

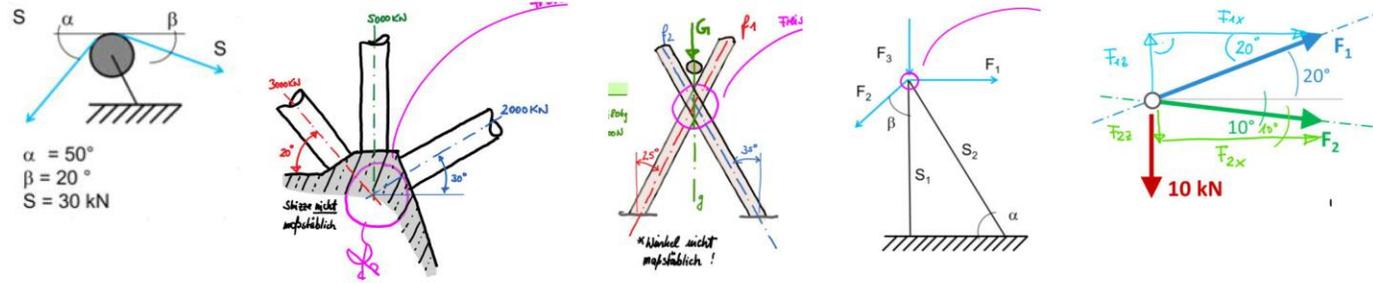
# Mechanik und Tragkonstruktion

Verformungen/  
Dimensionierung

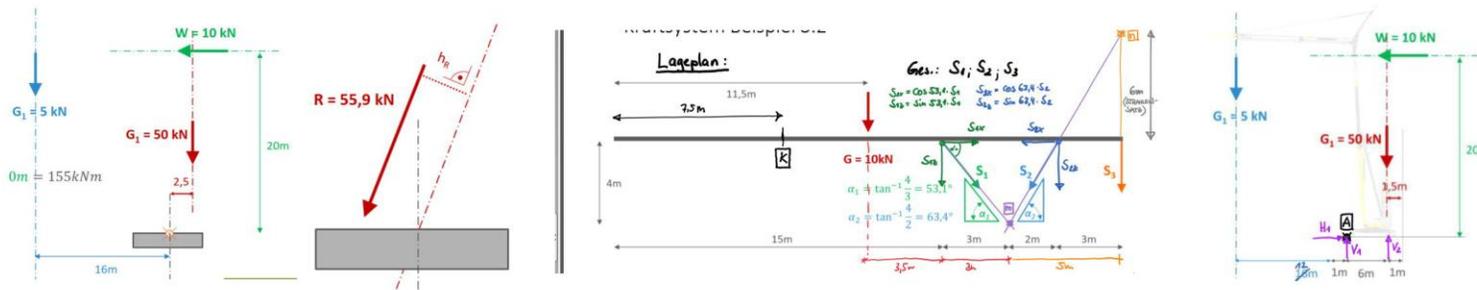
# Inhalt Mechanik und Tragkonstruktion

1. Grundbegriffe/Herangehensweise an eine Planungsaufgabe/Beanspruchungen
2. Zentrales Kraftsystem
3. Allgemeines Kraftsystem
4. Tragwerke/Lasten
5. Biegeträger – Schnittkräfte
6. Festigkeitslehre – Querschnittskennwerte, Berechnung von Spannungen, Verformungen, Dimensionierung
7. **Wiederholung**

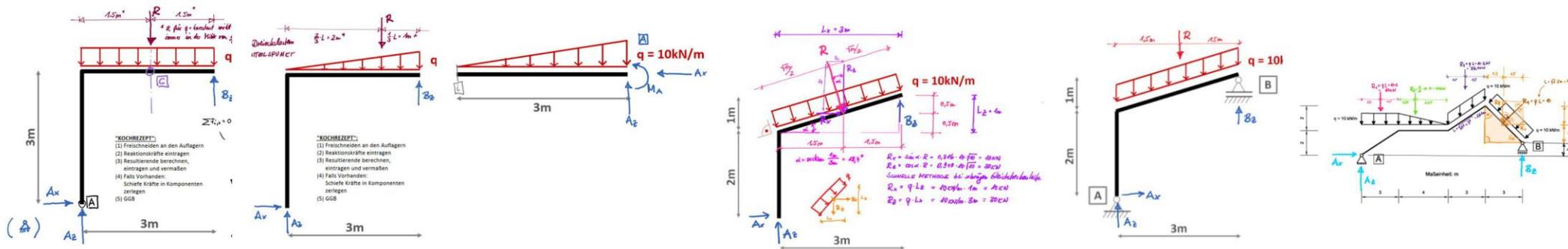
# Zentrales Kraftsystem: Resultierende + Gleichgewicht



# Allgemeines Kraftsystem: Resultierende + Gleichgewicht

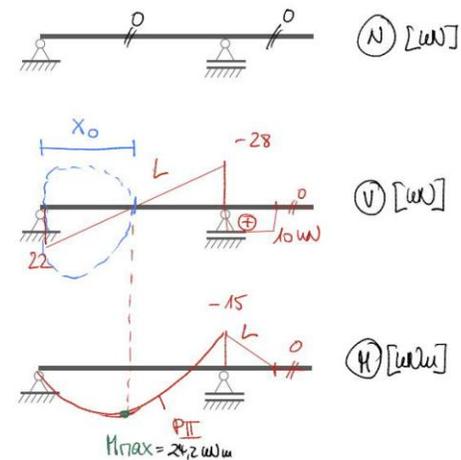
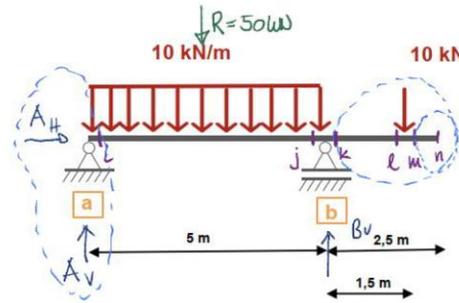
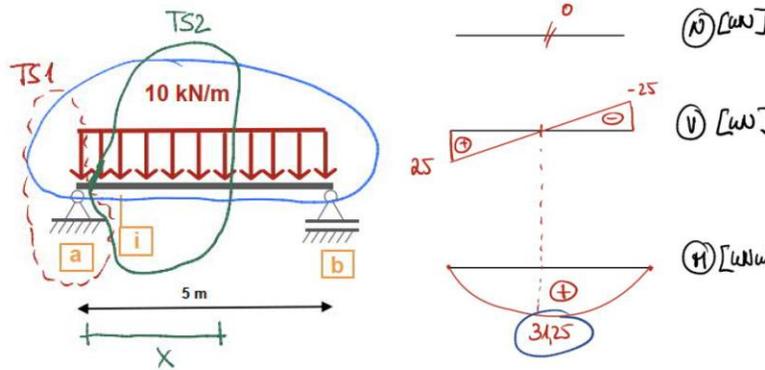
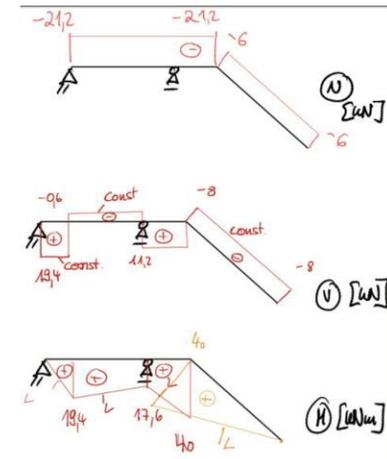
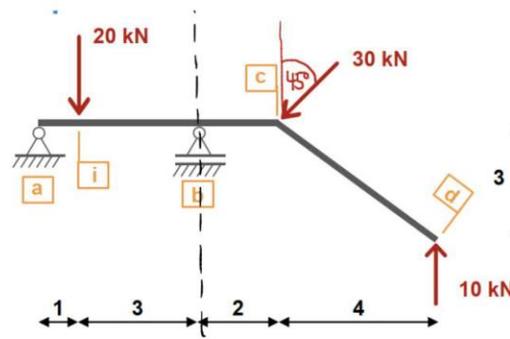
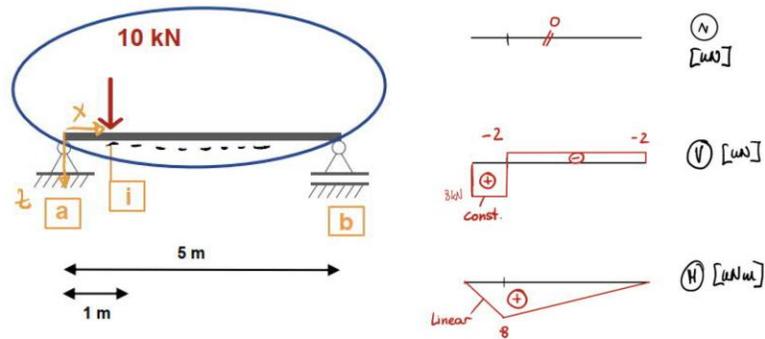


# Anlagen und Lasten, Gleichgewichtsbedingungen

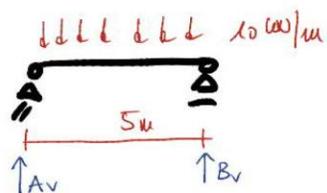


# Biegeträger: $N$ -, $V$ -, $M$ -Verläufe bestimmen

(Durch Berechnung)



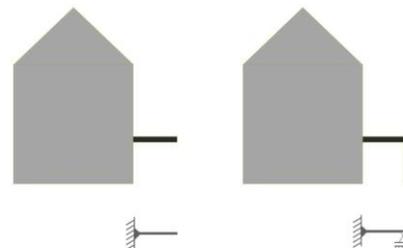
# Biegeträger: Auflager, V-, M-Verläufe bestimmen (Durch Tabellen)



