

1. Aufgabe

Die Ignatz-Bubis-Brücke in Frankfurt lässt sich - stark vereinfacht - als das unten abgebildete statische System darstellen.

Die Breite der Brücke beträgt 14,5m.

Für das Eigengewicht und die Verkehrslast (Volllast) können überschlägig folgende Lasten angenommen werden:

Eigengewicht: $g_k = 120 \text{ kN/m}$

Verkehrslast: $q_k = 10 \text{ kN/m}^2$

- Bestimmen sie die Bemessungslinienlasten g_d und q_d unter Berücksichtigung der Teilsicherheitsbeiwerte γ_g und γ_q .
- Stellen sie die Belastungen im statischen System dar.
- Ermitteln Sie mithilfe der auf den nachfolgenden Seiten dargestellten Tabellen die Auflagerkräfte sowie die Schnittgrößen des Balkens.

a.

Teilsicherheitsbeiwerte:

- ständige Lasten: $\gamma_g = 1,35$ (ungünstig wirkend)
 - veränderliche Lasten: $\gamma_q = 1,5$ (ungünstig wirkend)
- siehe Formelsammlung S.23

Eigengewicht:

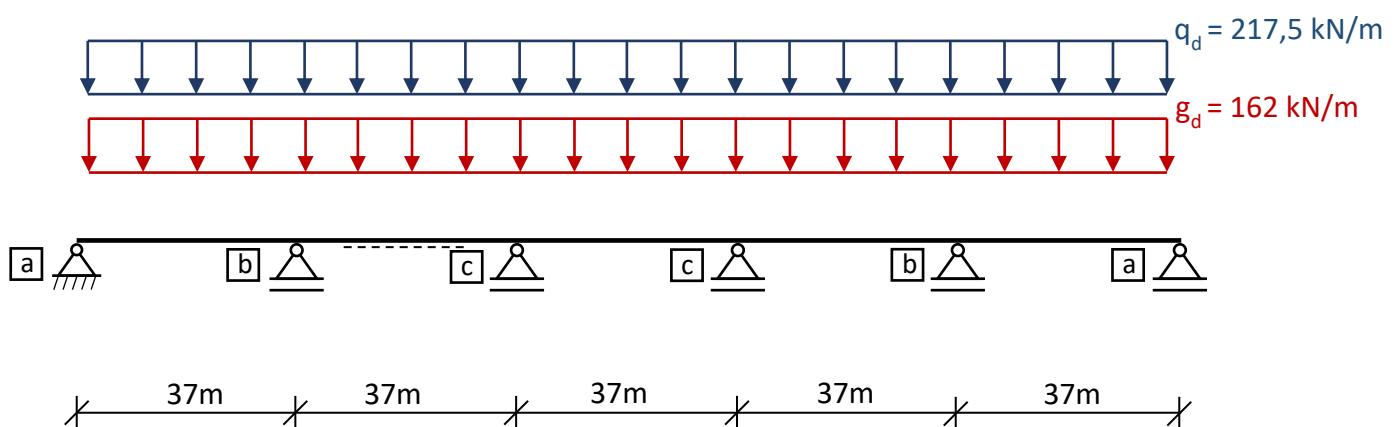
$$g_d = g_k \cdot \gamma_g = 120 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1,35 = 162 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Verkehrslast:

$$q_k = 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 14,5 \text{ m} = 145 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_d = q_k \cdot \gamma_q = 145 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1,5 = 217,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

b.



c.

Gesamtlast:

$$g_d + q_d = 217,5 + 162 = 379,5 \frac{kN}{m}$$

Aus den Bautabellen für Durchlaufträger (5 Felder) mit Volllast:

für Momente: Tafelwert $\cdot ql^2$

$$\Rightarrow ql^2 = 379,5 \frac{kN}{m} \cdot (37m)^2 = 519536 kNm$$

Für Kräfte: Tafelwert $\cdot ql$

$$\Rightarrow ql = 379,5 \frac{kN}{m} \cdot 37m = 14042kN$$

Feldmomente:

$$M_1 = 0,078 \cdot 519536 = 40524 kNm$$

$$M_2 = 0,033 \cdot 519536 = 17145 kNm$$

$$M_3 = 0,046 \cdot 519536 = 23899 kNm$$

Stützmomente:

$$M_b = -0,105 \cdot 519536 = -54551 kNm$$

$$M_c = -0,079 \cdot 519536 = -41043 kNm$$

Auflagerkräfte:

$$A = 0,395 \cdot 14042 = 5547 kN$$

$$B = 1,132 \cdot 14042 = 15896 kN$$

$$C = 0,974 \cdot 14042 = 13677 kN$$

Querkräfte:

