

Elektrische Messtechnik

Vorlesung 10

Prof. Dr. Peter Weber

Wintersemester 2025/26

Im Studiengang Elektro- und Informationstechnik (B.Eng.)

Spielregeln in der Präsenz-Vorlesung

- Ihre Fragen und Anmerkungen gehen vor - Unterbrechen Sie mich gerne, wenn ich Ihre Meldung übersehen sollte
- Besuch der Vorlesungen erhöht die Chance auf eine Gute Note bzw. Klausurbestehen
- Keine „Side Meetings“ in der Vorlesung - Paralleldiskussionen zu zweit verbreiten zu viel Unruhe
 - ➔ Fragen, Ideen oder Anmerkungen bitte immer in die große Runde – keine Hemmungen
 - ➔ Es gibt keine dummen Fragen - Niemand wird für eine Wortmeldung „augebuht“!
- Pünktlich erscheinen - Später hereintröpfelnde Teilnehmer verbreiten zu viel Unruhe
- Verlassen der Vorlesung bitte nur zur Pause oder zum Ende (logischerweise ausgenommen Toilettengänge)
- Am Ende der Vorlesung meinen letzten Satz vor dem Aufstehen abwarten.
- Telefone auf „leise“
- Ich wünsche mir immer Ihr Feedback – sofort in der Vorlesung oder gerne auch z.B. per mail

Organisation

Vorlesung:

Montag 08:15 h bis 11:30 h Raum: Hung C-101

Start 13.07.2025 - Ende 26.01.2026

Labor (Herr Michalik):

Montag 11:45 h bis 15:45 h Raum: 8-205

Terminorganisation bei Herrn Michalik

CampUAS – Vorlesung (P. Weber):

<https://campuas.frankfurt-university.de/course/view.php?id=4525>

Weber: Elektrische Messtechnik - WiSe 25/26

Enrollment Key: alessandrovolta

CampUAS – Labor (R. Michalik):

<https://campuas.frankfurt-university.de/course/view.php?id=4433>

Michalik: Labor Elektrische Messtechnik - WiSe 25

Enrollment Key: MTLAB-WiSe2025

Wichtig: Vorbesprechung Labor – Termin Kommt von Herrn Michalik

Bitte unbedingt in beiden Kursen einschreiben (auch bei Herrn Michalik).

Sie verpassen sonst wichtige Infos bzw. werden bei der Laborterminvergabe nicht berücksichtigt

Lernziele der Vorlesung

verstehen, warum Zeit messtechnisch fundamental anders ist
die historische Entwicklung der Zeitmessung einordnen
klären können, wie Zeit praktisch gemessen wird
verstehen, wie Frequenz aus Zeitmessung entsteht
typische Messunsicherheiten und Fehlerquellen erkennen
Zeit- und Frequenzmessung systemisch in Messketten einordnen

**Zeit ist keine Messgröße wie jede andere –
sie ist der Referenzrahmen aller Messungen**

Welche physikalischen Größen kann der Mensch sensorisch erfassen?

- Länge
- Kraft
- Druck
- Temperatur
- Schall: Intensität - Wellenlänge
- Licht: Intensität – Wellenlänge
- Geschwindigkeit?
- Weitere...?

Zeit???

Historische Entwicklung der Zeitmessung

Zeitmessung beginnt mit natürlichen Zyklen

- Wiederkehrende Naturereignisse
- Tag / Nacht
- Sonnenstand
- Sterne
- Mondphasen
- Jahreszeiten

In welchen Einheiten wurde „gemessen“?

- Tag
- Woche
- Monat
- Jahreszeit
- Jahr

Zeit als qualitative Ordnung

- keine Skalen
- keine Zahlen
- keine Genauigkeit

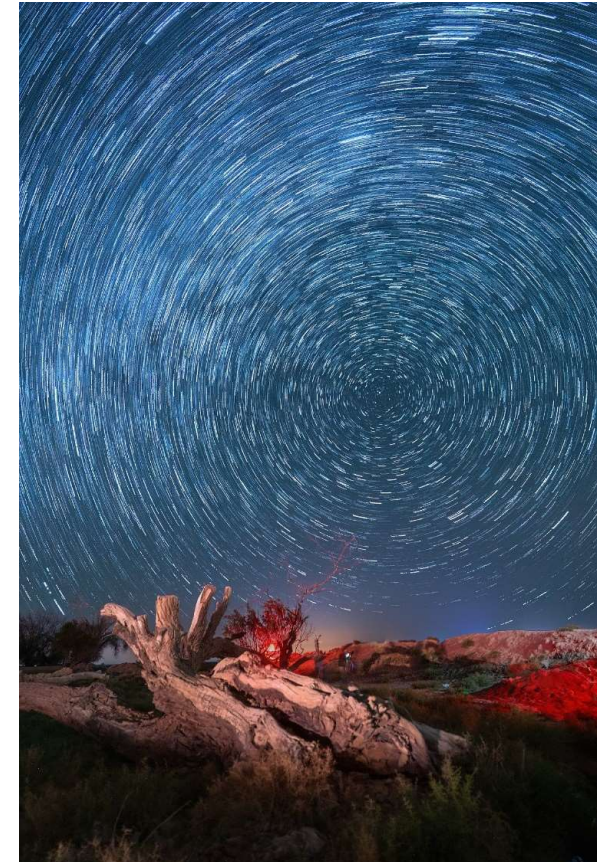
Schätzen Sie einmal ab,
mit welcher Genauigkeit in diesen
Einheiten „gemessen“ werden konnte,
und was jeweils die drei wesentlichsten
störenden Einflüsse sind.