Formeln für Schnitt- und Verformungsgrößen

1.1.1 Träger auf zwei Stützen,  $q = \text{const}$

Stützweite	Stützabstände	Stützreaktionen	Max. Biegemoment	Max. Querkraft	Max. Durchlenkung
$l$	$l/2$	$A = B = \frac{ql}{2}$	$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$	$Q_{max} = \frac{ql}{2}$	$f_{max} = \frac{ql^4}{8EI}$



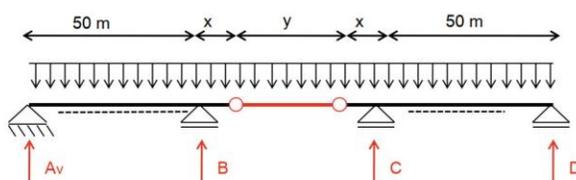
Beispiel:  
Balken mit zusätzlicher Stütze

1.1.1.1 Beispielsystem

Stützweite	Stützabstände	Stützreaktionen	Max. Biegemoment	Max. Querkraft	Max. Durchlenkung
$l$	$l/2$	$A = \frac{ql}{2}, B = \frac{ql}{2}$	$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$	$Q_{max} = \frac{ql}{2}$	$f_{max} = \frac{ql^4}{8EI}$

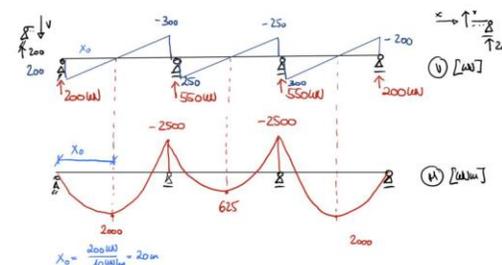
1.1.1.2 Beispielsystem

Stützweite	Stützabstände	Stützreaktionen	Max. Biegemoment	Max. Querkraft	Max. Durchlenkung
$l$	$l/2$	$A = \frac{ql}{2}, B = \frac{ql}{2}$	$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$	$Q_{max} = \frac{ql}{2}$	$f_{max} = \frac{ql^4}{8EI}$



1.3 Gelenkträger (Gerberträger) mit Streckenlast q

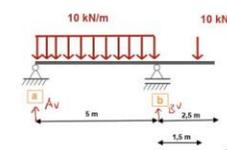
Stützweite	Stützabstände	Stützreaktionen	Max. Biegemoment	Max. Querkraft	Max. Durchlenkung
$l$	$l/2$	$A = 0,414ql, B = 1,172ql$	$M_1 = 0,0858ql^2, M_2 = -0,0858ql^2$	$f_1 = \frac{ql^4}{130EI}$	
$l$	$l/2$	$A = 0,414ql, B = 1,086ql$	$M_1 = 0,0858ql^2, M_2 = -0,0858ql^2$	$f_1 = \frac{ql^4}{130EI}$	
$l$	$l/2$	$A = 0,438ql, B = 1,063ql$	$M_1 = 0,09957ql^2, M_2 = -0,0625ql^2$	$f_1 = \frac{ql^4}{130EI}$	
$l$	$l/2$	$A = 0,414ql, B = 1,086ql$	$M_1 = 0,0858ql^2, M_2 = -0,0858ql^2$	$f_1 = \frac{ql^4}{130EI}$	
$l$	$l/2$	$A = 0,438ql, B = 1,063ql, C = 1,000ql$	$M_1 = 0,09957ql^2, M_2 = -0,0625ql^2, M_3 = -0,0625ql^2$	$f_1 = \frac{ql^4}{110EI}$	



## Überlagerung von Ergebnissen für unterschiedliche Lasten

Beispiel:

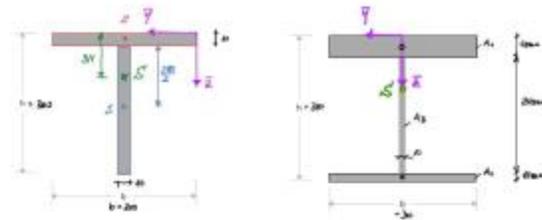
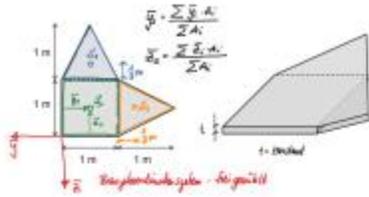
Wiederholung heute



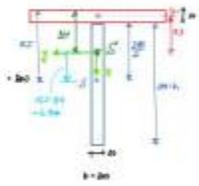
1.1.1 Träger auf zwei Stützen mit Krüger

Stützweite	Stützabstände	Stützreaktionen	Max. Biegemoment	Max. Querkraft	Max. Durchlenkung
$l$	$l/2$	$A = \frac{ql}{2}, B = \frac{ql}{2}$	$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$	$Q_{max} = \frac{ql}{2}$	$f_{max} = \frac{ql^4}{8EI}$

# Schwerpunkt berechnen



# Flächenträgheitsmoment / Widerstandsmoment berechnen



$$I_y = \sum (I_{y_i} + A_i \cdot d_i^2)$$

$$I_y = \frac{20 \cdot 20^3}{12} + 20 \cdot 20 \cdot 10^2 + \frac{20 \cdot 20^3}{12} + 20 \cdot 20 \cdot 10^2 = 4667 \text{ cm}^4$$

$$I_x = \sum (I_{x_i} + A_i \cdot d_i^2)$$

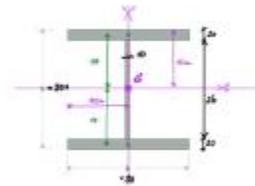
$$I_x = \frac{20 \cdot 20^3}{12} + 20 \cdot 20 \cdot 10^2 + \frac{20 \cdot 20^3}{12} + 20 \cdot 20 \cdot 10^2 = 6667 \text{ cm}^4$$

$$W_y = \frac{I_y}{z_{max}} = \frac{4667}{20} = 233.35 \text{ cm}^3$$

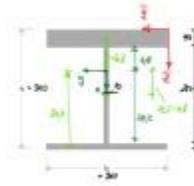
$$W_x = \frac{I_x}{z_{max}} = \frac{6667}{20} = 333.35 \text{ cm}^3$$

$$I_{y, \square} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_{x, \square} = \frac{b^3 \cdot h}{12}$$



$$I_y = 2 \cdot \left[ \frac{20^4}{12} + 20 \cdot 10^2 \right] + \frac{20^4}{12} = 28220 \text{ cm}^4$$

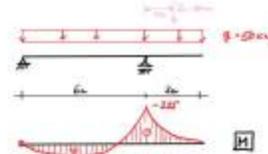


$$\bar{y}_G = \frac{40 \cdot 20 + 20 \cdot 40 + 20 \cdot 20}{40 \cdot 20 + 20 \cdot 40 + 20 \cdot 20} = 10 \text{ cm}$$

$$I_y = \frac{40^3 \cdot 20}{12} + 40 \cdot 20 \cdot 10^2 + \frac{20^3 \cdot 40}{12} + 20 \cdot 40 \cdot 10^2 + \frac{20^3 \cdot 20}{12} + 20 \cdot 20 \cdot 10^2 = 28220 \text{ cm}^4$$

$$W_y = \frac{28220}{20} = 1411 \text{ cm}^3$$

# Bemessung über zulässige Spannung $\sigma = \frac{M}{W} + \frac{N}{A}$



Gen: I mit max.  $\sigma = 200 \text{ MPa}$   
 $\sigma_{zul} = \sigma_{st} = 200 \text{ MPa}$

$$W_y = \frac{M_{max}}{\sigma_{zul}} = \frac{200 \text{ kNm}}{200 \text{ MPa}} = \frac{200000 \text{ Nm}}{200 \text{ N/mm}^2} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$W_y = \frac{I_y}{z_{max}} \Rightarrow I_y = W_y \cdot z_{max} = 1000 \cdot 10 = 10000 \text{ cm}^4$$

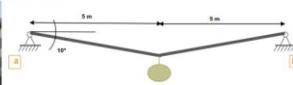
$$I_y = 2 \cdot \left( \frac{20^4}{12} + 20 \cdot 10^2 \right) + \frac{(20 - 2t)^3 \cdot 20}{12}$$

$$t_f = 1.5 \text{ cm} \Rightarrow I_y = 10000 \text{ cm}^4$$

# Bemessung über zulässige Spannung $\sigma = \frac{M}{W} + \frac{N}{A}$

# Verformung infolge Normalkraft / Temperatur

Längsdehnung infolge Normalkraft



Aufhängungssseil:  
 A = 3,04 cm<sup>2</sup> (Drahtseil d = 2,5 mm)  
 EA = 160.000 N/mm<sup>2</sup>  
 α<sub>t</sub> = 12 e-6 /K  
 G<sub>Leuchte</sub> = 0,1 kN

$$A = 3,04 \text{ cm}^2 \Rightarrow d = 2,5 \text{ mm}$$

$$S = 9,75 \text{ kN} \Rightarrow S_{\text{Seil}} = 1,94 \text{ kN} \quad G = \frac{S}{A} = \frac{1,94 \text{ kN}}{3,04 \text{ cm}^2} = 0,64 \text{ kN/cm}^2$$

$$h = \cos 40^\circ \cdot 9 = 6,92 \text{ m} \quad G_{\text{Seil}} = 1,94 \text{ kN/m} \Rightarrow G = 0,64 \text{ kN/cm}^2$$

$$d = 0,5 \text{ cm} \Rightarrow A = 0,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi \cdot 62\% = 0,121 \text{ cm}^2$$

$$G = \frac{1,94 \text{ kN}}{0,121 \text{ cm}^2} = 16,03 \text{ kN/cm}^2 = 16,03 \text{ kN/mm}^2$$

Füllfaktor = 8,5%

$$\Delta l = \epsilon \cdot l = \frac{N}{EA} \cdot l = \frac{N}{EA} (5,077 \text{ m} - \Delta l)$$

Normalkraft ursprüngliche Länge vor Belastung

$$\Delta l + \Delta l \frac{EA}{N} = \frac{N}{EA} \cdot 5,077 \text{ m} \quad \epsilon = 7,94 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta l = \frac{1,94 \text{ kN}}{17936 \text{ kN}} \cdot 5,077 \text{ m} = 5,477 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5,477 \text{ mm}$$

Längsdehnung infolge Temperaturdehnung

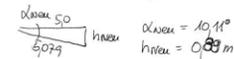


Aufhängungstemperatur 0°C  
 höchste Temperatur 40°C  
 ΔT = 40K

Aufhängungssseil:  
 A = 3,04 cm<sup>2</sup> (Drahtseil d = 2,5 mm)  
 EA = 160.000 N/mm<sup>2</sup>  
 α<sub>t</sub> = 12 e-6 /K  
 G<sub>Leuchte</sub> = 0,1 kN

$$\Delta l = \alpha_t \cdot T \cdot l = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 5,077 \text{ m} = 2,43 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$l_{\text{neu}} = 5,077 \text{ m} + 0,00243 \text{ m} = 5,079 \text{ m}$$

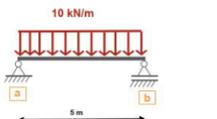


α<sub>neu</sub> = 10,11°  
 h<sub>neu</sub> = 0,89 m  
 Δh = 1 cm gegenüber Aufhängepunkt!

