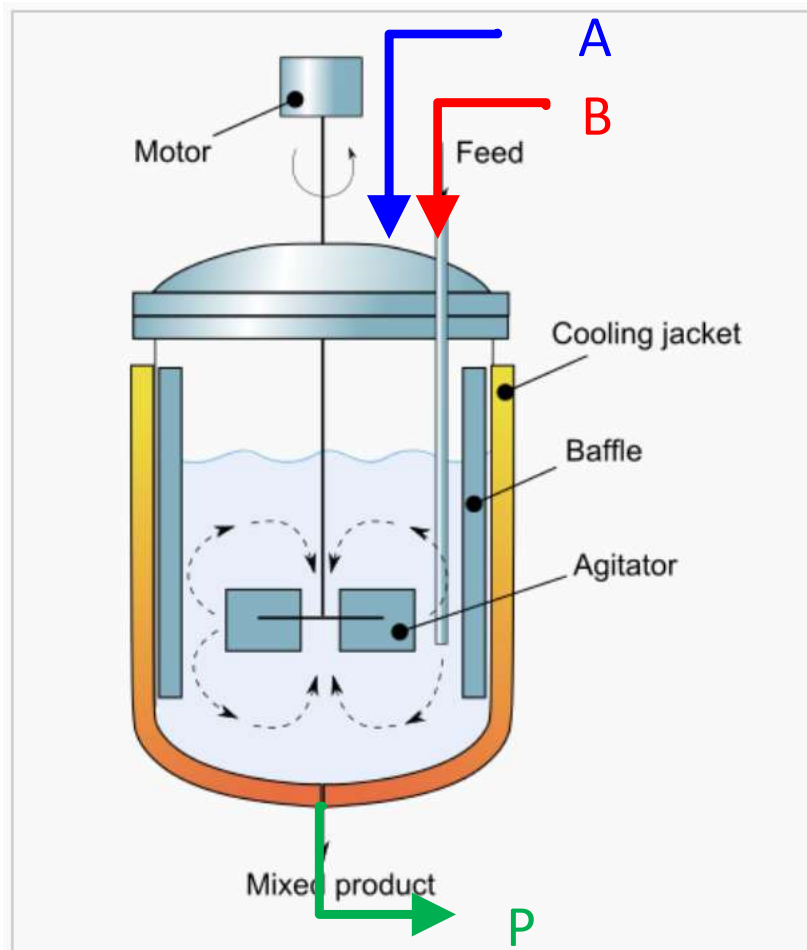


- Reaktion $A + B \rightarrow P$
Bsp.: Cyclohexan + $O_2 \rightarrow$ Cyclohexanon


- **A** und **B** verschwinden durch chemische Reaktion $\rightarrow$ Senke
- **P** entsteht durch chemische Reaktion $\rightarrow$ Quelle
- Im Beispiel kontinuierliche Zudosierung und Entnahme

Bsp. 5.2: Komponentenbilanzierung im Rührkesselreaktor (2)

(andere Bezeichnungen: Materialbilanz MB_j der Komp. j = Stoffmengenbilanz = Molbilanz)



Instationäre Gleichungen

$$\frac{dn_A}{dt} = + \dot{n}_{A,zu} - \dot{n}_{A,ab} - r_A \cdot V$$

$$\frac{dn_B}{dt} = + \dot{n}_{B,zu} - \dot{n}_{B,ab} - r_B \cdot V$$

$$\frac{dn_P}{dt} = - \dot{n}_{P,ab} + r_P \cdot V$$

r_j = Änderung Komp. j durch Reaktion in mol/(m³ s)

V = Reaktionsvolumen in m³ $\Rightarrow [r_j \cdot V] = \text{mol/s}$

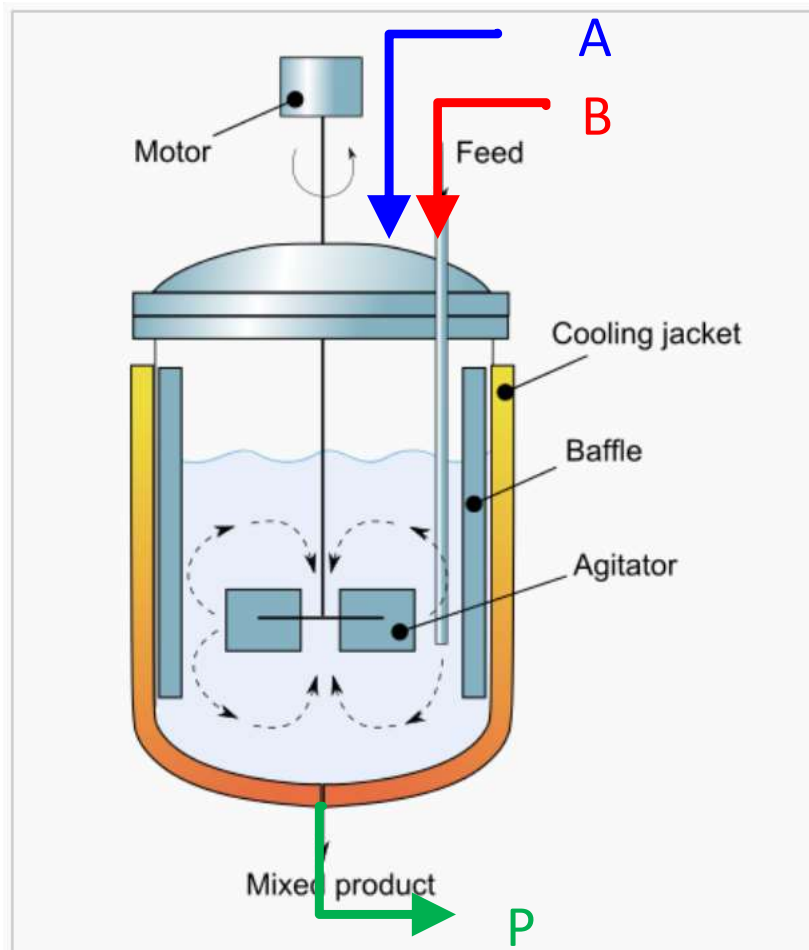
n_j = Stoffmenge der Komponente j in mol ($j = A, B, P$)

$\dot{n}_j$ = Molenstrom der Komponente j in mol/s

1 mol = Stoffmenge die $6,022 \cdot 10^{23}$ Moleküle enthält

Bsp. 5.2: Komponentenbilanzierung im Rührkesselreaktor (3)

(andere Bezeichnungen: Materialbilanz MB_j der Komp. j = Stoffmengenbilanz = Molbilanz)



Stationäre Gleichungen

$$0 = + \dot{n}_{A,zu} - \dot{n}_{A,ab} - r_A \cdot V$$

$$0 = + \dot{n}_{B,zu} - \dot{n}_{B,ab} - r_B \cdot V$$

$$0 = - \dot{n}_{P,ab} + r_P \cdot V$$

bzw.

$$\dot{n}_{A,ab} = + \dot{n}_{A,zu} - r_A \cdot V$$

$$\dot{n}_{B,ab} = + \dot{n}_{B,zu} - r_B \cdot V$$

$$\dot{n}_{P,ab} = + r_P \cdot V$$