ChatGPT 08.01.2026



<https://pixabay.com> 08.01.2026



<https://pixabay.com> 08.01.2026

Historische Entwicklung der Zeitmessung



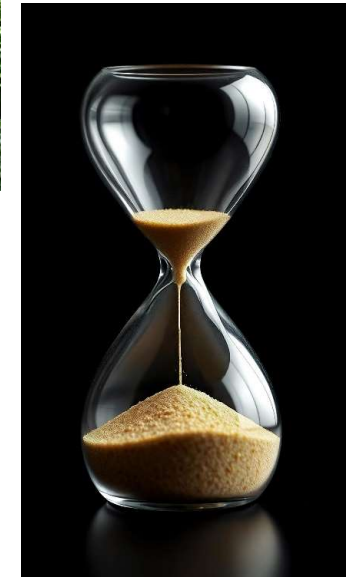
<https://pixabay.com> 08.01.2026



ChatGPT 08.01.2026



<https://pixabay.com> 08.01.2026



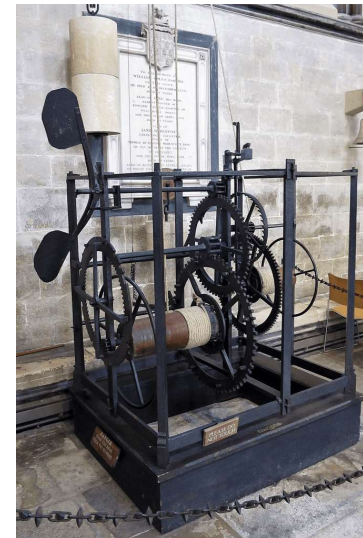
<https://pixabay.com> 08.01.2026

Frühe Uhren

- Jahreszeitenuhr
- Wasseruhr
- Sonnenuhr
- Sanduhr
- Mechanische Uhr

ab ca. 3000 v.Chr.
mindestens seit 1700 v. Chr
mindestens seit 1300 v. Chr
seit dem 14. Jhd.
seit dem 14. Jhd.

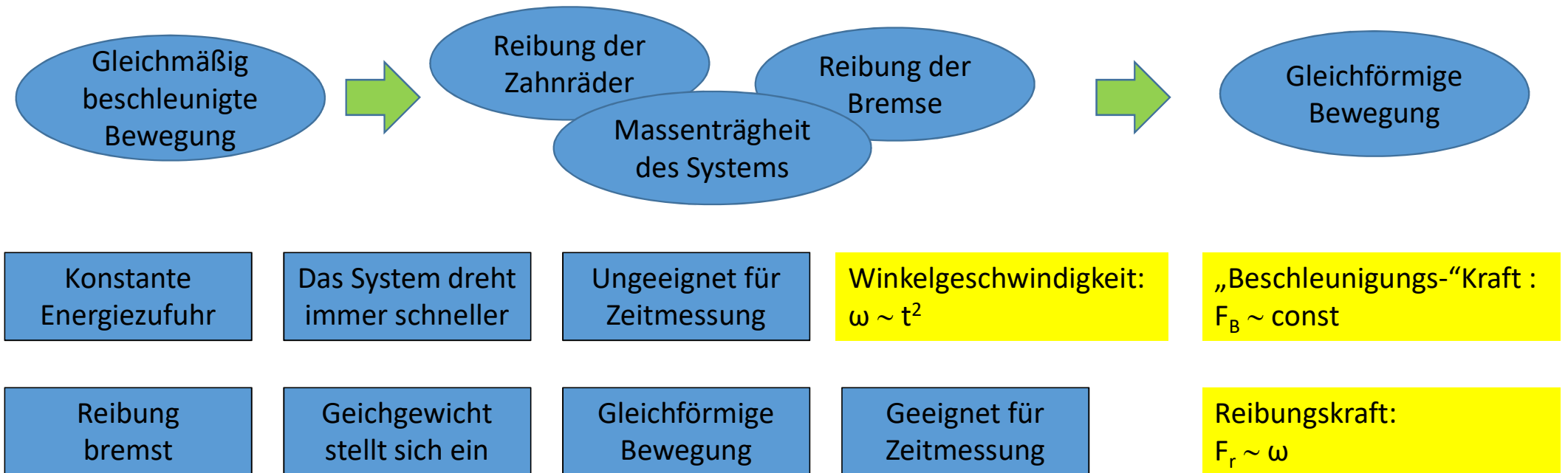
*Schätzen Sie einmal ab,
mit welcher Genauigkeit mit diesen
Uhren werden konnte, und was jeweils
die drei wesentlichsten störenden Einflüsse sind.*



<https://rauniques.com/blogs/canvases-carats-and-curiosities/mechanical-marvels-the-history-of-motion-clocks?srsltid=AfmBOooXmyHb1nof9jp1XHeWygP-2RPqIDkJSkz18BQu8Fkx8DhaGnh>
Salisbury Cathedral Clock, from 1386 08.01.2026

Historische Entwicklung der Zeitmessung

Warum kann man mit einer mechanischen Uhr ohne Taktgeber die Zeit messen?