# Verformungs-Bestimmung mit Tabelle /zul. Verformung

# Dimensionierung über Spannung / Verformung

Beispiel:  
 Einfeldträger mit Streckenlast



Stahlträger HEA 180  
 E = 210.000 N/mm<sup>2</sup> = 21.000 kN/cm<sup>2</sup>  
 I<sub>y</sub> = 2510 cm<sup>4</sup>  
 E<sub>T</sub> = 21.000 · 2510 = 52.710.000 kN/cm<sup>2</sup>  
 = 52.710.000 kN/cm<sup>2</sup>

$$w = \frac{5}{384} \cdot q \cdot l^4 \cdot \frac{1}{EI} = \frac{5}{384} \cdot 10 \cdot 5^4 \cdot \frac{1}{52.710.000} = 0,045 \text{ m} < 0,06 \text{ m}$$

$$w_{\text{zul}} = \frac{l}{300} = \frac{500 \text{ cm}}{300} = 1,66 \text{ cm}$$

EF = 10000	Aufgabenstellung	Minimale	Benötigte
1	1.1.1 Träger auf zwei Stützen	max M	max w
2	1.1.2 Träger auf drei Stützen	max M	max w
3	1.1.3 Träger auf vier Stützen	max M	max w
4	1.1.4 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
5	1.1.5 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
6	1.1.6 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
7	1.1.7 Kragträger	max M	max w
8	1.1.8 Kragträger	max M	max w
9	1.1.9 Kragträger	max M	max w
10	1.1.10 Kragträger	max M	max w
11	1.1.11 Kragträger	max M	max w
12	1.1.12 Kragträger	max M	max w
13	1.1.13 Kragträger	max M	max w
14	1.1.14 Kragträger	max M	max w
15	1.1.15 Kragträger	max M	max w
16	1.1.16 Kragträger	max M	max w
17	1.1.17 Kragträger	max M	max w
18	1.1.18 Kragträger	max M	max w
19	1.1.19 Kragträger	max M	max w
20	1.1.20 Kragträger	max M	max w

Beispiel 1:  
 Verformung in Feldmitte max w = 2 cm  
 Stahl:  
 E = 210.000 N/mm<sup>2</sup>  
 zul. Spannung σ = 21,8 N/mm<sup>2</sup>

$$w = \frac{1}{EI} \left( \frac{q \cdot l^4}{64} - \frac{F \cdot a \cdot l^2}{4} \right) < 2 \text{ cm}$$

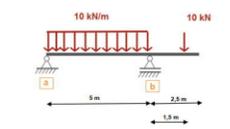
$$EI > \frac{1}{0,02 \text{ m}} \left[ \frac{10 \text{ kN/m} \cdot 5^4 \text{ m}^4}{64} - 10 \text{ kN} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 5^2 \text{ m}^2 \right]$$

$$EI > \frac{1}{0,02} [81,58 - 23,44] = 28970,404 \text{ kNcm}^2$$

$$I > \frac{28.970,404 \text{ kNcm}^2}{21.000 \text{ N/mm}^2} = 1379 \text{ cm}^4$$

siehe Tabelle I<sub>y</sub> > 110 cm<sup>4</sup>  
 → mögliche Querschnitte IPE 200 oder HEA 100

EF = 10000	Aufgabenstellung	Minimale	Benötigte
1	1.1.1 Träger auf zwei Stützen	max M	max w
2	1.1.2 Träger auf drei Stützen	max M	max w
3	1.1.3 Träger auf vier Stützen	max M	max w
4	1.1.4 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
5	1.1.5 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
6	1.1.6 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
7	1.1.7 Kragträger	max M	max w
8	1.1.8 Kragträger	max M	max w
9	1.1.9 Kragträger	max M	max w
10	1.1.10 Kragträger	max M	max w
11	1.1.11 Kragträger	max M	max w
12	1.1.12 Kragträger	max M	max w
13	1.1.13 Kragträger	max M	max w
14	1.1.14 Kragträger	max M	max w
15	1.1.15 Kragträger	max M	max w
16	1.1.16 Kragträger	max M	max w
17	1.1.17 Kragträger	max M	max w
18	1.1.18 Kragträger	max M	max w
19	1.1.19 Kragträger	max M	max w
20	1.1.20 Kragträger	max M	max w



Beispiel 2 a: Kragträger  
 Verformung in Feldmitte max w = 2 cm  
 Zul. Spannung σ = 21,8 N/mm<sup>2</sup>

Stahl:  
 E = 210.000 N/mm<sup>2</sup>  
 zul. Spannung σ = 21,8 N/mm<sup>2</sup>

$$G = \frac{M}{W} < \sigma_{\text{zul}}$$

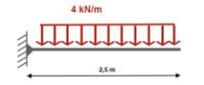
$$W > \frac{M}{\sigma_{\text{zul}}} = \frac{q \cdot l^2 \cdot l}{24 \cdot \sigma_{\text{zul}}} = \frac{4 \text{ kN/m} \cdot 2,5^2 \text{ m}^3}{24 \cdot 21,8 \text{ N/mm}^2} = 57,34 \text{ cm}^3$$

$$W = \frac{q \cdot l^3}{8 \cdot \sigma_{\text{zul}}} \cdot \frac{1}{8} = \frac{4 \text{ kN/m} \cdot 2,5^3 \text{ m}^3}{8 \cdot 21,8 \text{ N/mm}^2} = 97,65625 \text{ kNcm}^2$$

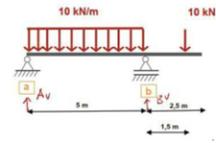
$$I > \frac{97,65625 \text{ kNcm}^2}{21000} = 4,65 \text{ cm}^4$$

→ gew. IPE 140 oder HEA 100

EF = 10000	Aufgabenstellung	Minimale	Benötigte
1	1.1.1 Träger auf zwei Stützen	max M	max w
2	1.1.2 Träger auf drei Stützen	max M	max w
3	1.1.3 Träger auf vier Stützen	max M	max w
4	1.1.4 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
5	1.1.5 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
6	1.1.6 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
7	1.1.7 Kragträger	max M	max w
8	1.1.8 Kragträger	max M	max w
9	1.1.9 Kragträger	max M	max w
10	1.1.10 Kragträger	max M	max w
11	1.1.11 Kragträger	max M	max w
12	1.1.12 Kragträger	max M	max w
13	1.1.13 Kragträger	max M	max w
14	1.1.14 Kragträger	max M	max w
15	1.1.15 Kragträger	max M	max w
16	1.1.16 Kragträger	max M	max w
17	1.1.17 Kragträger	max M	max w
18	1.1.18 Kragträger	max M	max w
19	1.1.19 Kragträger	max M	max w
20	1.1.20 Kragträger	max M	max w



Beispiel:  
 Wiederholung heute



EF = 10000	Aufgabenstellung	Minimale	Benötigte
1	1.1.1 Träger auf zwei Stützen	max M	max w
2	1.1.2 Träger auf drei Stützen	max M	max w
3	1.1.3 Träger auf vier Stützen	max M	max w
4	1.1.4 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
5	1.1.5 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
6	1.1.6 Träger auf zwei Stützen mit Krümmung	max M	max w
7	1.1.7 Kragträger	max M	max w
8	1.1.8 Kragträger	max M	max w
9	1.1.9 Kragträger	max M	max w
10	1.1.10 Kragträger	max M	max w
11	1.1.11 Kragträger	max M	max w
12	1.1.12 Kragträger	max M	max w
13	1.1.13 Kragträger	max M	max w
14	1.1.14 Kragträger	max M	max w
15	1.1.15 Kragträger	max M	max w
16	1.1.16 Kragträger	max M	max w
17	1.1.17 Kragträger	max M	max w
18	1.1.18 Kragträger	max M	max w
19	1.1.19 Kragträger	max M	max w
20	1.1.20 Kragträger	max M	max w

# Stahlbeton-Vorbemessung für Rechteckquerschnitte VORLAGE

① Einwirkendes Moment:  $M_{sd}$  bestimmen =  $M_g \cdot 1,35 + M_q \cdot 1,5$   
Eigenmoment, Verkehr, Wind, Schnee

Schnittsicherheitslastseite:  $M_g = 1,35$   $M_q = 1,5$   
zusätzlich berücksichtigen

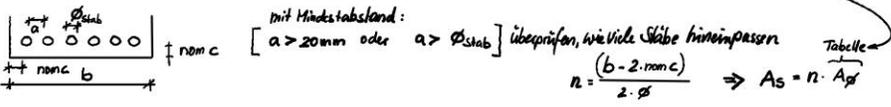
② Querschnitt als  $\square$  vorgeben:  $b = \dots$   $h = \dots$   
größer =  $b \cdot h \cdot 25 \frac{cm^2}{m^2}$

③ Innerer Hebelarm:  $z = \alpha_s \cdot d = \alpha_s \cdot (h - \text{Betondeckung})$   
(Betondeckung wird vorgegeben)