$$Q_{b,l} = -0,605 \cdot 14042 = -8495 kN$$

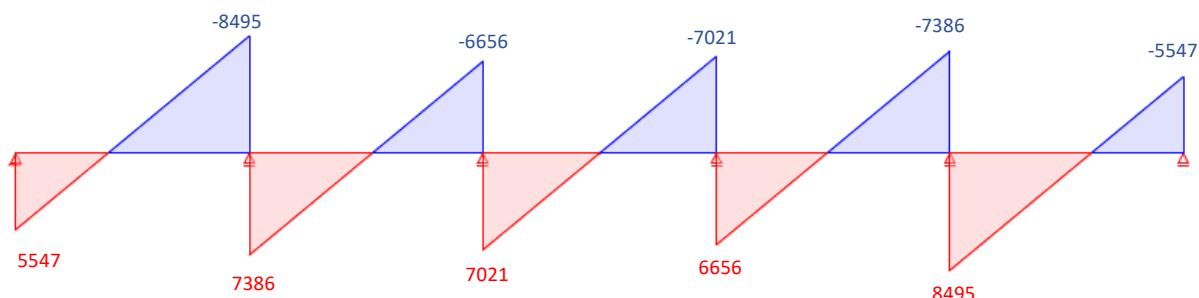
$$Q_{b,r} = 0,526 \cdot 14042 = 7386 kN$$

$$Q_{c,l} = -0,474 \cdot 14042 = -6656 kN$$

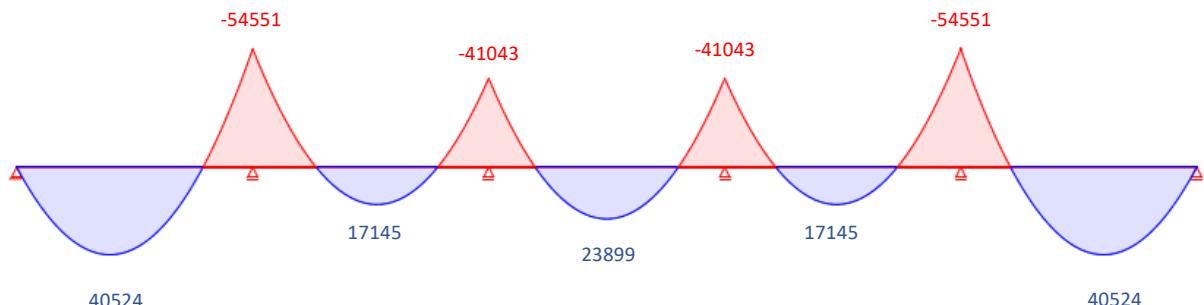
$$Q_{c,r} = 0,500 \cdot 14042 = 7021 kN$$

Schnittkraftverläufe:

Querkraft [kN]

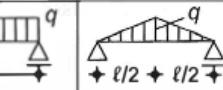
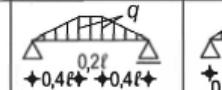
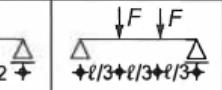


Moment [kNm]

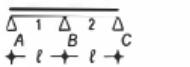
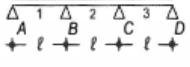
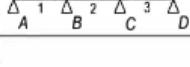
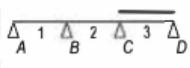


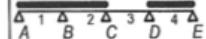
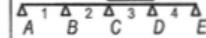
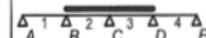
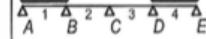
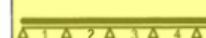
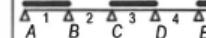
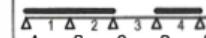
1.4 Durchlaufträger¹⁾

1.4.1 Durchlaufträger mit gleichen Stützweiten über 2 bis 5 Felder²⁾

	Belastung 1	Belastung 2	Belastung 3	Belastung 4	Belastung 5	Belastung 6
						
Momente	Tafelwert · $q l^2$					Tafelwert · $F l$
Kräfte	Tafelwert · $q l$					Tafelwert · F

Die Feldmomente M_1, M_2 usw. sind die Größtwerte der Feldmomente in den Feldern 1, 2 usw.

