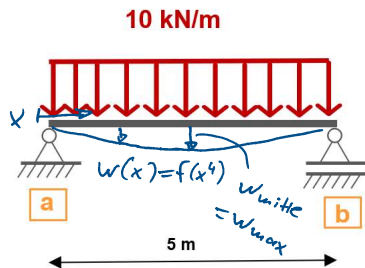


## Beispiel:

### Einfeldträger mit Streckenlast



**Stahlträger HEA 180**

$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$

$I_y = 2510 \text{ cm}^4$  aus Profiltabelle

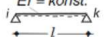
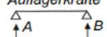
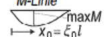
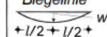






HEA 180

Höhe  $\approx 180 \text{ mm}$

## 1 Formeln für Schnitt- und Verschiebungsgrößen

1.1 Einzelstab, Vereinbarung:  $\Delta \rightarrow$  Lager überträgt nur Vertikalkraft

1.1.1 Träger auf zwei Stützen,  $\alpha = a/l$ ,  $\beta = b/l$

$EI = \text{konst.}$ 	Auflagerkräfte 	M-Linie 	Biegelinie 
1 	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$ $\frac{ql^2}{8}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{ql^4}{76,8 EI}$
2 	$\frac{ql}{6}$	$\frac{ql}{3}$ $\frac{ql^2}{15,59}$ bei $\xi_0 = 0,577$	$\frac{ql^4}{153,6 EI}$
3 	$\frac{ql}{3}$	$\frac{ql}{6}$ $\frac{ql^2}{15,59}$ bei $\xi_0 = 0,423$	$\frac{ql^4}{153,6 EI}$
4 	$\frac{2q_l + q_k}{6}$	$\frac{q_l + 2q_k}{6}$ $\left( \frac{q_l}{2} + \frac{q_k - q_l}{3} \xi_0 \right) \xi_0^2 l^2$ bei $\xi_0 = \frac{(2q_l + q_k)l\sqrt{3}}{q_l\sqrt{3} + \sqrt{q_l^2 + q_l q_k + q_k^2}}$	$\frac{q_l + q_k}{153,6 EI} l^4$
5 	$\frac{ql}{3}$	$\frac{ql}{3}$ $\frac{ql^2}{9,6}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{61 ql^4}{5760 EI}$
6 	$\frac{F}{2}$	$\frac{F}{2}$ $\frac{Fl}{4}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{Fl^3}{48 EI}$

Zur Orientierung:

Schlankheit:  $L/h = \frac{5000}{180} \approx 28$

Berechnung der Durchbiegung in Feldmitte

$$W_{\text{Mitte}} = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L^4}{EI} \quad ; \quad EI: \text{Biegesteifigkeit}$$

$$[m] = \frac{1}{76,8} \left[ \frac{kN}{m} \right] \frac{[m]^4}{[kNm^2]}$$

$$E = 210.000 \frac{N}{mm^2} \stackrel{!}{=} 210.000 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{1 \text{ kN}}{1000 N} \cdot \frac{(1000 \text{ mm})^2}{m^2} = 210.000 \frac{kN}{cm^2}$$

Merke: von  $\frac{N}{mm^2}$  zu  $\frac{kN}{cm^2}$   $\rightarrow$  durch 10 teilen

$$\Rightarrow EI = 210.000 \frac{kN}{cm^2} \cdot 2510 \text{ cm}^4 = 527.100.000 \text{ kNcm}^2 \cdot \frac{m^2}{(1000 \text{ cm})^2}$$

$$\stackrel{(\cdot 2,1)}{\rightarrow} = 5.277 \text{ kNm}^2$$

Merke: Bei Stahl Tabellenwert  $I$  in  $\text{cm}^4$   $\cdot 2,1 \rightarrow EI$  in  $\text{kNm}^2$

$$\text{Einsetzen: } W_{\text{Mitte}} = \frac{5}{384} \frac{10 \cdot 5^4}{5277} \approx 0,0154 \text{ m} \stackrel{!}{=} 1,5 \text{ cm} \stackrel{!}{=} 15 \text{ mm}$$

$$\text{Bewertung: } \frac{w}{L} = \frac{15 \text{ mm}}{5000 \text{ mm}} \approx \frac{1}{333}$$

akzeptable  
Verformung;  $L/200$  untergeordnete Bauteile

$L/250$  bis  $L/300$  in Hochbau

$L/500$  z.B. bei Kragbalkenträger

Thema: Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit GZG } mit Gebrauchslasten, d.h. ohne  
bzw. engl.: SLS: Serviceability Limit state } Sicherheiten:  $\gamma = 1,0$

