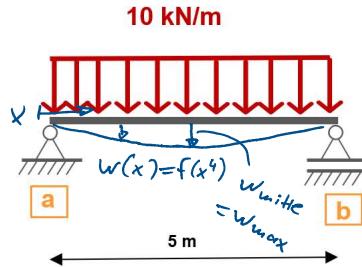


Beispiel:**Einfeldträger mit Streckenlast**

Zur Orientierung:

$$\text{Schlankheit: } L/h = \frac{5000}{180} \approx 28$$

Berechnung der Durchbiegung im Feldmitte

$$w_{\text{Mitte}} = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L^4}{EI} \quad | \text{; } EI: \text{Biegesteifigkeit}$$

$$[w] = \frac{\frac{1}{76,8}}{\left[\frac{kN}{m}\right] \left[\frac{m^4}{kNm^2}\right]}$$

$$E = 210.000 \frac{kN}{mm^2} \approx 210.000 \frac{N}{mm^2} \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ N}} \frac{(100 \text{ cm})^2}{cm^2} = 21.000 \frac{kN}{cm^2}$$

Merke: von $\frac{N}{mm^2}$ zu $\frac{kN}{cm^2} \rightarrow$ durch 10 teilen

$$\rightarrow EI = 21.000 \frac{kN}{cm^2} \cdot \frac{2510 \text{ cm}^4}{(2,1)} = 52710000 \frac{kNm^2}{(100 \text{ cm})^2}$$

$$\circled{2,1} \rightarrow = 5.277 \frac{kNm^2}{cm^2}$$

Merke: Bei Stahl Tabellenwert I in $\text{cm}^4 \cdot 2,1 \rightarrow EI$ in kNm^2

$$\text{Einsetzen: } w_{\text{Mitte}} = \frac{5}{384} \frac{10 \cdot 5^4}{5271} \approx 0,0154 \text{ m} \stackrel{?}{=} 1,5 \text{ cm}$$

$$\stackrel{?}{=} 15 \text{ mm}$$

$$\text{Bewertung: } \frac{w}{L} = \frac{15 \text{ mm}}{5000 \text{ mm}} \approx \frac{1}{333}$$

akzeptable Verformung: $L/200$ untergeordnete Bauteile $L/200$ bis $L/300$ im Hochbau $L/500$ z.B. bei Krämlanträger

Thema: Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit G26] mit Gebrauchs-
bzw. Engl.: SLS: Serviceability Limit state S lasten, d.h. ohne Sicherheiten: $\gamma = 1,0$

Unterschied: Grenzzustand der Tragfähigkeit G27

engl.: ULS ultimate limit state

stark vereinfacht: $\gamma_G = 1,35$ ständige Last $\gamma_Q = 1,50$ veränderliche Last**1 Formeln für Schnitt- und Verschiebungsgrößen**

- 1.1 Einzelstab, Vereinbarung: $\Delta \rightarrow$ Lager überträgt nur Vertikalkraft
@ 1.1.1 Träger auf zwei Stützen, $\alpha = a/l$, $\beta = b/l$

$EI = \text{konst.}$	Auflagerkräfte	M-Linie	biegelinie
	$A \quad B$	$X_0 = \xi_0 l$	w_{Mitte}
1	$\frac{ql}{2} \quad \frac{ql}{2}$	$\max M$ $\max M$	$\frac{w_{\text{Mitte}}}{76,8 EI}$
2	$\frac{q l}{6} \quad \frac{q l}{3}$	$\frac{q l^2}{8}$ bei $\xi_0 = 0,5$ $\frac{q l^2}{15,59}$ bei $\xi_0 = 0,577$	$\frac{q l^3}{153,6 EI}$
3	$\frac{q l}{3} \quad \frac{q l}{6}$	$\frac{q l^2}{15,59}$ bei $\xi_0 = 0,423$	$\frac{q l^4}{153,6 EI}$
4	$\frac{2q_i + q_k}{6} l \quad \frac{q_i + 2q_k}{6} l$	$\left(\frac{q_i + q_k - q_l}{3} \xi_0 \right) \xi_0^2 l^2$ bei $\xi_0 = \frac{(2q_i + q_k)\sqrt{3}}{q_i\sqrt{3} + \sqrt{q_i^2 + q_i q_k + q_k^2}}$	$\frac{q_i + q_k}{153,6 EI} l^4$
5	$\frac{q l}{3}$ quadr. Parabel	$\frac{q l^2}{9,6}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{61 q l^4}{5760 EI}$
6	$\frac{l}{2} \quad \frac{l}{2}$	$\frac{F l}{4}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{F l^3}{48 EI}$