$d = h - \text{nom } c$

④ Bewehrung auf Zugseite vorgeben

8 mm	10 mm	12 mm	14 mm	16 mm	20 mm	25 mm	28 mm
0,50 cm <sup>2</sup>	0,79 cm <sup>2</sup>	1,13 cm <sup>2</sup>	1,54 cm <sup>2</sup>	2,01 cm <sup>2</sup>	3,14 cm <sup>2</sup>	4,91 cm <sup>2</sup>	6,16 cm <sup>2</sup>



⑤  $F_{sd}$  berechnen:  $F_{sd} = A_s \cdot f_{yd} = A_s \cdot \frac{500 N/cm^2}{1,15}$

⑥  $M_{red} = F_{sd} \cdot z$   
 $100\% \geq \frac{M_{sd}}{M_{red}} \geq 80\% \checkmark \rightarrow \textcircled{7}$

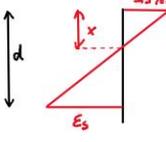
$\frac{M_{sd}}{M_{red}} < 80\%$  unwirtschaftlich  $\rightarrow$  ② Querschnitt verkleinern / Stahlmenge verringern

$\frac{M_{sd}}{M_{red}} > 100\%$  unsicher  $\rightarrow$  ② Querschnitt vergrößern / Stahlmenge vergrößern

⑦ Vorgabe Betonfestigkeit  $f_{ck}$

⑧ Betondruckzone berechnen  
 $f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,5}$   $F_{cd} = 0,95 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h_b$  mit  $F_{cd} \stackrel{!}{=} F_{sd} \Rightarrow h_b = \frac{F_{sd}}{0,95 \cdot f_{cd} \cdot b}$  Höhe der Betondruckzone:  $x = \frac{h_b}{0,8}$

⑨ Stahldehnung bestimmen  
[rechnerisch Stahlstrecke, zeichnerisch maßstäblich]

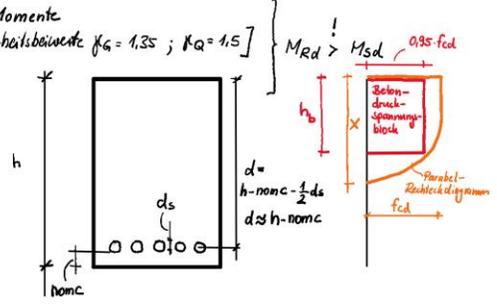


$2,18\% \leq \epsilon_s \leq 25\% \checkmark \rightarrow \textcircled{10}$   
 $2,18\% > \epsilon_s$  unwirtschaftlich  $\rightarrow$  ② Querschnitt verkleinern oder  $\rightarrow$  ④ Stahl reduzieren  
 $\epsilon_s > 25\%$  unsicher  $\rightarrow$  ② Querschnitt vergrößern oder  $\rightarrow$  ④ Stahl erhöhen

⑩ Innerer Hebelarm:  
 $z = d - \frac{1}{2} h_b$   $\begin{cases} z \geq 0,95 \cdot z_{aus} \textcircled{8} \checkmark \\ z < 0,95 \cdot z_{aus} \textcircled{8} \rightarrow \textcircled{2} \text{ Querschnitt vergrößern} \end{cases}$

## Begriffe:

- $M_{sd}$ : Summe aller einwirkenden Momente  
[d="design": inklusive Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_G = 1,35$ ;  $\gamma_Q = 1,5$ ]
- $M_{red}$ : Aufnehmbares Moment
- nom c: Betondeckung
- h; b: Breite; Höhe Betonguerschnitt
- d: statisch wirksame Höhe
- z: innerer Hebelarm
- x: Betondruckzonenhöhe
- h<sub>b</sub>: Höhe des Rechteck-Spannungsblocks
- f<sub>ck</sub>: Charakteristische Betondruckfestigkeit
- f<sub>cd</sub>: Bemessungs-Betondruckfestigkeit
- F<sub>cd</sub>: Betondruckkraft
- F<sub>sd</sub>: Stahlszugkraft

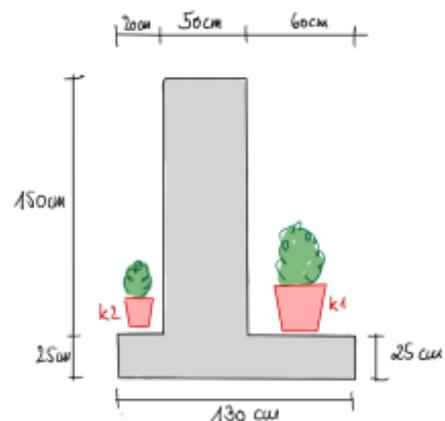


Kenngröße	C16/20	C25/30	C35/45	Festigkeitsklassen												
				C45/55	C50/60	C55/70	C60/80	C70/90	C80/100	C90/110	C100/130	C115/135	C130/150			
1	f <sub>ck</sub>	12 <sup>a</sup>	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	100
2	f <sub>ck, cube</sub>	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	115

# Klausur - Aufbau

### Aufgabe 3 (11 p)

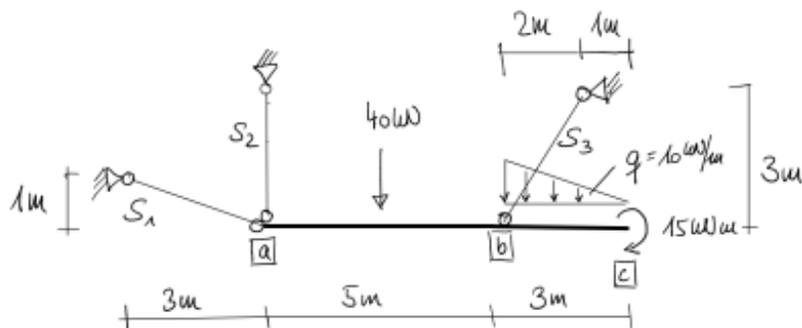
Für die dargestellte Winkelstützmauer mit Auflast (2 Blumenkübel K1 und K2) soll die Lage der resultierenden Gewichtskraft bestimmt werden.



Gewicht des Pflanzkübel: K1 = 500 kg; K2 = 300 kg  
Gewicht der Winkelstützmauer: G = 2150 kg

- Berechnen Sie zunächst die Lage des Schwerpunktes der Winkelstützmauer (grau hinterlegte Fläche).
- Berechnen Sie anschließend die Lage der resultierenden Kraft aus Blumenkübeln und Winkelstützmauer und stellen Sie diese in einer Skizze dar. Die Blumenkübel sind jeweils in der Mitte der Auskragungen platziert.

### Aufgabe 4 (18 p)



Der dargestellte geknickte Stab wird an drei Stäben befestigt. Schneiden Sie den geknickten Stab frei und stellen Sie die Stabkräfte mit der angenommenen Wirkungsrichtung dar. Berechnen Sie die Stabkräfte

Name:		ERGEBNIS: ____ / 99 Punkten
Vorname:		
Mat.-Nr.:		NOTE: ____
Unterschrift:		

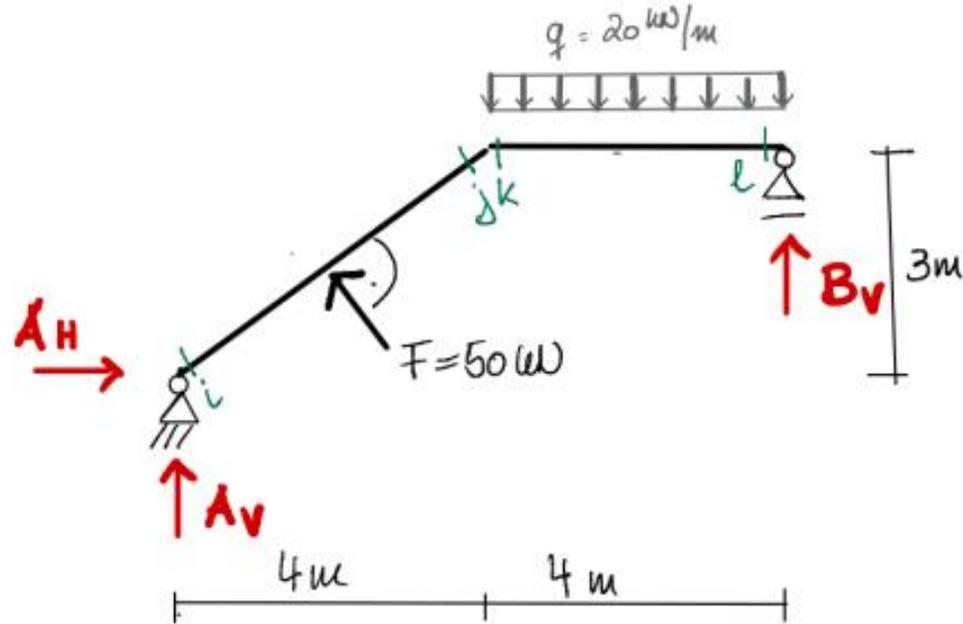
Durch meine obige Unterschrift bestätige ich, dass ich mich gesundheitlich in der Lage fühle, die nachfolgende Prüfung zu bearbeiten.

Ich ermächtige den Prüfer, die Noten durch die Matrikelnummer anonymisiert vor der offiziellen Bekanntmachung durch das Prüfungsamt bekanntzugeben.

### Hinweise:

- Zu Beginn: auf dem Aufgabenblatt Ihren Namen und Matrikelnummer eintragen und selbiges unterschreiben.
- Versehen Sie jedes beschriebene Blatt mit Name und Matrikelnummer.
- Sämtliche Blätter sind ausschließlich einseitig zu beschreiben.
- Benutzen Sie AUSSCHLIEßLICH das ausgeteilte Papier. Versehen Sie jedes beschriebene Blatt mit Name und Matrikelnummer
- Schreiben Sie mit Tinte oder Kugelschreiber - NICHT mit Bleistift. Bleistift darf bei Zeichnungen verwendet werden.
- Zugelassene Hilfsmittel:  
- Formelsammlung inklusive 2 selbst beschriebene Blätter (wird kontrolliert!)  
- Taschenrechner
- Bitte legen Sie am Ende der Klausur Ihre beschriebenen Blätter in die Aufgabenstellung.
- Am Ende der Klausur werden Ihre Arbeiten in derselben Reihenfolge eingesammelt, wie die Aufgabenblätter ausgeteilt wurden. Wenn Sie die Abgabe verzögern, führt dies zu einem Punktabzug von 2 Punkten. Bitte respektieren Sie also die Zeit und die Ansage des Klausurendes.