Lastfall	Kraftgrößen						
		Belastung 1	Belastung 2	Belastung 3	Belastung 4	Belastung 5	Belastung 6
	M_1	0,070	0,048	0,056	0,062	0,156	0,222
	M_b	-0,125	-0,078	-0,093	-0,106	-0,188	-0,333
	A	0,375	0,172	0,207	0,244	0,313	0,667
	B	1,250	0,656	0,786	0,911	1,375	2,667
	V_{bl}	-0,625	-0,328	-0,393	-0,456	-0,688	-1,333
	M_1	0,096	0,065	0,076	0,085	0,203	0,278
	M_b	-0,063	-0,039	-0,047	-0,053	-0,094	-0,167
	A	0,438	0,211	0,253	0,297	0,406	0,833
	C	-0,063	-0,039	-0,047	-0,053	-0,094	-0,167
	M_1	0,080	0,054	0,064	0,071	0,175	0,244
	M_2	0,025	0,021	0,024	0,025	0,100	0,067
	M_b	-0,100	-0,063	-0,074	-0,085	-0,150	-0,267
	A	0,400	0,188	0,226	0,265	0,350	0,733
	B	1,100	0,563	0,674	0,785	1,150	2,267
	V_{bl}	-0,600	-0,313	-0,374	-0,435	-0,650	-1,267
	V_{br}	0,500	0,250	0,300	0,350	0,500	1,000
	M_1	0,101	0,068	0,080	0,090	0,213	0,289
	M_2	-0,050	-0,032	-0,037	-0,043	-0,075	-0,133
	M_b	-0,050	-0,032	-0,037	-0,043	-0,075	-0,133
	A	0,450	0,219	0,263	0,307	0,425	0,867
	M_2	0,075	0,052	0,061	0,067	0,175	0,200
	M_b	-0,050	-0,032	-0,037	-0,043	-0,075	-0,133
	A	-0,050	-0,032	-0,037	-0,043	-0,075	-0,133
	M_b	-0,117	-0,073	-0,087	-0,099	-0,175	-0,311
	M_c	-0,033	-0,021	-0,025	-0,029	-0,050	-0,089
	B	1,200	0,626	0,749	0,871	1,300	2,533
	V_{bl}	-0,617	-0,323	-0,387	-0,449	-0,675	-1,311
	V_{br}	0,583	0,303	0,362	0,421	0,625	1,222
	M_b	0,017	0,011	0,013	0,015	0,025	0,044
	M_c	-0,067	-0,042	-0,050	-0,057	-0,100	-0,178
	V_{bl}	0,017	0,011	0,013	0,015	0,025	0,044
	V_{br}	-0,083	-0,053	-0,062	-0,071	-0,125	-0,222
	M_1	0,077	0,052	0,062	0,069	0,170	0,238
	M_2	0,036	0,028	0,032	0,034	0,116	0,111
	M_b	-0,107	-0,067	-0,080	-0,091	-0,161	-0,286
	M_c	-0,071	-0,045	-0,053	-0,060	-0,107	-0,190
	A	0,393	0,183	0,220	0,259	0,339	0,714
	B	1,143	0,590	0,707	0,822	1,214	2,381
	C	0,929	0,455	0,546	0,638	0,892	1,810
	V_{bl}	-0,607	-0,317	-0,380	-0,441	-0,661	-1,286
	V_{br}	0,536	0,273	0,327	0,381	0,554	1,095
	V_{cl}	-0,464	-0,228	-0,273	-0,319	-0,446	-0,905
	M_1	0,100	0,067	0,079	0,088	0,210	0,286
	M_b	-0,054	-0,034	-0,040	-0,046	-0,080	-0,143
	M_c	-0,036	-0,023	-0,027	-0,031	-0,054	-0,095
	A	0,446	0,217	0,260	0,298	0,420	0,857
	M_2	0,080	0,056	0,065	0,071	0,183	0,222
	M_b	-0,054	-0,034	-0,040	-0,046	-0,080	-0,143
	M_c	-0,036	-0,023	-0,027	-0,031	-0,054	-0,095
	A	-0,054	-0,034	-0,040	-0,046	-0,080	-0,143