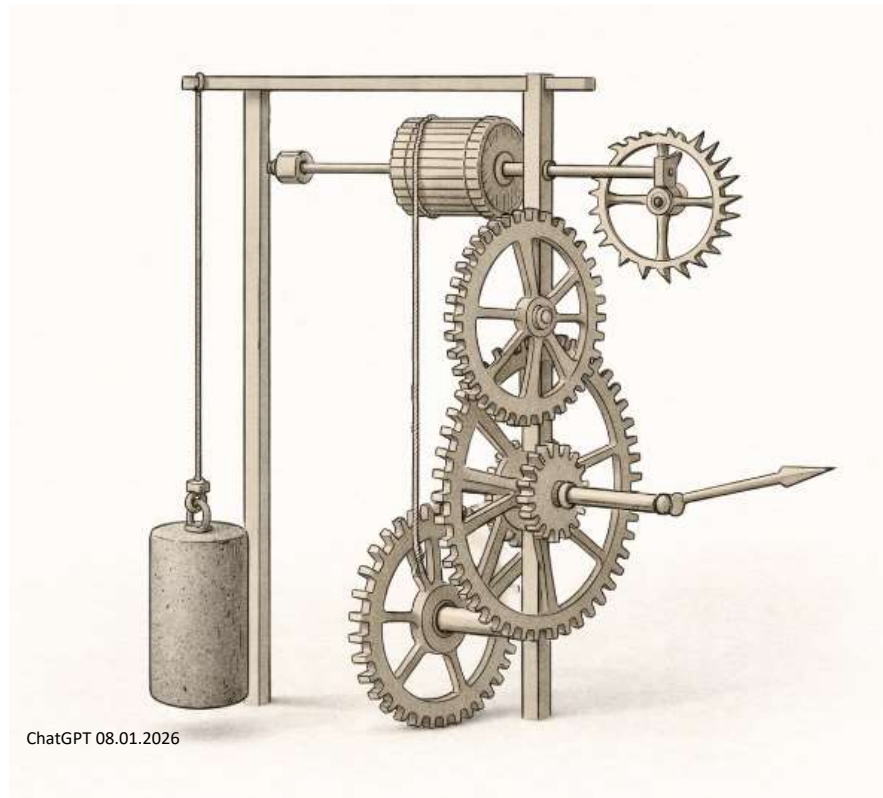
Das ist im Prinzip eine Regelung des Systems durch ein Dämpfungsglied

Reibung so einstellen, dass bei einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit des Systems $F_r = B_B$ wird.
Kräftegleichgewicht \rightarrow Beschleunigung = 0 \rightarrow gleichförmige Bewegung $\rightarrow \omega = \text{const}$

*Genaugenommen reden wir hier dann nicht über Kräfte, sondern über Drehmomente (Kraft * Hebellänge). Die Argumentation ist die gleiche.*

Historische Entwicklung der Zeitmessung

Es gilt, die Grenzen von KI zu erkennen... 😊



*Dieses Schema lieferte Chat GPT nach 3 bis 4
Iterations- (= Optimierungs-) loops....
...still bullshit! 😊*

Historische Entwicklung der Zeitmessung

Warum ist eine mechanische Uhr suboptimal?

Was sind die störenden Einflüsse?

Vielzahl von Störeinflüssen lässt die Winkelgeschwindigkeit des Systems driften

- Reibung in der Seil-Umlenkung
- Lagerreibung
- Zahnradreibung
- Reibungsbremse selbst

Reibung ist sensitiv gegenüber Umweltbedingungen:

- Verschleiß
- Temperatur
- Feuchtigkeit
- Lage / Neigung
- Verschmutzung

Reibung ist nicht stabil reproduzierbar

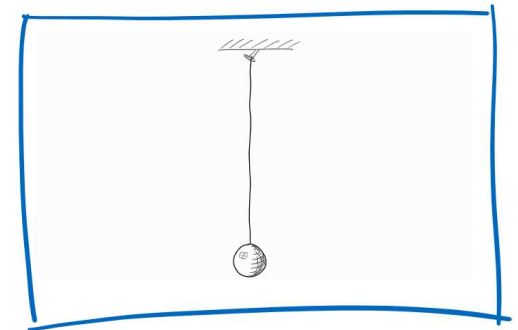
Genauigkeit entsteht durch **stabilen Referenzprozess**

- Wiederholbarkeit
- Periodizität

Physikalisches Pendel

m: Masse des Pendels
g: Erdbeschleunigung
l: Länge des Pendels
J: Massenträgheitsmoment des Gewichtes

$$\omega = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l}{J}}$$



Wo ist der Haken?