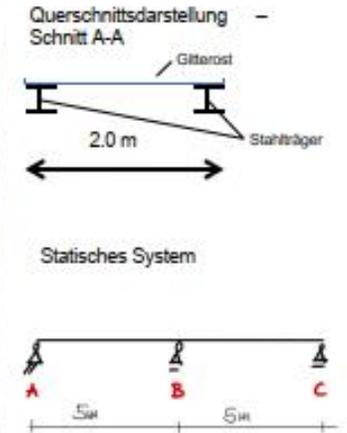
**Aufgabe 1 (49 p)**



Folgendes ist für das dargestellte System zu bearbeiten:

- Bestimmen Sie die Auflagerkräfte
- Bestimmen Sie die Schnittkräfte an den Stellen  $i$ ,  $j$ ,  $k$  und  $l$ . Stellen Sie hierzu jeweils in einer Skizze den betrachteten Teilschnitt dar.
- Stellen Sie die Schnittkraftlinien  $N$ ,  $V$  und  $M$  dar. Berechnen Sie das maximale Moment und dessen Lage.

**Aufgabe 2 (21 p)**



Die dargestellte Fußgängerbrücke spannt über zwei Felder mit je  $5\text{ m}$  Spannweite. Sie besteht aus 2 Stahlträgern, auf denen Gitterroste aufliegen und an denen die Geländer befestigt sind. Der Abstand der Träger beträgt  $2\text{ m}$ . Dies ist auch die anzunehmende Brückenbreite.

Für das dargestellte statische System ist folgendes zu bestimmen:

- Bestimmung der Belastung eines Trägers für eine gleichmäßig verteilte Verkehrslast der Höhe  $5\text{ kN/m}^2$  und eine Gewichtslast des Gitterrostes von  $0,3\text{ kN/m}^2$ . Stellen Sie die Belastung im statischen System dar.
- Bestimmen Sie mit den auf den nächsten Seiten dargestellten Tabellen, die maßgebenden Schnittgrößen des Trägers (maximales Moment; Moment in Brückenmitte)
- Welcher Querschnitt (HEA-Profil, siehe Tabelle nächste Seite) ist erforderlich, um die Spannung infolge des maximalen Biegemomentes aufzunehmen? Zulässige Spannung  $\sigma = 21,8\text{ kN/cm}^2$
- Das Bauunternehmen schlägt vor die Träger in zwei Stücken zu liefern und sie auf dem Mittelaflager nicht zu verbinden. Prüfen Sie, ob für das geänderte statische System der von Ihnen gewählte Querschnitt noch ausreichend ist (Darstellung des statischen Systems, Bestimmung des maximalen Moments, Spannungsnachweis, Verformungsnachweis  $f_{rel} = \text{Spannweite}/300$ )

# 1.4 Durchlaufträger<sup>1)</sup>

## 1.4.1 Durchlaufträger mit gleichen Stützweiten über 2 bis 5 Felder<sup>2)</sup>

	Belastung 1	Belastung 2	Belastung 3	Belastung 4	Belastung 5	Belastung 6
Momente	Tafelwert $\cdot ql^2$			Tafelwert $\cdot Fl$		
Kräfte	Tafelwert $\cdot ql$			Tafelwert $\cdot F$		

Die Feldmomente  $M_1, M_2$  usw. sind die Größtwerte der Feldmomente in den Feldern 1, 2 usw.

Lastfall	Kraftgrößen	Belastung					
		Belastung 1	Belastung 2	Belastung 3	Belastung 4	Belastung 5	Belastung 6
	$M_1$	0,070	0,048	0,056	0,062	0,156	0,222
	$M_2$	-0,125	-0,078	-0,093	-0,106	-0,188	-0,333
	$M_3$	0,375	0,172	0,207	0,244	0,313	0,667
	$M_1$	1,250	0,656	0,786	0,911	1,375	2,667
	$M_2$	-0,625	-0,328	-0,393	-0,456	-0,688	-1,333
	$M_3$	0,096	0,065	0,076	0,085	0,203	0,278
	$M_1$	-0,063	-0,039	-0,047	-0,053	-0,094	-0,167
	$M_2$	0,438	0,211	0,253	0,297	0,406	0,833
	$M_3$	-0,063	-0,039	-0,047	-0,053	-0,094	-0,167
	$M_1$	0,080	0,054	0,064	0,071	0,175	0,244
	$M_2$	0,025	0,021	0,024	0,025	0,100	0,067
	$M_3$	-0,100	-0,063	-0,074	-0,085	-0,150	-0,267
	$M_1$	0,400	0,188	0,226	0,265	0,350	0,733
	$M_2$	1,100	0,563	0,674	0,785	1,150	2,267
	$M_3$	-0,600	-0,313	-0,374	-0,435	-0,650	-1,267
	$M_1$	0,500	0,250	0,300	0,350	0,500	1,000
	$M_2$	0,101	0,068	0,080	0,090	0,213	0,289
	$M_3$	-0,050	-0,032	-0,037	-0,043	-0,075	-0,133
	$M_1$	0,450	0,219	0,263	0,307	0,425	0,867
	$M_2$	0,075	0,052	0,061	0,067	0,175	0,200
	$M_3$	-0,050	-0,032	-0,037	-0,043	-0,075	-0,133
	$M_1$	-0,117	-0,073	-0,087	-0,099	-0,175	-0,311
	$M_2$	-0,033	-0,021	-0,025	-0,029	-0,050	-0,089
	$M_3$	1,200	0,626	0,749	0,871	1,300	2,533
	$M_1$	-0,617	-0,323	-0,387	-0,449	-0,675	-1,311
	$M_2$	0,583	0,303	0,362	0,421	0,625	1,222
	$M_3$	0,017	0,011	0,013	0,015	0,025	0,044
	$M_1$	-0,067	-0,042	-0,050	-0,057	-0,100	-0,178
	$M_2$	0,017	0,011	0,013	0,015	0,025	0,044
	$M_3$	-0,083	-0,053	-0,062	-0,071	-0,125	-0,222
	$M_1$	0,077	0,052	0,062	0,069	0,170	0,238
	$M_2$	0,036	0,028	0,032	0,034	0,116	0,111
	$M_3$	-0,107	-0,067	-0,080	-0,091	-0,161	-0,286
	$M_1$	-0,071	-0,045	-0,053	-0,060	-0,107	-0,190
	$M_2$	0,393	0,183	0,220	0,259	0,339	0,714
	$M_3$	1,143	0,590	0,707	0,822	1,214	2,381
	$M_1$	0,929	0,455	0,546	0,638	0,892	1,810
	$M_2$	-0,607	-0,317	-0,380	-0,441	-0,661	-1,286
	$M_3$	0,536	0,273	0,327	0,381	0,554	1,095
	$M_1$	-0,464	-0,228	-0,273	-0,319	-0,446	-0,905
	$M_2$	0,100	0,067	0,079	0,088	0,210	0,286
	$M_3$	-0,054	-0,034	-0,040	-0,046	-0,080	-0,143
	$M_1$	-0,036	-0,023	-0,027	-0,031	-0,054	-0,095
	$M_2$	0,446	0,217	0,260	0,298	0,420	0,857
	$M_3$	0,080	0,056	0,065	0,071	0,183	0,222
	$M_1$	-0,054	-0,034	-0,040	-0,046	-0,080	-0,143
	$M_2$	-0,036	-0,023	-0,027	-0,031	-0,054	-0,095
	$M_3$	-0,054	-0,034	-0,040	-0,046	-0,080	-0,143

<sup>1)</sup> Ungünstige Laststellung siehe S. 4.20.

<sup>2)</sup> Die folgende Tafel kann auch näherungsweise bei ungleichen Stützweiten verwendet werden, wenn  $\min l > 0,8 \max l$  ist. Die Kraftgrößen an den Innenstützen (Stützmomente; Auflager- und Querkräfte) sind dann mit den Mittelwerten der jeweils benachbarten Stützweiten zu ermitteln.