Unterschied: Grenzzustand der Tragfähigkeit GZT

engl.: ULS ultimate limit state

stark vereinfacht:

$$\gamma_G = 1,35$$

ständige Last

$$\gamma_Q = 1,50$$

veränderliche Last

## Beispiel 2:

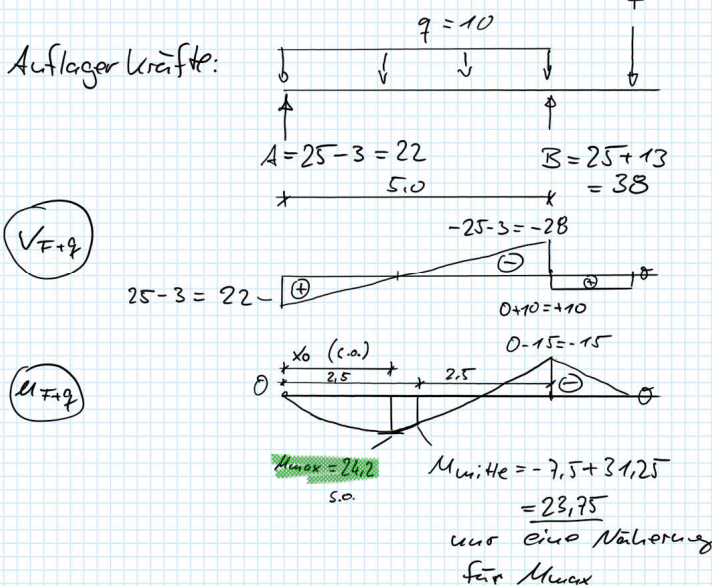
Verformung in Feldmitte max  $w = 2 \text{ cm}$

Stahl:

$$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

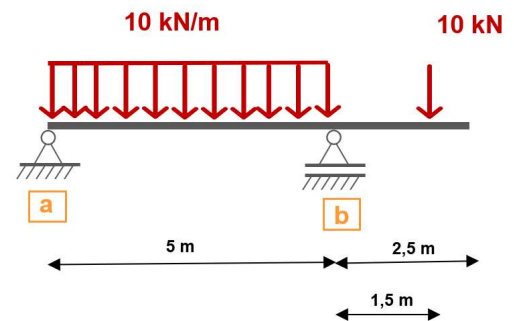
zul. Spannung  $\sigma = 23,5 \text{ kN/cm}^2$

Ursprungssystem (9) + (7):



@ 1.1.6 Träger auf zwei Stützen mit Kragarm

$El = \text{konst.}$	M-Linie	Auflagerkräfte	max M	$M_k$	Biegelinie	$w_{\text{mitte}}$	$w_j$
1		$(l^2 - c^2) \frac{q}{2l}$	$(1+c)^2 \frac{q}{2l}$	$\frac{A^2}{2q}$	$-\frac{qc^2}{2}$	$\left(\frac{l^2}{2,4} - c^2\right) \frac{ql^2}{32EI}$	$\left(\frac{c^2}{8} + \frac{c^2 l^3}{6} + \frac{l^3}{24}\right) \frac{qc}{EI}$
2		$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql^2}{8}$	0	$\frac{ql^4}{76,8EI}$	$-\frac{ql^3 c}{24EI}$
3		$-\frac{qc^2}{2l}$	$\left(1 + \frac{c}{2l}\right) qc$	$M_k$	$-\frac{qc^2}{2}$	$-\frac{ql^2 c^2}{32EI}$	$\left(1 + \frac{c}{8}\right) \frac{qc^3}{EI}$
4		$\frac{Fb}{l}$	$\frac{Fa}{l}$	$\frac{Fab}{l}$	0	$\left(\frac{l^2}{16} - \frac{a^2}{12}\right) \frac{Fa}{EI}$ wenn $a \leq l/2$	$-(1+a) \frac{Fabc}{6lEI}$
5		$-\frac{Fa}{l}$	$\left(1 + \frac{a}{l}\right) F$	$M_k$	$-Fa$	$-\frac{Fa^3}{16EI}$	$\left(\frac{lc}{3} + \frac{ac}{2} + \frac{a^2}{6}\right) \frac{Fa}{EI}$
6		$\frac{M^e}{l}$	$\frac{M^e}{l}$	$-M^e$	$-M^e$	$-\frac{M^e l^2}{16EI}$	$\left(\frac{l}{3} + \frac{c}{2}\right) \frac{cM^e}{EI}$
7		0	0	0	0	$\kappa^e l^2 / 8$	$-\kappa^e l c / 2$
8		0	0	0	0	0	$-\kappa^e c^2 / 2$



ges.: Profil, sodass die Verformung in Feldmitte 2cm ist und das Profil tragfähig ist