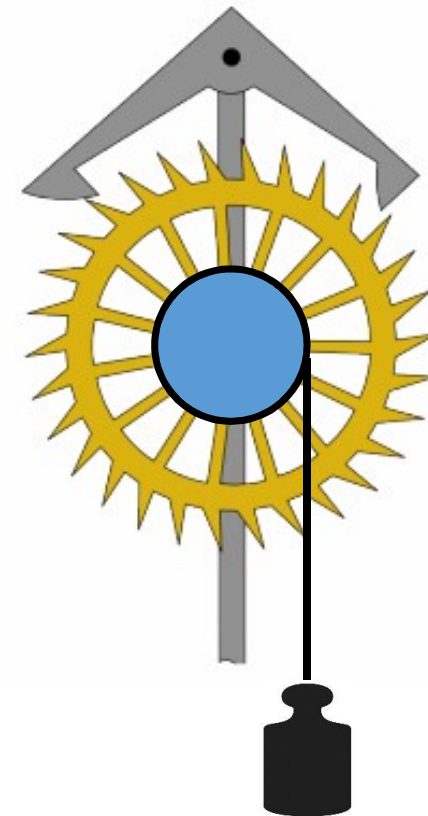
Pendel als Taktgeber

- Kein schwingendes System ist reibungsfrei
- Über lange Zeiten (=viele Perioden) verliert das System Energie
- Folge: Die Amplitude wird kleiner und das System kommt irgendwann zum Stillstand

Das ist die Lösung

Das Gesamtsystem

- | | |
|-------------------------------|---------------------------|
| • Referenzprozess – Taktgeber | Pendel |
| • Übertragung auf das Uhrwerk | Hemmung |
| • Energierückführung | Antriebsgewicht + Hemmung |



Von Chetvorno - Eigenes Werk, CC0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=33176691>

Historische Entwicklung der Zeitmessung

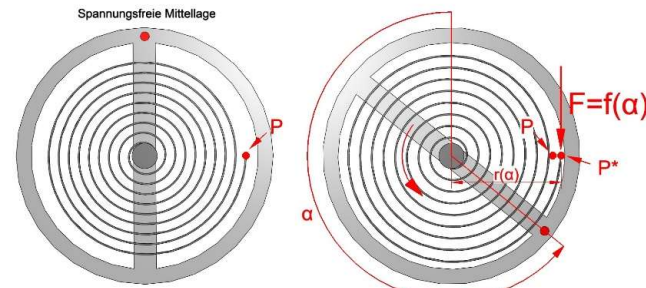
Nutzung von Referenzprozesse für die Zeitmessung

- Jedes schwingende System hat eine **Eigenfrequenz**
- Einmal angeregt, schwingt das System mit genau dieser **Eigenfrequenz**
- → Ideale **Taktgeber** für eine Zeitmessung

Uhren basierend auf schwingendem Referenzprozess

- Pendeluhr seit dem 17. Jhd.
- Chronometer* (Unruh) 18. Jhd.
*Ungenauere Ausführungen schon früher.

Unruh eines Chronometers



Von Manfredgoellner - Eigenes Werk, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=58045887>

Marinechronometer (frühes 19. Jhd.)



Welche Ursachen für
Messunsicherheiten sehen Sie
noch bei diesen Zeitsystemen?

Taschenuhr



<https://pixabay.com> 10.01.2026

Klassische Pendeluhr



<https://pixabay.com> 10.01.2026

Torsionspendeluhr



<https://pixabay.com> 10.01.2026

Kann ein elektrischer Schwingkreis aufgebaut werden,
der den mechanischen Taktgeber ersetzt?

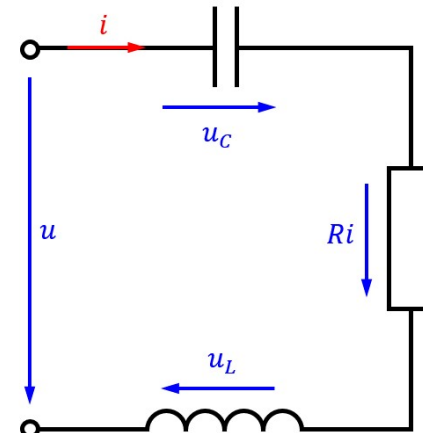
Ansatz Serienresonanz

Eingangssignal Spannung

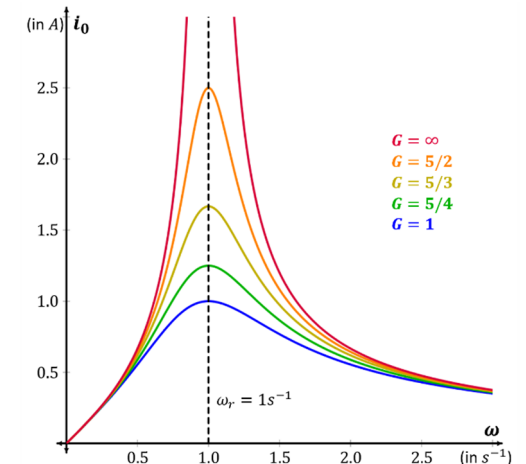
- Frequenzveränderliche Spannung
- Bei konstanter Spannungsamplitude