Beispiel 2:

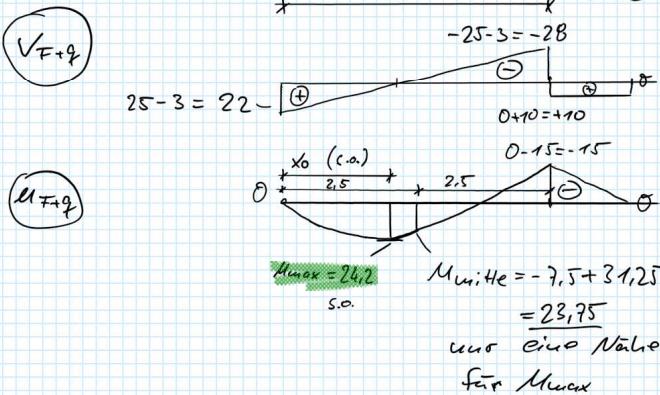
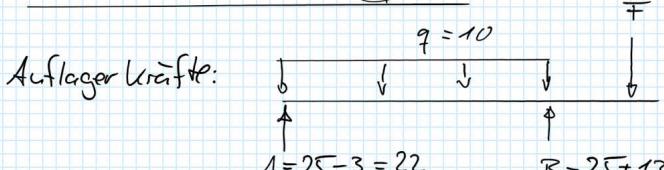
Verformung in Feldmitte max $w = 2 \text{ cm}$

Stahl:

$$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

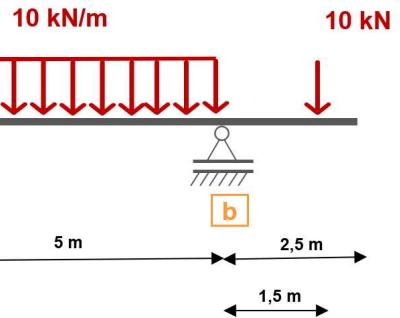
$$\text{zul. Spannung } \sigma = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

Ursprungssystem $(q) + (\top)$:



1.1.6 Träger auf zwei Stützen mit Kragarm

	$EI = \text{konst.}$	$M\text{-Linie}$ Auflagerkräfte	$\max M$ M_k	Biegelinie
1	q	$(l^2 - c^2) \frac{q}{2l}$	$(l+c)^2 \frac{q}{2l}$	$\frac{A^2}{2} - \frac{qc^2}{2} \left(\frac{l^2 - c^2}{2,4} \right) \frac{ql^2}{32EI}$
2	q	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{q l^4}{76,8 EI}$
3	q	$-\frac{qc^2}{2l}$	$(1 + \frac{c}{2l}) qc$	$-\frac{q l^2 c^2}{32EI} \left(\frac{l^2 - a^2}{6} \right) \frac{Fa}{EI}$
4	F	Fb	Fa	$\frac{(l^2 - a^2) Fa}{16 \cdot 12 \cdot EI}$ wenn $a \leq l/2$
5	F	$\frac{Fa}{l}$	$(1 + \frac{a}{l}) F$	$-\frac{Fa l^2}{16 EI} \left(\frac{lc + ac - a^2}{3} \right) \frac{Fa}{EI}$
6		$\frac{M^e}{l}$	$\frac{M^e}{l}$	$-M^e - \frac{M^e l^2}{16 EI} \left(\frac{lc + ac - a^2}{3} \right) \frac{Fa}{EI}$
7	$\text{Temp. } T_o$	$\frac{\Delta \cdot T_o}{h}$	0	$\kappa^e l^2 / 8$
8	κ^e	κ^e	0	$-\kappa^e c^2 / 2$