Lastfall	Kraftgrößen		Belastung 1	Belastung 2	Belastung 3	Belastung 4	Belastung 5	Belastung 6	
	M_b M_c M_d V_{bl} V_{br}	B	-0,121	-0,076	-0,090	-0,102	-0,181	-0,321	
			-0,018	-0,012	-0,013	-0,015	-0,027	-0,048	
			-0,058	-0,036	-0,043	-0,049	-0,087	-0,155	
			1,223	0,640	0,767	0,889	1,335	2,595	
			-0,621	-0,326	-0,390	-0,452	-0,681	-1,321	
			0,603	0,314	0,377	0,437	0,654	1,274	
	M_b M_c M_d V_{bl} V_{br}	B	0,013	0,009	0,010	0,011	0,020	0,036	
			-0,054	-0,033	-0,040	-0,045	-0,080	-0,143	
			-0,049	-0,031	-0,037	-0,042	-0,074	-0,131	
			-0,080	-0,050	-0,060	-0,067	-0,121	-0,214	
			0,013	0,009	0,010	0,011	0,020	0,036	
			-0,067	-0,042	-0,050	-0,056	-0,100	-0,178	
	M_b M_c V_{cl}	C	-0,036	-0,023	-0,027	-0,031	-0,054	-0,095	
			-0,107	-0,067	-0,080	-0,091	-0,161	-0,286	
			1,143	0,589	0,706	0,820	1,214	2,381	
			-0,571	-0,295	-0,353	-0,410	-0,607	-1,191	
			-0,071	-0,045	-0,053	-0,060	-0,107	-0,190	
			0,036	0,023	0,021	0,031	0,054	0,095	
	M_b M_c V_{cl}	C	-0,214	-0,134	-0,160	-0,182	-0,321	-0,571	
			0,107	0,067	0,080	0,091	0,161	0,286	
			M_1	0,078	0,053	0,062	0,069	0,171	0,240
			M_2	0,033	0,026	0,030	0,032	0,112	0,099
			M_3	0,046	0,034	0,040	0,043	0,132	0,123
			M_b	-0,105	-0,066	-0,078	-0,089	-0,158	-0,281
	M_c V_{bl} V_{br} V_{cl} V_{cr}	A	-0,079	-0,050	-0,059	-0,067	-0,118	-0,211	
			0,395	0,185	0,222	0,261	0,342	0,719	
			B	1,132	0,582	0,697	0,811	1,197	2,351
			C	0,974	0,484	0,581	0,678	0,960	1,930
			V_{bl}	-0,605	-0,316	-0,378	-0,439	-0,658	-1,281
			V_{br}	0,526	0,266	0,319	0,372	0,540	1,070
	M_1 M_3 M_b M_c	B	-0,474	-0,234	-0,281	-0,328	-0,460	-0,930	
			0,500	0,250	0,300	0,350	0,500	1,000	
			M_1	0,100	0,068	0,079	0,088	0,211	0,287
			M_3	0,086	0,059	0,070	0,076	0,191	0,228
			M_b	-0,053	-0,033	-0,040	-0,045	-0,079	-0,140
			M_c	-0,039	-0,025	-0,030	-0,034	-0,059	-0,105
	M_2 M_3 M_b M_c	A	0,447	0,217	0,260	0,305	0,421	0,860	
			M_2	0,079	0,055	0,064	0,071	0,181	0,205
			M_3	-	-0,025	-0,030	-0,034	-0,059	-0,105
			M_b	-0,053	-0,033	-0,040	-0,045	-0,079	-0,140
			M_c	-0,039	-0,025	-0,030	-0,034	-0,059	-0,105
			M_c	-0,053	-0,033	-0,040	-0,045	-0,079	-0,140
	M_b M_c M_d M_e	B	-0,120	-0,075	-0,089	-0,101	-0,179	-0,319	
			M_c	-0,022	-0,014	-0,016	-0,019	-0,032	-0,057
			M_d	-0,044	-0,028	-0,033	-0,037	-0,066	-0,118
			M_e	-0,051	-0,032	-0,038	-0,043	-0,077	-0,137
			A	1,218	0,636	0,761	0,883	1,327	2,581
			V_{bl}	-0,620	-0,325	-0,389	-0,451	-0,679	-1,319
	M_b M_c M_d M_e	A	0,598	0,311	0,373	0,432	0,647	1,262	
			M_b	0,014	0,009	0,011	0,012	0,022	0,038
			M_c	-0,057	-0,036	-0,043	-0,048	-0,086	-0,153
			M_d	-0,035	-0,022	-0,026	-0,030	-0,052	-0,093
			M_e	-0,054	-0,034	-0,040	-0,046	-0,081	-0,144
			B	-0,086	-0,054	-0,065	-0,072	-0,129	-0,230
	M_b M_c M_d M_e	B	0,014	0,009	0,011	0,012	0,022	0,038	
			V_{bl}	-0,072	-0,045	-0,053	-0,060	-0,108	-0,191
			M_b	-0,035	-0,022	-0,026	-0,029	-0,052	-0,093
			M_c	-0,111	-0,070	-0,083	-0,094	-0,167	-0,297
			M_d	-0,020	-0,013	-0,015	-0,017	-0,031	-0,054
			M_e	-0,057	-0,036	-0,043	-0,048	-0,086	-0,153
	M_b M_c M_d M_e	C	1,167	0,605	0,725	0,841	1,251	2,447	
			V_{cl}	-0,576	-0,298	-0,357	-0,414	-0,615	-1,204
			V_{cr}	0,591	0,307	0,368	0,427	0,636	1,242
			M_b	-0,071	-0,044	-0,052	-0,060	-0,106	-0,188
			M_c	0,032	0,020	0,024	0,027	0,048	0,086
			M_d	-0,059	-0,037	-0,044	-0,050	-0,088	-0,156
	M_b M_c M_d M_e	C	-0,048	-0,030	-0,035	-0,041	-0,072	-0,128	
			V_{cl}	-0,194	-0,121	-0,144	-0,163	-0,291	-0,517
			V_{cr}	0,103	0,064	0,076	0,086	0,154	0,274
			M_c	-0,091	-0,057	-0,068	-0,077	-0,136	-0,242

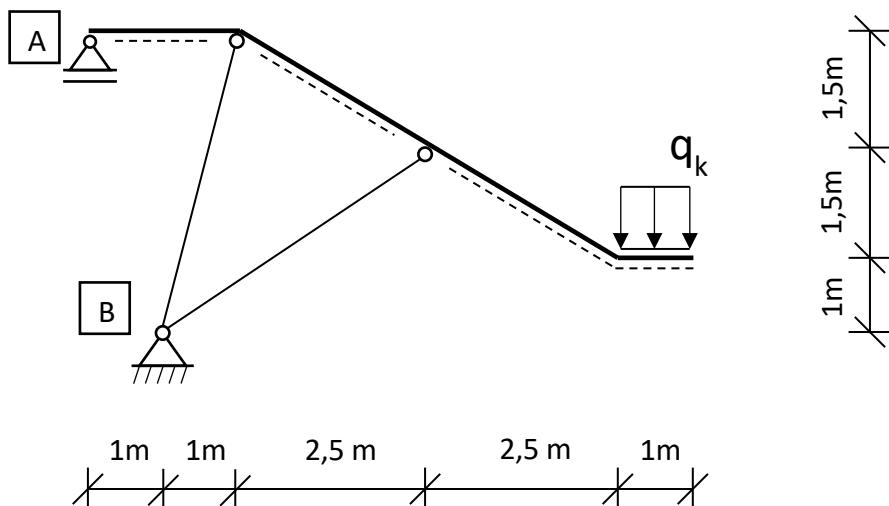
2. Aufgabe

Die „Treppe ins Nichts“, eine Aussichtsplattform im Dachsteinmassiv, lässt sich – ebenfalls sehr vereinfacht – als folgendes statisches System darstellen.

Die Treppe hat eine Breite von 1m und ein Gesamteigengewicht von 5 Tonnen.

Die charakteristische Verkehrslast q_k beträgt 5 kN/m^2 , auch hier müssen die Teilsicherheitsbeiwerte γ_g und γ_q berücksichtigt werden.

Ermitteln sie die Auflagergrößen, Stabkräfte und die Schnittkraftverläufe.