2 Kriterien: a) GBT  $\Rightarrow G = \frac{M_d}{w} \leq \text{zul. } G = 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Index d: 8-fache Last im GBT

b)  $w_{\text{mitte}} \leq 2,0 \text{ cm}$  unter Gebrauchslast

aus a): Belastung ist stündlich  $\Rightarrow \gamma_G = 1,35$

$$\Rightarrow M_{d, \text{max}} = 1,35 \cdot 24,2 = 32,67 \text{ kNm} \hat{=} 3267 \text{ kNcm}$$

$$G = \frac{M_d}{w} \leq \text{zul. } G = 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \Rightarrow w \geq \frac{M_d}{\text{zul. } G} = \frac{3267 \text{ kNcm}}{23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 139 \text{ cm}^3 = \text{erf. } w$$

$$\text{aus b): } w_{\text{mitte}} = \frac{ql^4}{76,8 \cdot EI} - \frac{F \cdot a \cdot l^2}{16 \cdot EI} = \frac{10 \cdot 5^4}{76,8 \cdot EI} - \frac{10 \cdot 1,5 \cdot 5^2}{16 \cdot EI} = \frac{1}{EI} (81,38 - 23,44) \leq 0,02 \text{ m}$$

$$\Rightarrow EI \geq \frac{57,94 \text{ kNm}^3}{0,02 \text{ m}} = 2897 \text{ kNm}^2 \quad \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot \text{m}^4 \quad \text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^2 \quad 57,94 \text{ kNm}^3$$

$$\text{mit Stahl } \Rightarrow \text{erf. } I = \frac{2897}{2,1} = 1380 \text{ cm}^4 \quad \text{für } E = 210.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

gewählt: IPE 180

Alternativ HEA 160: Vorteil: niedriger

gewählt: IPE 180  
 $I_y = 1320 \approx 1380$   
 $W_{el,y} = 146 > 139 \checkmark$   
 $g = 0,188 \frac{kN}{m}$   
 $\Rightarrow G = 18,8 \frac{kN}{m}$

Alternativ HEA 160: Vorteil: niedriger  
 $I_y = 1670 > 1380$   
 $W_y = 220 > 139$   
 $g = 0,304 \frac{kN}{m}$   
 $G = 30,4 \frac{kN}{m}$   
 unwirtschaftlich, weil schwerer

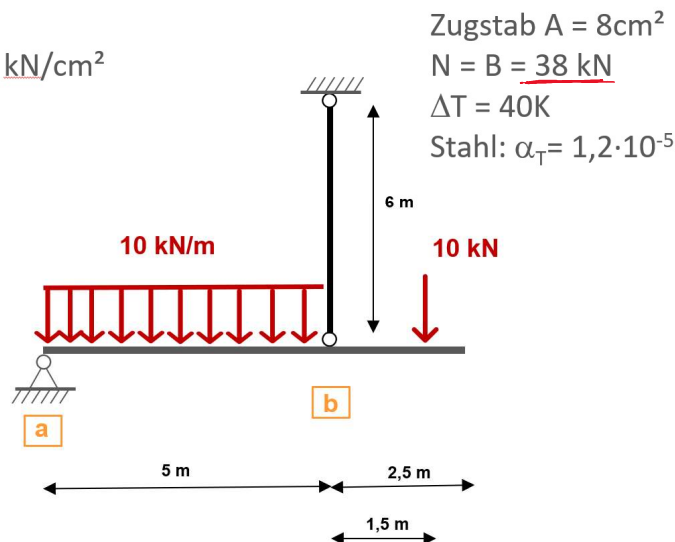
## Beispiel 2a:

Verformung an der Kragarmspitze

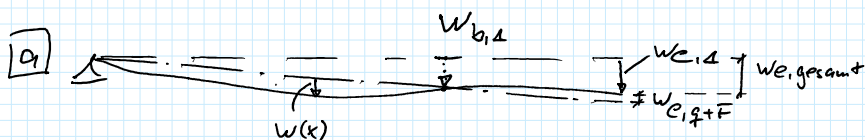
Stahl:

$$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{zul. Spannung } \sigma = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$



Zusammensetzung der Verformung:  
 aus Längung des Stabes



Längung des Zugstabes:

$$\Delta L_s = \frac{N}{EA} \cdot L = \frac{38 \text{ kN}}{21000 \frac{N}{\text{cm}^2} \cdot 8 \text{ cm}^2} \cdot 600 \text{ cm} = 0,14 \text{ cm}$$

$$\Delta L_T = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot L = 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 40 \cdot 600 \text{ cm} = 0,29 \text{ cm}$$