ges.: Profil

sodass die Verformung in Feldmitte 2cm ist und das Profil tragfähig ist

→ 2 Kriterien: a) GZT → $G = \frac{M_d}{w} \leq \text{zul. } G = 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Index d: γ -fache Last im GZT

b) $w_{mitHe} \leq 2,0 \text{ cm}$ unter Gebrauchslast

aus a): Belastung ist stetig → $\gamma_G = 1,35$

$$\rightarrow M_d = 1,35 \cdot 24,2 = 32,67 \text{ kNm} \stackrel{!}{=} 3267 \text{ kNm}$$

$$G = \frac{M_d}{w} \leq \text{zul. } G = 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \rightarrow w \geq \frac{M_d}{23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = \frac{3267 \text{ kNm}}{23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 139 \text{ cm}^3$$

$= \text{erf. } w$

$$\text{aus b): } w_{mitHe} = \frac{qL^4}{76,8 \cdot EI} - \frac{F \cdot a \cdot L^2}{16 \cdot EI} = \frac{10 \cdot 5^4}{76,8 \cdot EI} - \frac{10 \cdot 1,5 \cdot 5^2}{16 \cdot EI} = \frac{1}{EI} \underbrace{(81,38 - 23,44)}_{= 57,94 \text{ kNm}^3} \leq 0,02 \text{ m}$$

$$\rightarrow EI \geq \frac{57,94 \text{ kNm}^3}{0,02 \text{ m}} = 2897 \text{ kNm}^2 \quad \text{K.N.m.m}^2$$

$$\text{mit Stahl: } \rightarrow \text{erf. } I = \frac{2897}{2,7} = 1380 \text{ cm}^4$$

für $E = 210.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

gewählt: IPE 180

Alternativ HEB 160: Vorteil: niedriger

gewählt: IPE 180

$$I_y = 1320 \approx 1380$$

$$W_{e,y} = 146 > 139 \checkmark$$

$$g = 0,188 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow G = 18,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Alternativ HEB 160: Vorteil: niedriger

$$I_y = 1620 > 1380$$

$$W_y = 220 > 139$$

$$g = 0,304 \text{ KN/m}$$

$$G = 30,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

! unwirtschaftlich, weil schwerer

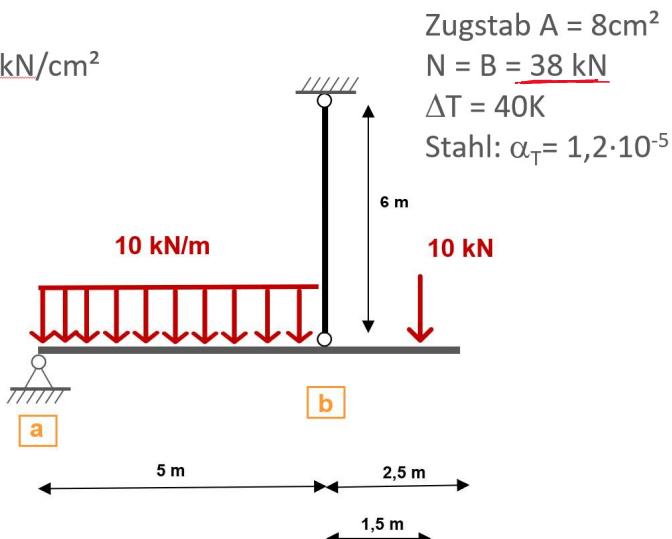
Beispiel 2a:

Verformung an der Kragarmspitze

Stahl:

$$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{zul. Spannung } \sigma = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$



$$\text{Zugstab A} = 8 \text{ cm}^2$$

$$N = B = 38 \text{ kN}$$

$$\Delta T = 40 \text{ K}$$

$$\text{Stahl: } \alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5}$$

Zusammensetzung der Verformung:

/ aus Längung des Stabes



Längung des Zugstabes:

$$\Delta L_s = \frac{N}{EA} \cdot L = \frac{38 \text{ kN}}{21.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 8 \text{ cm}^2} \cdot 600 \text{ cm} = 0,14 \text{ cm}$$

$$\Delta L_T = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot L = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 40 \cdot 600 \text{ cm} = 0,24 \text{ cm}$$

$$w_{b,A} = 0,14 + 0,24 = 0,38 \text{ cm}$$

$$w_{c,A} = \frac{w_{b,A}}{5 \text{ m}} \cdot 7,5 \text{ m} = 0,38 \text{ cm} \cdot \frac{7,5}{5} = 0,65 \text{ cm}$$

Durchbiegung aus $\text{I} + \varphi$: IPE 180; $I_y = 1320 \text{ cm}^4$
 $EI_y = 2,1 \cdot 1320 = 2772$

$$w_q = -\frac{qL^3 \cdot c}{24EI} = -\frac{10 \cdot 5^3 \cdot 2,5}{24 \cdot 2772} \approx -0,047 \text{ m} = -4,7 \text{ cm}$$

$$w_F = \left(\frac{L \cdot c}{3} + \frac{a \cdot c}{2} - \frac{a^2}{6} \right) \cdot \frac{F \cdot a}{EI} = \left(\frac{5 \cdot 2,5}{3} + \frac{1,5 \cdot 2,5}{2} - \frac{1,5^2}{6} \right) \cdot \frac{10 \cdot 1,5}{2772}$$

$$= +0,031 \text{ m } 3,1 \text{ cm}$$

$$w_{\text{gesamt}} = 0,65 - 4,7 + 3,1 = \underline{-0,95 \text{ cm}}$$

Beispiel 3 a: Kragträger

Verformung am Kragarmende max $w = 2 \text{ cm}$

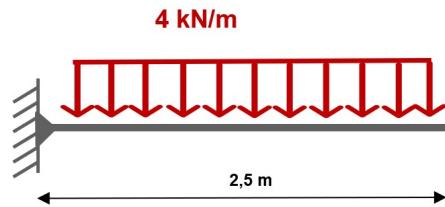
Stahl:

$$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{zul. Spannung } \sigma = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

@ 1.1.7 Kragträger

	i $EI = \text{konst.}$ k $\downarrow l \downarrow$	M -Linie M_i	Biegelinie w_k	φ_k
1		ql	$-\frac{q l^2}{2}$	$\frac{q l^4}{8 EI}$
2		$\frac{q l}{2}$	$-\frac{q l^2}{6}$	$\frac{q l^4}{30 EI}$
3		$\frac{q l}{2}$	$-\frac{q l^2}{3}$	$\frac{11 q l^4}{120 EI}$
4		F	$-Fl$	$\frac{Fl^3}{3 EI}$
5		F	$-Fa$	$\left(\frac{l}{2} - \frac{a}{6}\right) \frac{Fa^2}{EI}$
6		0	M_k	$-\frac{M_k l^2}{2 EI}$
7		0	0	$-\frac{\kappa_e l^2}{2}$



Beispiel 3 b: Kragträger

Verformung am Kragarmende max $w = 2 \text{ cm}$

Holz:

$$E = 10.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{zul. Spannung } \sigma = 16 \text{ N/mm}^2$$

		M-Linie	M_i	Biegelinie
	$EI = \text{konst}$			
1		ql	$-\frac{ql^2}{2}$	$\frac{q l^4}{8EI}$
2		$\frac{ql}{2}$	$-\frac{ql^2}{6}$	$\frac{q l^4}{30EI}$
3		$\frac{ql}{2}$	$-\frac{ql^2}{3}$	$\frac{11 q l^4}{120EI}$
4		F	$-Fl$	$\frac{Fl^3}{3EI}$
5		F	$-Fa$	$\left(\frac{l}{2} - \frac{a}{6}\right) \frac{Fa^2}{EI}$
6		0	M_k	$-\frac{M_k l^2}{2EI}$
7		$\kappa_e = \alpha_T (T_u - T_o) / h$	0	$-\frac{\kappa_e l^2}{2}$