# Breite I-Träger

## Reihe HE-AA = I PBII

Besonders leichte Ausführung

Mantelfläche U siehe Seite 26

Rechenwerte siehe Seite 35

## Reihe HE-A = I PBI

Leichte Ausführung

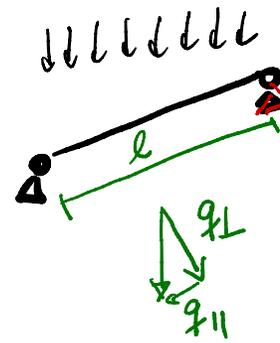
Kurzzeichen	Maße in mm für						A <sub>Steg</sub>	A	G	Für die Biegeachsen						s <sub>y</sub>	Flanschenlöcher nach DIN 997 Ausg. Okt. 1970				
	h	b	t <sub>s</sub>	l <sub>g</sub>	r	h-2c				y-y			z-z				d <sub>1</sub>	w <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>	w <sub>3</sub>	
										I <sub>y</sub>	W <sub>y</sub>	i <sub>y</sub>	I <sub>z</sub>	W <sub>z</sub>	i <sub>z</sub>						
s		t		F		J <sub>x</sub>		W <sub>x</sub>		i <sub>x</sub>		J <sub>y</sub>		W <sub>y</sub>		i <sub>y</sub>		s <sub>x</sub>			
<b>HE-AA I PBII Breite I-Träger, besonders leichte Ausführung, Reihe HE-AA = PBII (nicht genormt)</b>																					
100	91	100	4,2	5,5	12	56	3,60	15,6	12,2	237	52,0	3,89	92,1	18,4	2,43	8,11	13	60	-	-	
120	109	120	4,2	5,5	12	74	4,35	18,6	14,6	413	75,8	4,72	159	26,5	2,93	9,83	17	69	-	-	
140	128	140	4,3	6	12	92	5,25	23,0	18,1	719	112	5,59	275	38,3	3,45	11,6	21	75	-	-	
160	148	160	4,5	7	15	104	6,34	30,4	23,8	1283	173	6,50	479	59,8	3,97	13,5	23	88	-	-	
180	167	180	5	7,5	15	122	7,97	36,5	28,7	1967	236	7,34	730	81,1	4,47	15,2	25	105	-	-	
200	186	200	5,5	8	18	134	9,79	44,1	34,6	2944	317	8,17	1068	107	4,92	17,0	25	115	-	-	
220	205	220	6	8,5	18	152	11,8	51,5	40,4	4170	407	9,00	1510	137	5,42	18,7	25	125	-	-	
240	224	240	6,5	9	21	164	14,0	60,4	47,4	5835	521	9,83	2077	173	5,87	20,5	25	93	35	-	
260	244	260	6,5	9,5	24	177	15,2	69,0	54,1	7981	654	10,8	2788	214	6,38	22,3	25	99	40	-	
280	264	280	7	10	24	196	17,8	78,0	61,2	10560	800	11,6	3664	262	6,85	24,2	25	99	50	-	
300	283	300	7,5	10,5	27	208	20,4	88,9	69,8	13800	976	12,5	4734	316	7,30	25,9	28	112	50	-	
320	301	300	8	11	27	225	23,2	94,6	74,2	16450	1093	13,2	4959	331	7,24	27,5	28	112	50	-	
340	320	300	8,5	11,5	27	243	26,2	101	78,9	19550	1222	13,9	5185	346	7,18	29,1	28	113	50	-	
360	339	300	9	12	27	261	29,4	107	83,7	23040	1359	14,7	5410	361	7,12	30,8	28	113	50	-	
400	378	300	9,5	13	27	298	34,7	116	92,4	31250	1654	16,3	5861	391	7,06	34,3	28	114	50	-	
450	425	300	10,0	13,5	27	344	41,1	127	99,7	41890	1971	18,2	6088	406	6,92	38,4	28	114	50	-	
500	472	300	10,5	14	27	390	48,1	137	107	54640	2315	20,0	6314	421	6,79	42,4	28	115	50	-	
550	522	300	11,5	15	27	438	58,3	153	120	72870	2792	21,8	6767	451	6,65	46,6	28	116	50	-	
600	571	300	12	15,5	27	486	66,7	164	129	91870	3218	23,7	6993	466	6,53	50,7	28	116	50	-	
650	620	300	12,5	16	27	534	75,5	176	138	113900	3676	25,5	7221	481	6,41	54,8	28	117	49	-	
700	670	300	13	17	27	582	84,9	191	150	142700	4260	27,3	7673	512	6,34	59,0	28	117	49	-	
800	770	300	14	18	30	674	105	216	172	208900	5426	30,9	8134	542	6,10	67,1	28	124	46	-	
900	870	300	15	20	30	770	127	252	198	301100	6923	34,6	9041	603	5,99	75,3	28	125	45	-	
1000	970	300	16	21	30	868	152	282	222	406500	8380	38,0	9501	633	5,80	83,2	28	126	45	-	
<b>HE-A I PBI Breite I-Träger mit parallelen Flanschenflächen, leichte Ausführung, Reihe HE-A = I PBI nach DIN 1025 Teil 3, Ausgabe März 1994, und EURONORM 53-62</b>																					
Grenzabmaße und Formtoleranzen nach DIN EN 10034, Ausgabe März 1994																					
100	96	100	5	8	12	56	4,40	21,2	16,7	349	72,8	4,06	134	26,8	2,51	8,41	13	56	-	-	
120	114	120	5	8	12	74	5,30	25,3	19,9	606	106	4,89	231	38,5	3,02	10,1	17	66	-	-	
140	133	140	5,5	8,5	12	92	6,85	31,4	24,7	1030	155	5,73	389	55,6	3,52	11,9	21	76	-	-	
160	152	160	6	9	15	104	8,58	38,8	30,4	1670	220	6,57	616	76,9	3,98	13,6	23	86	-	-	
180	171	180	6	9,5	15	122	9,69	45,3	35,5	2510	294	7,45	825	103	4,52	15,5	25	100	-	-	
200	190	200	6,5	10	18	134	11,7	53,8	42,3	3690	389	8,28	1340	134	4,98	17,2	25	110	-	-	
220	210	220	7	11	18	152	13,9	64,3	50,5	5410	515	9,17	1950	178	5,51	19,0	25	120	-	-	
240	230																				

# 1 Formeln für Schnitt- und Verschiebungsgrößen

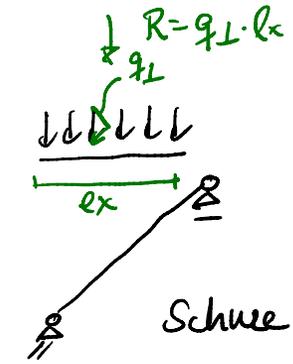
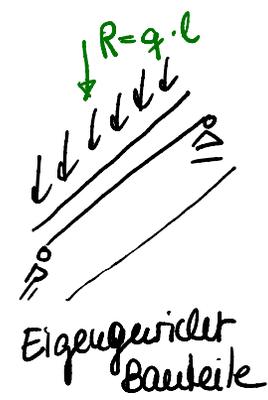
1.1 Einzelstab, Vereinbarung:  $\triangleleft$  Lager überträgt nur Vertikalkraft

@ 1.1.1 Träger auf zwei Stützen,  $\alpha = a/l, \beta = b/l$

$EI = \text{konst.}$ 	Auflagerkräfte 		M-Linie 	Biegelinie 
	A	B	max M	$w_{\text{Mitte}}$
1	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql^2}{8}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{ql^4}{76,8 EI}$
2	$\frac{ql}{6}$	$\frac{ql}{3}$	$\frac{ql^2}{15,59}$ bei $\xi_0 = 0,577$	$\frac{ql^4}{153,6 EI}$
3	$\frac{ql}{3}$	$\frac{ql}{6}$	$\frac{ql^2}{15,59}$ bei $\xi_0 = 0,423$	$\frac{ql^4}{153,6 EI}$
4	$\frac{2q_i + q_k}{6} l$	$\frac{q_i + 2q_k}{6} l$	$\left(\frac{q_i + q_k - q_i \xi_0}{2} - \frac{q_i - q_k}{3} \xi_0\right) \xi_0^2 l^2$ bei $\xi_0 = \frac{(2q_i + q_k) / \sqrt{3}}{q_i \sqrt{3} + \sqrt{q_i^2 + q_i q_k + q_k^2}}$	$\frac{q_i + q_k}{153,6 EI} l^4$
5	$\frac{ql}{3}$	$\frac{ql}{3}$	$\frac{ql^2}{9,6}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{61 ql^4}{5760 EI}$
6	$\frac{F}{2}$	$\frac{F}{2}$	$\frac{Fl}{4}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{Fl^3}{48 EI}$
7	$\beta F$	$\alpha F$	$\alpha \beta Fl$ bei $\xi_0 = \alpha$	$\alpha \leq \frac{1}{2}: \frac{3-4\alpha^2}{48 EI} \alpha Fl^3$
8	$\frac{n-1}{2} F$	$\frac{n-1}{2} F$	n gerade: $\frac{n}{8} Fl$ n ungerade: $\frac{n}{8} Fl \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$	$\frac{nFl^3}{76,8 EI} \left(1 - \frac{0,8}{n^2}\right)$ $\frac{nFl^3}{76,8 EI} \left(1 - \frac{0,8}{n^2} - \frac{0,2}{n^4}\right)$
9	$\frac{n}{2} F$	$\frac{n}{2} F$	n gerade: $\frac{n}{8} Fl$ n ungerade: $\frac{n}{8} Fl \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$	$\frac{nFl^3}{76,8 EI} \left(1 + \frac{0,4}{n^2}\right)$ $\frac{nFl^3}{76,8 EI} \left(1 + \frac{0,4}{n^2} + \frac{0,2}{n^4}\right)$
9a			$\frac{x_0^2}{l} (F_1 + F_2)$ bei $x_0 = \frac{1}{2} \left( l - \frac{F_2}{F_1 + F_2} c \right)$ wenn $x_0 + c \leq l$	
10	$-\frac{M^e}{l}$	$\frac{M^e}{l}$	$\alpha \leq \frac{1}{2}: \beta M^e$ bei $\xi_0 = \alpha$ $\alpha \geq \frac{1}{2}: -\alpha M^e$ bei $\xi_0 = \alpha$	$\alpha \leq \frac{1}{2}: \frac{1-4\alpha^2}{16 EI} M^e l^2$ $\alpha \geq \frac{1}{2}: \frac{4\beta^2-1}{16 EI} M^e l^2$
11	$\frac{M_k - M_i}{l}$	$-\frac{M_k - M_i}{l}$	$M_i$ oder $M_k$	$\frac{M_i + M_k}{16 EI} l^2$
12	0	0	0	$\frac{\kappa^e l^2}{8}$
13	0	0	0	$\frac{w_i + w_k}{2}$



Bei schrägen Stäben wird mit  $q_{\perp}$  und  $l$  schräg gerechnet.