Ausgangssignal Strom

- Strom im Schaltkreis ist frequenzabhängig
- Strom erreicht ein Maximum bei der Resonanzfrequenz



Von Jackwelsh007 - Eigenes Werk, CC0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=157808550>



von Ivanreagoeliner - Eigenes Werk, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=58045887>

Aber:

- Elektrischer Schwingkreis schwingt immer mit der Anregungsfrequenz
- Amplitude des Ausgangssignals wird zwar frequenzabhängig → Bandpass - Filter
- Aber **keine Frequenzselektion!**

Elektrischer Schwingkreis:

Es fehlt das frequenzselektive Element...
...das Analogon zum mechanischen Pendel.

Mechanische Pendel:

Schwingt nur mit seiner Eigenfrequenz

Ideal:

Kopplung einer mechanische Schwingung als Taktgeber
mit einem elektrischen Schwingkreis

Schwingquarz als mechanischer Taktgeber

Piezoelektrische Kristalle

- Mechanische Deformation (Kraft) erzeugt elektrische Spannung
- Elektrische Spannung erzeugt mechanische Deformation (Kraft)

Geometrie definiert mechanische Eigenfrequenz

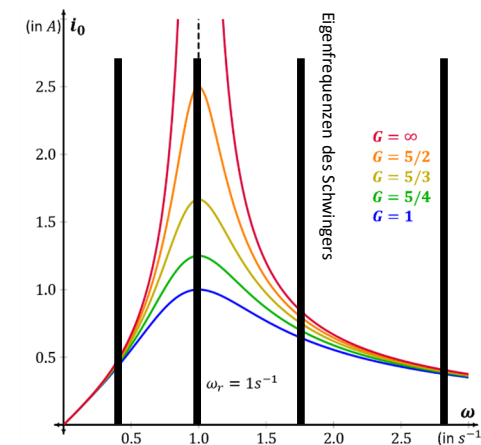
- Ein Körper hat geometrieabhängige Eigenfrequenzen
- D.h. er schwingt mit verschiedenen festen Frequenzen
(Analogie schwingende Saite)

Kopplung von Schwinger und el. Schwingkreis

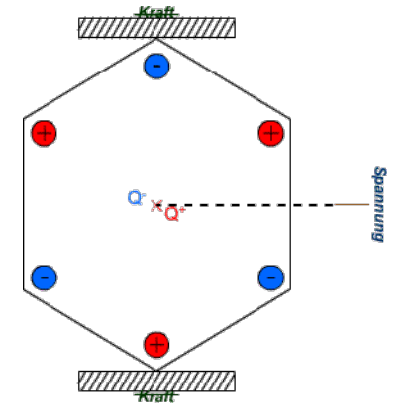
- Resonator verstärkt nur eine bestimmte Eigenfrequenz
- ➔ Frequenzselektives System



Von MPasternak - Eigenes Werk, CC BY-SA 3.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3727636>



von Mantraedgoeiner - eigenes Werk, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=58045887>



Von Degreen, CC BY-SA 3.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17309851>

Schwingquarz und Schwingkreis gekoppelt Vereinfachter Ansatz

Quarz (Q) als mechanischer Schwinger (Resonator)

- Mechanische Schwingung erzeugt elektrische Wechselspannung
- Feste mechanische Eigenfrequenz durch Geometrie des Quarzes

Elektrischer Schwingkreis als Oszillator

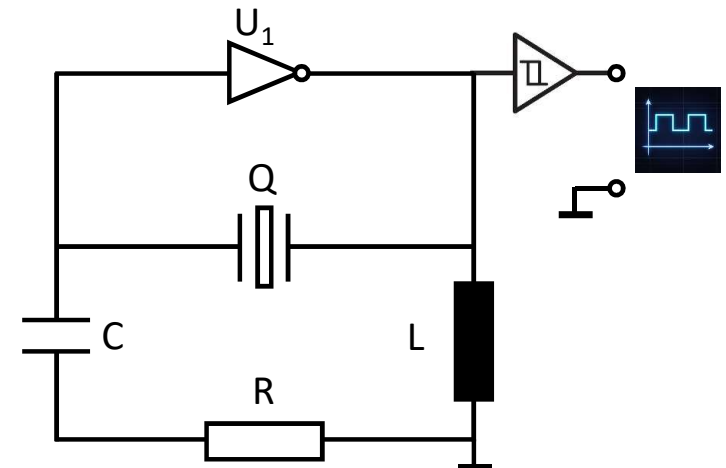
- Elektrischer Schwingkreis sorgt dafür, dass das System schwingt
- Mechanische Schwingung des Quarzes bestimmt die Frequenz