$\left[ \frac{1}{K} \right] \quad [K]$

$$w_{b,d} = 0,14 + 0,29 = 0,43 \text{ cm}$$

$$w_{e,d} = \frac{w_{b,d}}{L_u} \cdot 7,5 \text{ m} = 0,43 \text{ cm} \cdot \frac{7,5}{5} = 0,65 \text{ cm}$$

Durchbiegung aus  $F+q$ : IPE 180;  $I_y = 1320 \text{ cm}^4$   
 $EI_y = 2,1 \cdot 1320 = 2772$

$$w_q = -\frac{qL^3 \cdot c}{24EI} = -\frac{10 \cdot 5^3 \cdot 2,5}{24 \cdot 2772} \approx -0,047 \text{ m} = -4,7 \text{ cm}$$

$$w_F = \left( \frac{L \cdot c}{3} + \frac{q \cdot c}{2} - \frac{q^2}{6} \right) \cdot \frac{F \cdot q}{EI} = \left( \frac{5 \cdot 2,5}{3} + \frac{1,5 \cdot 2,5}{2} - \frac{1,5^2}{6} \right) \cdot \frac{10 \cdot 1,5}{2772}$$

$$= +0,031 \text{ m} = 3,1 \text{ cm}$$

$$w_{\text{gesamt}} = 0,65 - 4,7 + 3,1 = -0,95 \text{ cm}$$

### Beispiel 3 a: Kragträger

Verformung am Kragarmende max  $w = 2 \text{ cm}$

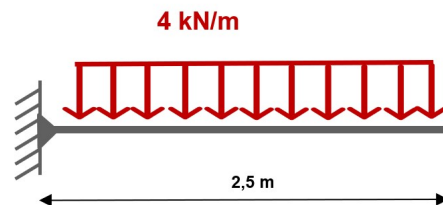
**Stahl:**

$$E = 210.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{zul. Spannung } \sigma = 23,5 \text{ kN/cm}^2$$

@ 1.1.7 Kragträger

	$El = \text{konst.}$ 	M-Linie 	Biegelinie 
1		$ql$ $-\frac{ql^2}{2}$	$w_k = \frac{ql^4}{8EI}$ $\varphi_k = \frac{ql^3}{6EI}$
2		$\frac{ql}{2}$ $-\frac{ql^2}{6}$	$w_k = \frac{ql^4}{30EI}$ $\varphi_k = \frac{ql^3}{24EI}$
3		$\frac{ql}{2}$ $-\frac{ql^2}{3}$	$w_k = \frac{11ql^4}{120EI}$ $\varphi_k = \frac{ql^3}{8EI}$
4		$F$ $-Fl$	$w_k = \frac{Fl^3}{3EI}$ $\varphi_k = \frac{Fl^2}{2EI}$
5		$F$ $-Fa$	$w_k = \left( \frac{l}{2} - \frac{a}{6} \right) \frac{Fa^2}{EI}$ $\varphi_k = \frac{Fa^2}{2EI}$
6		0 $M_k$	$w_k = -\frac{M_k l^2}{2EI}$ $\varphi_k = -\frac{M_k l}{EI}$
7		0 0	$w_k = -\frac{\kappa^2 l^2}{2}$ $\varphi_k = -\kappa^2 l$



## Beispiel 3 b: Kragträger











Verformung am Kragarmende max w = 2 cm

**Holz:**

E= 10.000 N/mm<sup>2</sup>

zul. Spannung  $\sigma$  = 16 N/mm<sup>2</sup>

@ 1.1.7 Kragträger

$EI = \text{konst.}$ 		$M$ -Linie 	Biegelinie 		
		$A$	$M_f$	$w_k$	$\varphi_k$
1		$ql$	$-\frac{ql^2}{2}$	$\frac{ql^4}{8EI}$	$\frac{ql^3}{6EI}$
2		$\frac{ql}{2}$	$-\frac{ql^2}{6}$	$\frac{ql^4}{30EI}$	$\frac{ql^3}{24EI}$
3		$\frac{ql}{2}$	$-\frac{ql^2}{3}$	$\frac{11ql^4}{120EI}$	$\frac{ql^3}{8EI}$
4		$F$	$-Fl$	$\frac{Fl^3}{3EI}$	$\frac{Fl^2}{2EI}$
5		$F$	$-Fa$	$\left(\frac{l}{2} - \frac{a}{6}\right) \frac{Fa^2}{EI}$	$\frac{Fa^2}{2EI}$
6		0	$M_k$	$-\frac{M_k l^2}{2EI}$	$-\frac{M_k l}{EI}$
7		0	0	$-\frac{\kappa^\sigma l^2}{2}$	$-\kappa^\sigma l$