1.1.2 Einseitig eingespannter Träger<sup>1)</sup>,  $\alpha = a/l$ ,  $\beta = b/l$

	$El = \text{konst}$ 	A	B	$M_k$
1		$\frac{3ql}{8}$	$\frac{5ql}{8}$	$-\frac{ql^2}{8}$
2		$\frac{ql}{10}$	$\frac{2ql}{5}$	$-\frac{ql^2}{15}$
3		$\frac{11ql}{40}$	$\frac{9ql}{40}$	$-\frac{7ql^2}{120}$
4		$\frac{11q_i + 4q_k}{40} l$	$\frac{9q_i + 16q_k}{40} l$	$-\frac{7q_i + 8q_k}{120} l^2$
5		$\frac{7ql}{30}$	$\frac{13ql}{30}$	$-\frac{ql^2}{10}$
6		$\frac{5F}{16}$	$\frac{11F}{16}$	$-\frac{3Fl}{16}$
7		$\frac{3-\beta}{2} \beta^2 F$	$\frac{3-\alpha^2}{2} \alpha F$	$-\frac{1-\alpha^2}{2} \alpha Fl$
8		$\left(3n - 4 + \frac{1}{n}\right) \frac{F}{8}$	$\left(5n - 4 - \frac{1}{n}\right) \frac{F}{8}$	$-\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{n}{8} Fl$
9		$\left(3n - \frac{0,5}{n}\right) \frac{F}{8}$	$\left(5n + \frac{0,5}{n}\right) \frac{F}{8}$	$-\left(1 + \frac{0,5}{n^2}\right) \frac{n}{8} Fl$
10		$-(1-\alpha^2)1,5 \frac{M^e}{l}$	$(1-\alpha^2)1,5 \frac{M^e}{l}$	$\frac{3\alpha^2-1}{2} M^e$
11		$-1,5 \frac{M_i}{l}$	$1,5 \frac{M_i}{l}$	$-\frac{1}{2} M_i$
12		$-1,5 \kappa^e \frac{EI}{l}$	$1,5 \kappa^e \frac{EI}{l}$	$-1,5 \kappa^e EI$
13		$(w_k - w_i)3 \frac{EI}{l^3}$	$-(w_k - w_i)3 \frac{EI}{l^3}$	$(w_k - w_i)3 \frac{EI}{l^2}$
14		$3 \frac{EI}{l^2} \phi_k$	$-3 \frac{EI}{l^2} \phi_k$	$3 \frac{EI}{l} \phi_k$

<sup>1)</sup> Weitere Lastfälle s. S. 4, 10.

Einseitig eingespannter Träger (Fortsetzung),  $\alpha = a/l$ ,  $\beta = b/l$

$\max M$	$w_{\text{Mitte}}$	$\max w$	
$\frac{9ql^2}{128}$ bei $\xi_0 = 0,375$	$\frac{ql^4}{192EI}$	$\frac{ql^4}{184,6EI}$ bei $\xi_0 = 0,422$	1
$\frac{ql^2}{33,54}$ bei $\xi_0 = 0,447$	$\frac{3ql^4}{1280EI}$	$\frac{ql^4}{419,3EI}$ bei $\xi_0 = 0,447$	2
$\frac{ql^2}{23,65}$ bei $\xi_0 = 0,329$	$\frac{11ql^4}{3840EI}$	$\frac{ql^4}{328,1EI}$ bei $\xi_0 = 0,402$	3
$[1,5q_i + (q_k - q_i)\xi_0] \xi_0^2 l^2 / 3$ bei $\xi_0 = \frac{0,55q_i + 0,2q_k}{\sqrt{9q_i^2 + 7q_iq_k + 4q_k^2} + q_i}$	$\frac{11q_i + 9q_k}{3840EI} l^4$		4
$\frac{ql^2}{16,89}$ bei $\xi_0 = 0,399$	$\frac{5ql^4}{1152EI}$	$\frac{ql^4}{222,5EI}$ bei $\xi_0 = 0,427$	5
$\frac{Fl}{6,4}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{7Fl^3}{768EI}$	$\frac{Fl^3}{107,3EI}$ bei $\xi_0 = 0,447$	6
$\frac{3-\beta}{2} \alpha \beta^2 Fl$ bei $\xi_0 = \alpha$	$\alpha \leq 0,5: (3-5\alpha^2)\alpha Fl^3 / (96EI)$ $\alpha \geq 0,5: (9-11\beta)\beta^2 Fl^3 / (96EI)$		7
$\max M < \frac{nFl}{128} \left(3 + \frac{1}{n^2}\right)^2$ $\max M > \frac{nFl}{128} \left(9 - \frac{10}{n^2} + \frac{1}{n^4}\right)$	$n$ gerade: $\frac{nFl^3}{384EI} \left(2 - \frac{1}{n^2}\right)$ $n$ ungerade: $\frac{nFl^3}{384EI} \left(2 - \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^4}\right)$		8
$\max M < \frac{nFl}{128} \left(9 + \frac{13}{n^2} + \frac{0,25}{n^4}\right)$ $\max M > \frac{nFl}{128} \left(3 - \frac{0,5}{n^2}\right)^2$	$n$ gerade: $\frac{nFl^3}{384EI} \left(2 + \frac{0,5}{n^2}\right)$ $n$ ungerade: $\frac{nFl^3}{384EI} \left(2 + \frac{0,5}{n^2} + \frac{1}{n^4}\right)$		9
$-(1-\alpha^2)\alpha 1,5 M^e$ li. von $M^e$ $[1 - (1-\alpha^2)\alpha] 1,5 M^e$ re. von $M^e$ bei $\xi_0 = \alpha$	$\alpha \leq 0,5: \frac{1-5\alpha^2}{32EI} M^e l^2$ $\alpha \geq 0,5: \frac{11\beta-6}{32EI} \beta M^e l^2$		10
$M_i$	$\frac{M_i l^2}{32EI}$	$\frac{M_i l^2}{27EI}$ bei $\xi_0 = \frac{1}{3}$	11
$M_k$	$\frac{\kappa^e l^2}{32}$	$\frac{\kappa^e l^2}{27}$ bei $\xi_0 = \frac{1}{3}$	12
$M_k$	$\frac{5w_i + 11w_k}{16}$	$w_i$ oder $w_k$	13
$M_k$	$\frac{3}{16} \phi_k l$	$0,19245 \phi_k l$ bei $\xi_0 = 0,577$	14

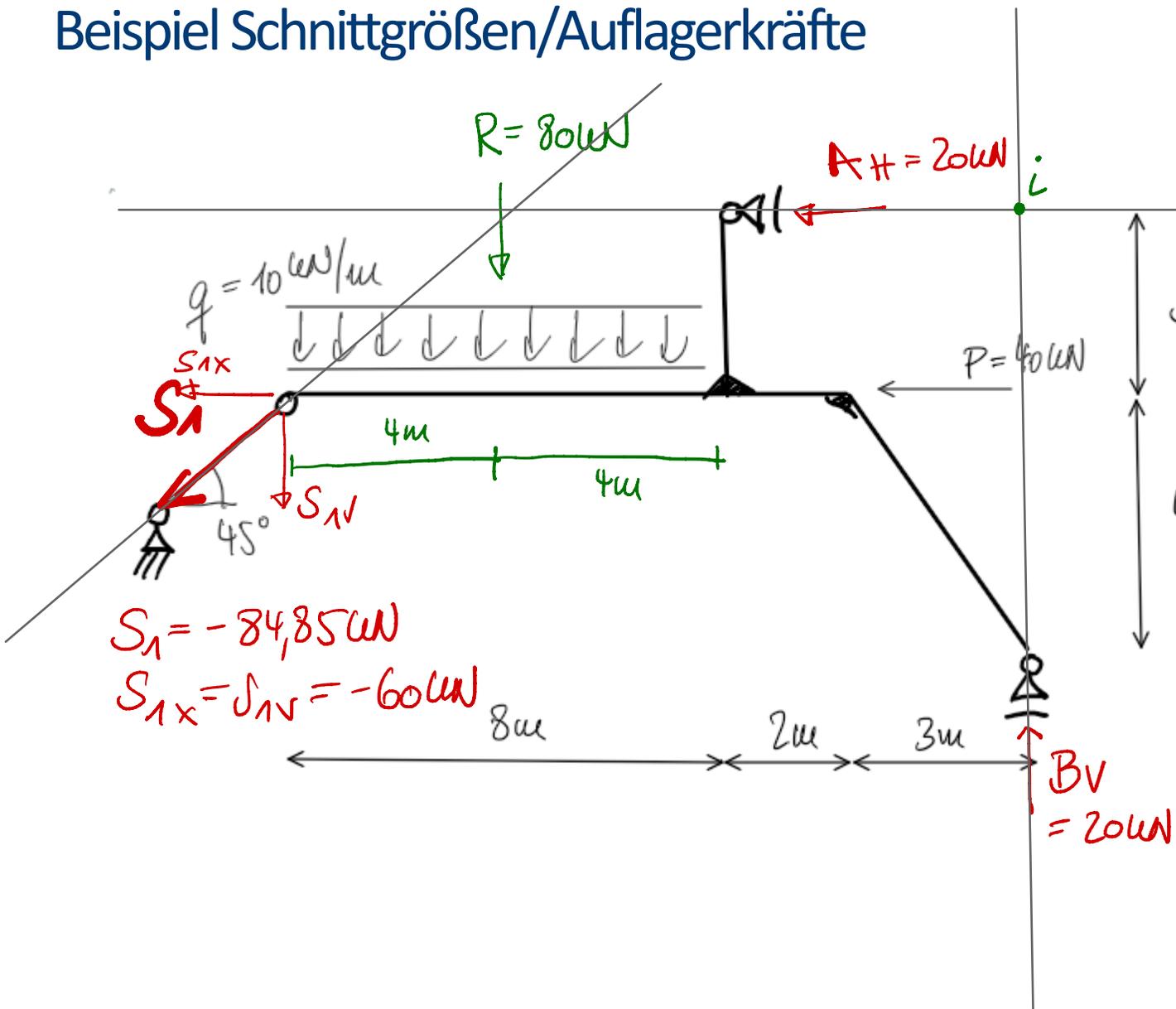
@ 1.1.3 Beidseitig eingespannter Träger<sup>1)</sup>,  $\alpha = a/l$ ,  $\beta = b/l$