Invertierender Verstärker (U_1) als Energierückführung

- Koppelt 180° phasenverschoben Energie ein
- Gleicht mechanische und Wärmeverluste aus

Schmitt Trigger

- Erzeugt Rechtecksignal
- Output für digitale Weiterverarbeitung



Prinzip:

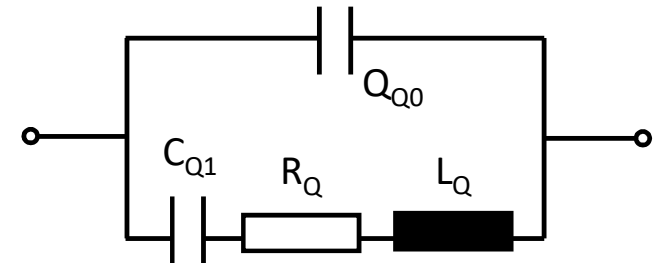
Durch Rückkopplung wird die Frequenz des Wechselfeldes mit der mechanischen Eigenfrequenz des Quarzkristalls in Übereinstimmung gebracht.

Ersatzschaltbild des Schwingquarzes

Mechanische Eigenschaften koppeln in das elektrische System:

- Reibungsverluste und mechanische Dämpfung → Widerstand R
- Gespeicherte Energie in der mechanischen trägen Masse → Induktivität L
- Elastizität des Materials → Kapazität C

Damit liefert der Schwingquarz selber schon den elektrischen Schwingkreis



Hinzu kommt die „klassische“ Kapazität zwischen den elektrischen Kontakten des Quarzes

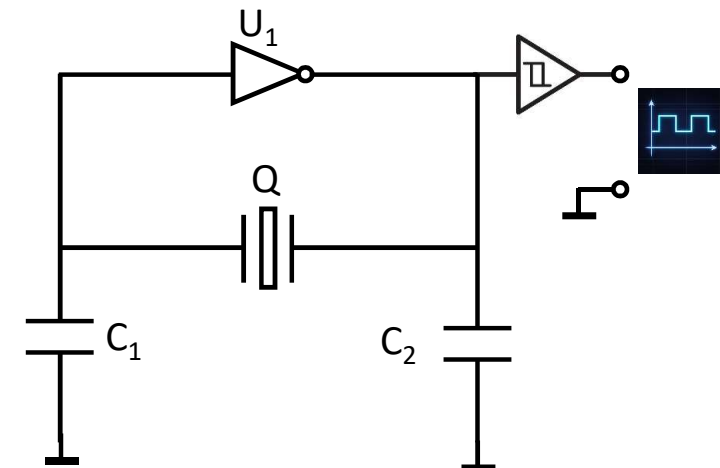
- Zusätzliche Parallele Kapazität

C_{Q0}

Der Pierce Oszillator Reale Umsetzung, hier vereinfacht dargestellt

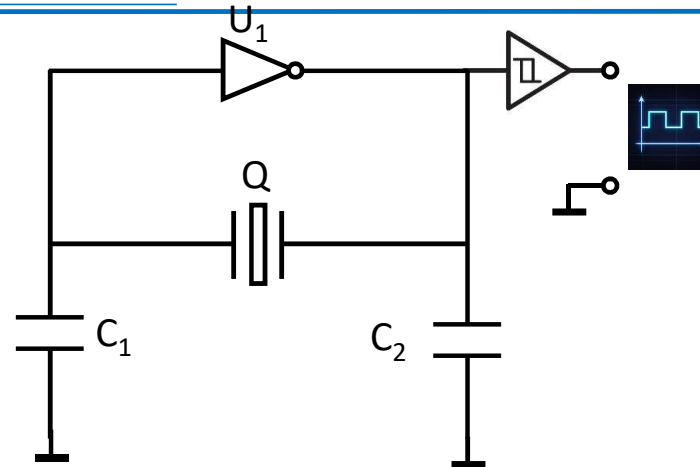
Rolle der beiden Kondensatoren (ohne in die Auslegungsdetails zu gehen)

- Steuerung der eingekoppelten Energie pro Periode
- Steuerung der Phasenlage zw. Schwingung und Einkopplung
- Stabilisierung der gewünschten Resonanzfrequenz



Zeitmessung mit dem Pierce Oszillator

- Oszillator schwingt mit einem annähernden Sinus
- Schmitt Trigger erzeugt ein Rechteck-Signal
 - Mit der exakten Frequenz des Oszillators
 - Mit definierter Amplitude (digital: 0 / 1)
 - Mit extrem steilen Flanken



Zeit wird nicht „gemessen“ sondern „gezählt“:

- Die verstrichene Zeit ist
$$t = N \times T$$

N: Anzahl der Perioden des Rechtecksignals
T: Periodendauer der Quarz-Schwingung
- Der Nulldurchgang ist durch die steile Flanke sehr präzise
(...bei einer Sinusschwingung größerer Einfluss durch Rauschen)

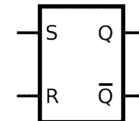
Digitaler Zähler: Taktflankengesteuertes D-Flipflop

- Speicherelement für 1 bit
- Bei ansteigenden Flanke wird Zustand am Eingang D übernommen und am Ausgang Q ausgegeben
- Der negierte Ausgang NotQ ist auf Eingang D geschaltet
- Damit wird beim Flankenanstieg außerdem D negiert
- So liefert der folgende Flankenanstieg Am Ausgang Q den negierten Zustand

Was haben wir damit:

- Einen digitalen Zustandsschalter (0 / 1) ausgelöst durch jede ansteigende Flanke.
- Das noch ist kein Zähler (höchstens Zähler „modulo 2“)

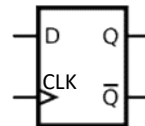
➔ Die Zahlvariable entsteht durch hintereinandergeschaltete Flipflops



- Q_n = vorheriger Zustand
- Q_{n+1} = neuer Zustand

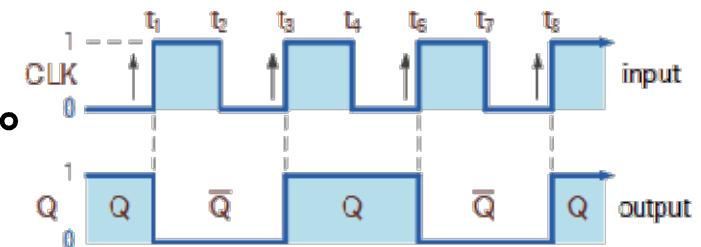
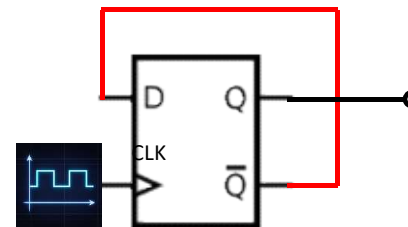
Einfaches SR-Flipflop

S	R	Q_{n+1}	\bar{Q}_{n+1}	Bedeutung
0	0	Q_n	\bar{Q}_n	Halten
1	0	1	0	Setzen
0	1	0	1	Rücksetzen
1	1	0	0	verboten / undefiniert



Taktflankengesteuertes D-Flipflop

CLK	D	$Q(n+1)$	Bedeutung
↑	0	0	Bei steigender Flanke wird 0 gespeichert
↑	1	1	Bei steigender Flanke wird 1 gespeichert
kein ↑	X	$Q(n)$	Ohne steigende Flanke bleibt Q unverändert

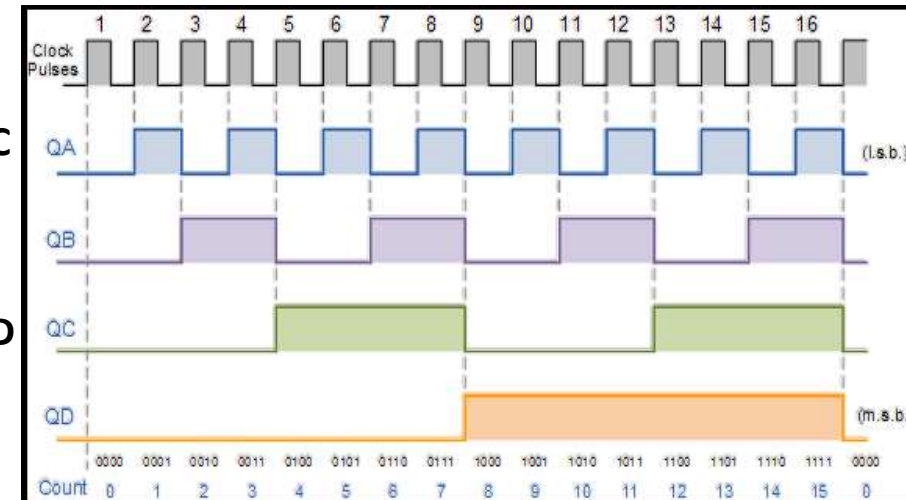
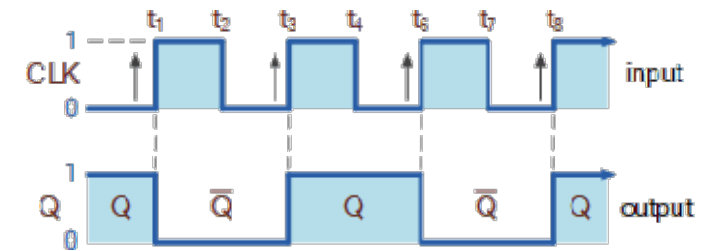
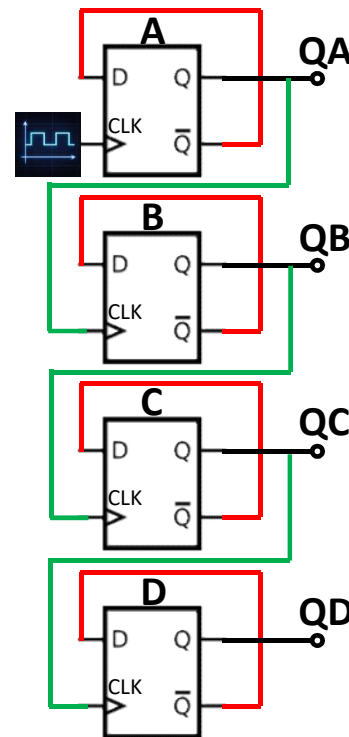