Gleichstreckenlast aus Eigengewicht:

$$\text{Gesamtgewicht} = 5 \text{ t} \doteq 50 \text{ kN}$$

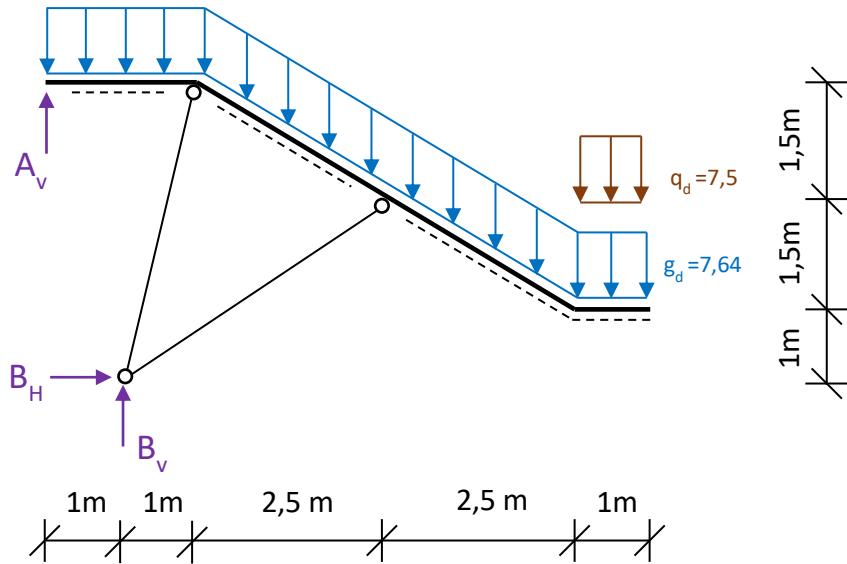
$$\text{Gesamtlänge} = 2\text{m} + \sqrt{5^2 + 3^2} \text{ m} + 1\text{m} = 8,83\text{m}$$

$$g_k = \frac{\text{Gesamtgewicht}}{\text{Gesamtlänge}} = \frac{50 \text{ kN}}{8,83 \text{ m}} = 5,66 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Bemessungslasten:

$$g_d = g_k \cdot \gamma_g = 5,66 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1,35 = 7,64 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_d = q_k \cdot \gamma_q = 5,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 1,5 = 7,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



Auflagerkräfte:

$$\sum M_b = 0 = -A_v \cdot 1m + 7,64 \frac{kN}{m} \cdot 2m \cdot 0m - 7,64 \frac{kN}{m} \cdot 5,83m \cdot 3,5m - 7,64 \frac{kN}{m} \cdot 1m \cdot 6,5m - 7,5 \frac{kN}{m} \cdot 1m \cdot 6,5m$$

$$\Leftrightarrow A_v = -254,3 \text{ kN}$$

$$\sum F_z \downarrow = 0 = -A_v - B_v + 7,64 \frac{kN}{m} \cdot 2m + 7,64 \frac{kN}{m} \cdot 5,83m + 7,64 \frac{kN}{m} \cdot 1m + 7,5 \frac{kN}{m} \cdot 1m$$

$$\Leftrightarrow B_v = -(-254,3) + 74,96kN = 329,3 \text{ kN}$$

$$B_H = 0 \text{ kN}$$

Stabkräfte:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{4}{1}\right) = 75,96^\circ$$

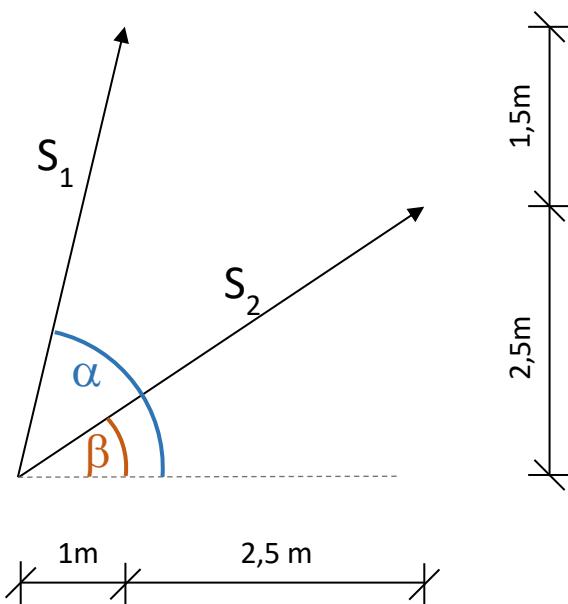
$$\beta = \arctan\left(\frac{2,5}{3,5}\right) = 35,54^\circ$$

$$S_{1x} = \cos(75,96) \cdot S_1$$

$$S_{1z} = \sin(75,96) \cdot S_1$$

$$S_{2x} = \cos(35,54) \cdot S_2$$

$$S_{2z} = \sin(35,54) \cdot S_2$$



Kraftsystem an Auflager B:

$$\sum F_z \downarrow = 0 = -S_{1z} - S_{2z} - B_v$$

$$\Leftrightarrow 329,3 = -S_{1z} - S_{2z}$$

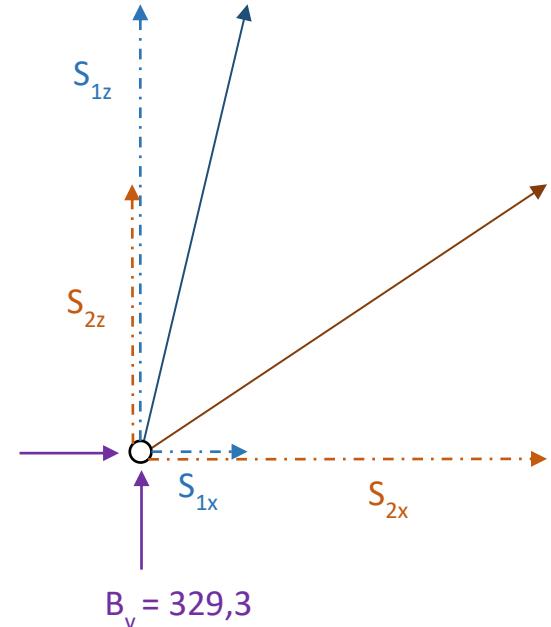
$$\Leftrightarrow 329,3 = -S_1 \cdot \sin(75,96) - S_2 \cdot \sin(35,54)$$

$$\sum F_x \rightarrow = 0 = S_{1x} + S_{2x}$$

$$\Leftrightarrow S_{1x} = -S_{2x}$$

$$\Leftrightarrow S_1 \cdot \cos(75,96) = -S_2 \cdot \cos(35,54)$$

$$\Leftrightarrow S_1 = -S_2 \cdot \frac{\cos(35,54)}{\cos(75,96)}$$



Gleichungen einsetzen:

$$\Rightarrow 329,3 = -\left(-S_2 \cdot \frac{\cos(35,54)}{\cos(75,96)}\right) \cdot \sin(75,96) - S_2 \cdot \sin(35,54)$$

$$\Leftrightarrow S_2 = \frac{329,3}{\frac{\cos(35,54)}{\cos(75,96)} \cdot \sin(75,96) - \sin(35,54)} = 123,2 \text{ kN}$$

$$S_{2x} = \cos(35,54) \cdot 123,2 = 100,2 \text{ kN}$$

$$S_{2z} = \sin(35,54) \cdot 123,2 = 71,6 \text{ kN}$$

Stäbe können nur Normalkräfte aufnehmen

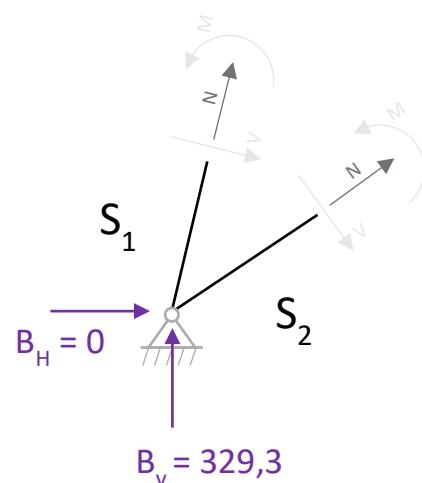
Stabkraft S_1 :

$$S_{1x} = -S_{2x} = -100,2 \text{ kN}$$

$$S_{1x} = \cos(75,96) \cdot S_1 \Leftrightarrow S_1 = \frac{S_{1x}}{\cos(75,96)}$$

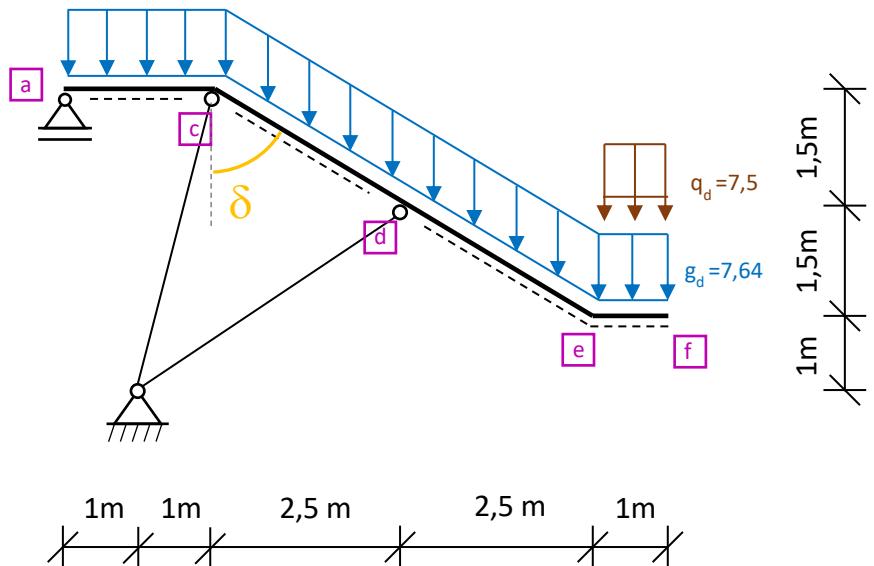
$$\Leftrightarrow S_1 = \frac{-100,2}{\cos(75,96)} = -413,0 \text{ kN}$$

$$S_{1z} = \sin(75,96) \cdot -413 = -400,7 \text{ kN}$$

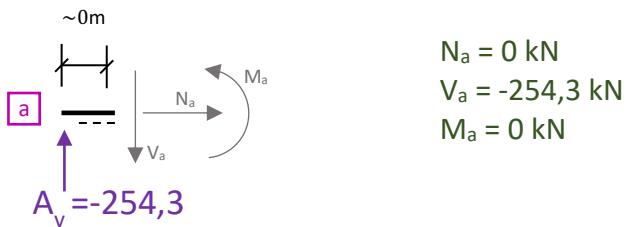


Schnittgrößen

$$\delta = \arctan\left(\frac{5}{3}\right) = 59,04^\circ$$

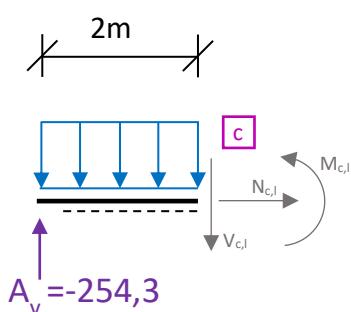


Rechts von Auflager A:



$$\begin{aligned} N_a &= 0 \text{ kN} \\ V_a &= -254,3 \text{ kN} \\ M_a &= 0 \text{ kN} \end{aligned}$$

Links von Punkt c:

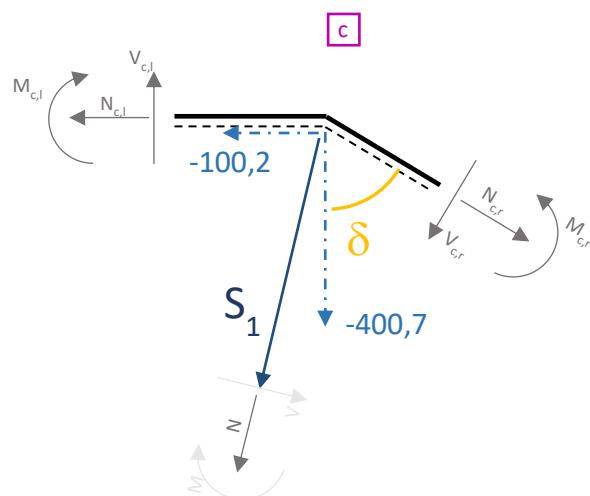


$$N_{c,l} = 0 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_z &= 0 = +V_{c,l} - (-254,3) + 7,64 \cdot 2m \\ \Leftrightarrow V_{c,l} &= -254,3 - 7,64 \cdot 2m = -269,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_c &= 0 = +M_{c,l} - (-254,3) \cdot 2m + 7,64 \cdot 2m \cdot 1m \\ \Leftrightarrow M_{c,l} &= -254,3 \cdot 2m - 7,64 \cdot 2m \cdot 1m = -523,9 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Rechts von Punkt c:

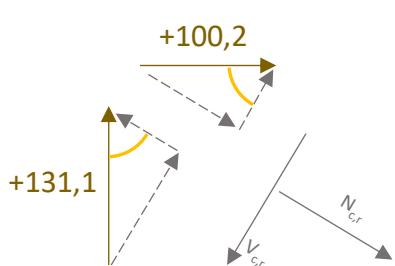


1. Kräfte zusammenfassen:

$$\left. \begin{array}{l} S_{1z} = -400,7 \\ V_{c,I} = -269,6 \end{array} \right\} +131,1$$

$$\left. \begin{array}{l} N_{c,I} = 0 \\ S_{1x} = -100,2 \end{array} \right\} -100,2$$

2. Kräfte zerlegen:

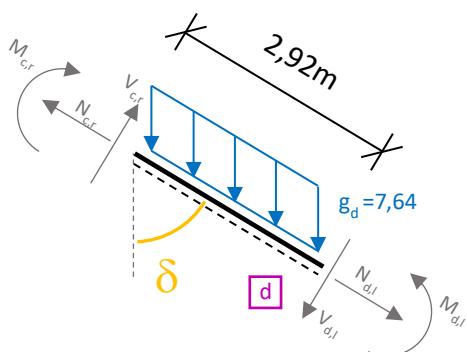


$$N_{c,r} = -100,2 \cdot \sin(59,04) + 131,1 \cdot \cos(59,04) = -18,4 \text{ kN}$$

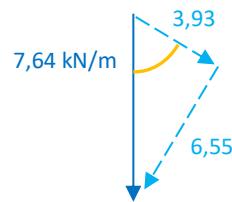
$$V_{c,r} = 100,2 \cdot \cos(59,04) + 131,1 \cdot \sin(59,04) = 164,0 \text{ kN}$$

$$M_{c,r} = M_{c,I} = -523,9 \text{ kNm}$$

Links von Punkt d:



Gleichstreckenlast zerlegt:

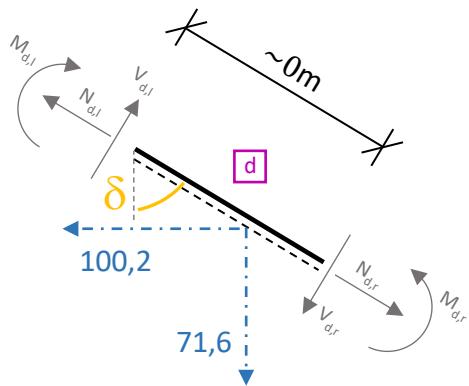


$$N_{d,I} = -18,4 - 3,93 \cdot 2,92m = -29,9 \text{ kN}$$

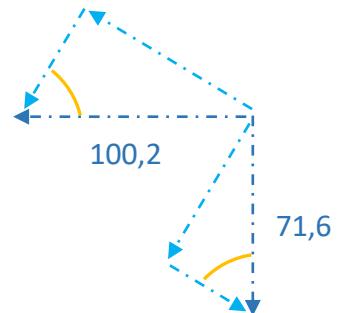
$$V_{d,I} = 164,0 - 6,55 \cdot 2,92m = 144,9 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \sum M_d = 0 &= M_{d,I} - (-523,9) - 164,0 \cdot 2,92m + 6,55 \cdot 2,92m \cdot (2,92m \cdot 0,5) \\ \Leftrightarrow M_{d,I} &= -523,9 + 164,0 \cdot 2,92m - 6,55 \cdot 2,92m \cdot 2,92m \cdot 0,5 = -72,9 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Rechts von Punkt d:



Stabkräfte zerlegen:

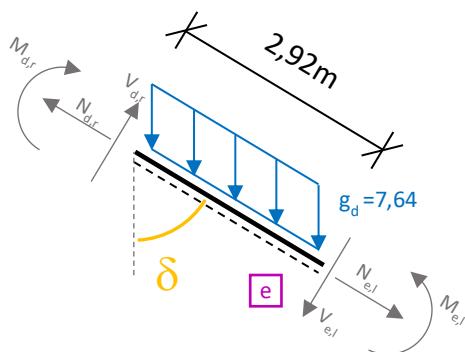


$$N_{d,r} = -29,9 + 100,2 \cdot \sin(59,04) - 71,6 \cdot \cos(59,04) = 19,2 \text{ kN}$$

$$V_{d,r} = 144,9 - 100,2 \cdot \cos(59,04) - 71,6 \cdot \sin(59,04) = 32,0 \text{ kN}$$

$$M_{d,r} = M_{d,l} = -72,9 \text{ kNm}$$

Links von Punkt e:

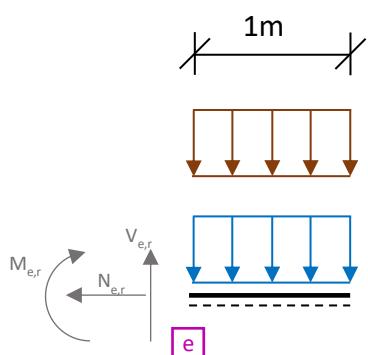


$$N_{e,l} = 19,2 - 3,93 \cdot 2,92m = 7,7 \text{ kN}$$

$$V_{e,l} = 32,0 - 6,55 \cdot 2,92m = 21,6 \text{ kN}$$

$$M_{e,l} = -72,9 + 32,0 \cdot 2,92m - 6,55 \cdot 2,92m \cdot 2,92m \cdot 0,5 = -7,4 \text{ kNm}$$

Rechts von Punkt e:



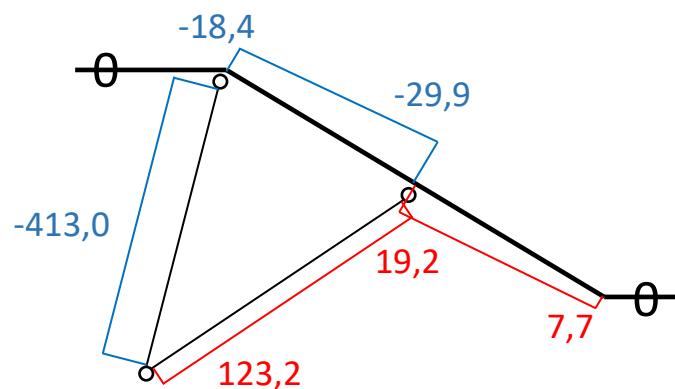
$$N_{e,r} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{e,r} = 7,5 \cdot 1\text{m} + 7,64 \cdot 1\text{m} = 15,1 \text{ kN}$$

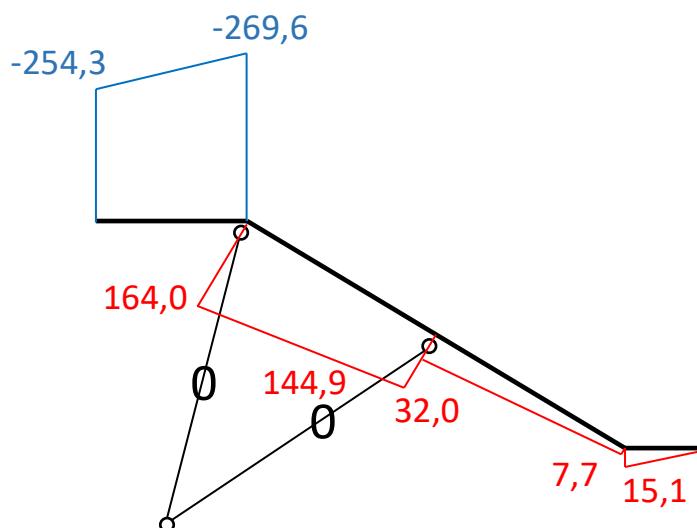
$$M_{e,r} = -7,5 \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot 0,5 - 7,64 \cdot 1\text{m} \cdot 1\text{m} \cdot 0,5 = -7,6 \text{ kNm} (\approx -7,4 \text{ kNm})$$

Schnittkraftverläufe:

N [kN]



V [kN]



M[kNm]