Zählvariable: Hintereinandergeschaltete Flipflops

- Output-Signal hat doppelte Periodendauer des Input-Signals
- Kopplung des Outputs QA auf den Eingang von Flipflop B, u.s.w.
- Jeweils Verdopplung der Periodendauer
- Die Kette der Output-Zustände der Flipflops ist die Anzahl der Perioden in Binär-Code

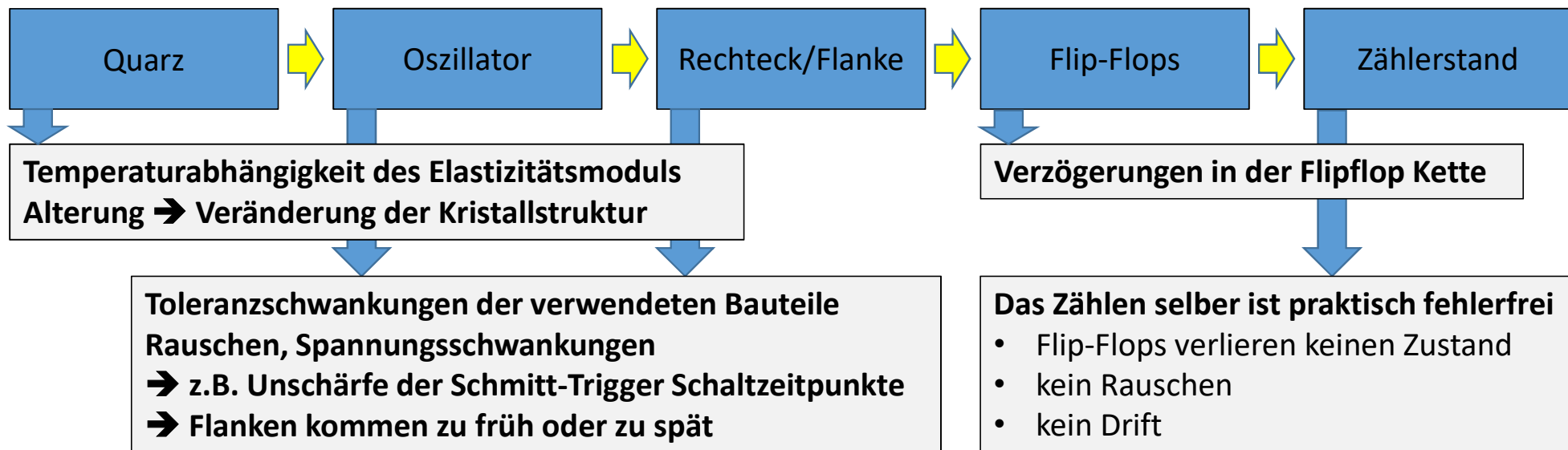
Praktische Umsetzung

- Einstellung des Quarz-Oszillators auf eine Frequenz von $32\,768\text{ Hz} = 2^{15}\text{ Hz}$
- 15 gekoppelte Flipflops
- 15. Flipflop liefert 1 s Zeitdifferent zwischen zwei Flanken
- Weiter Kette von Flipflops gibt dann die Sekunden im Binärcode an



Was sind mögliche Ursachen für Messabweichungen der Zeitmessung?
Was limitiert die Auflösung / Genauigkeit der Zeitmessung?

Messkette



Der Quarz ist ein stabiler mechanischer Resonator, dessen Eigenfrequenz die Zeitbasis vorgibt – er erzeugt eine präzise Periodendauer.

Der Pierce-Oszillator hält die Quarzschwingung aktiv, indem er Energie phasenrichtig zurückführt; die Arbeitsfrequenz entsteht aus dem Zusammenspiel von Quarz und Lastkapazitäten.

Aus der analogen Schwingung wird ein digitaler Takt, indem ein Schmitt-Trigger definierte Flanken erzeugt.

Zeitmessung erfolgt durch Zählen von Taktflanken: D-Flip-Flops speichern Zustände synchron zum Quarztakt und bilden durch Zustandsfolgen einen Binärzähler.

Die Genauigkeit der Zeitmessung wird nicht durch das Zählen begrenzt, sondern durch die Frequenzstabilität des Quarzes und die zeitliche Unschärfe der Flanken.