	A	B	M <sub>i</sub>	M <sub>k</sub>
1	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$-\frac{ql^2}{12}$	$-\frac{ql^2}{12}$
2	$0,15ql$	$0,35ql$	$-\frac{ql^2}{30}$	$-\frac{ql^2}{20}$
3	$0,35ql$	$0,15ql$	$-\frac{ql^2}{20}$	$-\frac{ql^2}{30}$
4	$(0,35q_i + 0,15q_k)l$	$(0,15q_i + 0,35q_k)l$	$-\frac{1,5q_i + q_k}{30}l^2$	$-\frac{q_i + 1,5q_k}{30}l^2$
5	$\frac{ql}{3}$	$\frac{ql}{3}$	$-\frac{ql^2}{15}$	$-\frac{ql^2}{15}$
6	$\frac{F}{2}$	$\frac{F}{2}$	$-\frac{Fl}{8}$	$-\frac{Fl}{8}$
7	$(3-2\beta)\beta^2 F$	$(3-2\alpha)\alpha^2 F$	$-\alpha\beta^2 Fl$	$-\alpha^2\beta Fl$
8	$\frac{n-1}{2}F$	$\frac{n-1}{2}F$	$-\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\frac{n}{12}Fl$	$-\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\frac{n}{12}Fl$
9	$\frac{n}{2}F$	$\frac{n}{2}F$	$-\left(1+\frac{0,5}{n^2}\right)\frac{n}{12}Fl$	$-\left(1+\frac{0,5}{n^2}\right)\frac{n}{12}Fl$
10	$-6\alpha\beta\frac{M^e}{l}$	$6\alpha\beta\frac{M^e}{l}$	$-(3\beta-2)\beta M^e$	$(3\alpha-2)\alpha M^e$
11	0	0	$-\kappa^e EI$	$-\kappa^e EI$
12	$(w_k - w_i)12\frac{EI}{l^3}$	$-(w_k - w_i)12\frac{EI}{l^3}$	$-(w_k - w_i)6\frac{EI}{l^2}$	$(w_k - w_i)6\frac{EI}{l^2}$
13	$-6\frac{EI}{l^2}\phi_i$	$6\frac{EI}{l^2}\phi_i$	$4\frac{EI}{l}\phi_i$	$-2\frac{EI}{l}\phi_i$
14	$6\frac{EI}{l^2}\phi_k$	$-6\frac{EI}{l^2}\phi_k$	$-2\frac{EI}{l}\phi_k$	$4\frac{EI}{l}\phi_k$

Beidseitig eingespannter Träger (Fortsetzung),  $\alpha = a/l$ ,  $\beta = b/l$

max M	w <sub>Mitte</sub>	max w	
$\frac{ql^2}{24}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{ql^4}{384EI}$	$\frac{ql^4}{384EI}$ bei $\xi_0 = 0,5$	1
$\frac{ql^2}{46,64}$ bei $\xi_0 = 0,548$	$\frac{ql^4}{768EI}$	$\frac{ql^4}{764,2EI}$ bei $\xi_0 = 0,525$	2
$\frac{ql^2}{46,64}$ bei $\xi_0 = 0,452$	$\frac{ql^4}{768EI}$	$\frac{ql^4}{764,2EI}$ bei $\xi_0 = 0,475$	3
$\left(\frac{q_i}{2} + \frac{q_k - q_i}{3}\xi_0\right)\xi_0^2 l^2 + M_i$ bei $\xi_0 = \frac{0,7q_i + 0,3q_k}{\sqrt{0,3(q_i^2 + q_k^2) + 0,4q_i q_k + q_i}}$	$\frac{q_i + q_k}{768EI}l^4$		4
$\frac{3ql^2}{80}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{13ql^4}{5760EI}$	$\frac{13ql^4}{5760EI}$ bei $\xi_0 = 0,5$	5
$\frac{Fl}{8}$ bei $\xi_0 = 0,5$	$\frac{Fl^3}{192EI}$	$\frac{Fl^3}{192EI}$ bei $\xi_0 = 0,5$	6
$2\alpha^2\beta^2 Fl$ bei $\xi_0 = \alpha$	$\alpha \leq \frac{1}{2}: (3-4\alpha)\alpha^2 F l^3 / (48EI)$ $\alpha \geq \frac{1}{2}: (3-4\beta)\beta^2 F l^3 / (48EI)$		7
n gerade: $\frac{nFl}{24}\left(1+\frac{2}{n^2}\right)$	$\frac{nFl^3}{384EI}$	$\frac{nFl^3}{384EI}$ bei $\xi_0 = 0,5$	8
n ungerade: $\frac{nFl}{24}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$	$\frac{nFl^3}{384EI}\left(1-\frac{1}{n^4}\right)$	$\frac{nFl^3}{384EI}\left(1-\frac{1}{n^4}\right)$ bei $\xi_0 = 0,5$	
n gerade: $\frac{nFl}{24}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$	$\frac{nFl^3}{384EI}$	$\frac{nFl^3}{384EI}$ bei $\xi_0 = 0,5$	9
n ungerade: $\frac{nFl}{24}\left(1+\frac{2}{n^2}\right)$	$\frac{nFl^3}{384EI}\left(1+\frac{1}{n^4}\right)$	$\frac{nFl^3}{384EI}\left(1+\frac{1}{n^4}\right)$ bei $\xi_0 = 0,5$	
$-(1-3\alpha+6\alpha^2)\beta M^e$ li. von $M^e$ $(1-3\beta+6\beta^2)\alpha M^e$ re. von $M^e$ bei $\xi_0 = \alpha$	$\alpha \leq 0,5: \frac{1-2\alpha}{8EI}\alpha M^e l^2$ $\alpha \geq 0,5: \frac{2\beta-1}{8EI}\beta M^e l^2$		10
$-\kappa^e EI$ ( $M = \text{konst.}$ )	0	0	11
$M_i$ oder $M_k$	$\frac{w_i + w_k}{2}$	$w_i$ oder $w_k$	12
$M_i$	$\frac{1}{8}\phi_i l$	$\frac{4}{27}\phi_i l$ bei $\xi_0 = \frac{1}{3}$	13
$M_k$	$\frac{1}{8}\phi_k l$	$\frac{4}{27}\phi_k l$ bei $\xi_0 = \frac{2}{3}$	14

# Beispiel Schnittgrößen/Auflagerkräfte



$$\sum M_i^{\circ} = 0$$

$$-S_{1x} \cdot 3\text{m} + S_{1y} \cdot 13\text{m} + 80\text{kN} \cdot 9\text{m} - 40\text{kN} \cdot 3\text{m} = 0$$

$$S_{1x} = S_{1y} \text{ wegen } 45^\circ\text{-Winkel}$$

$$S_{1x} \cdot 10\text{m} = -600\text{kN}$$

$$S_{1x} = -60\text{kN}$$

$$S_1 = \frac{1}{\sin 45^\circ} \cdot (-60\text{kN}) = -84,85\text{kN}$$

$$\sum \vec{F}_x = 0:$$

$$-40\text{kN} - (-60\text{kN}) - A_H = 0$$

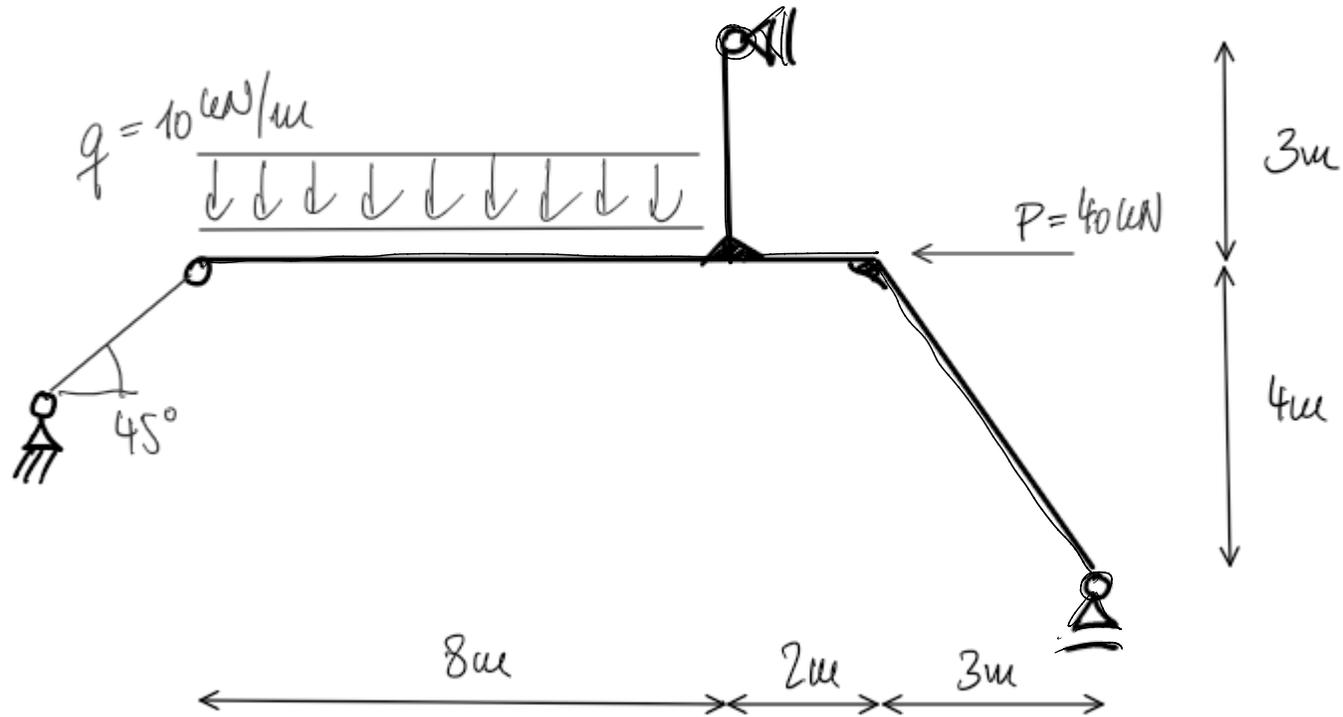
$$A_H = 20\text{kN}$$

$$\sum F_z \downarrow = 0$$

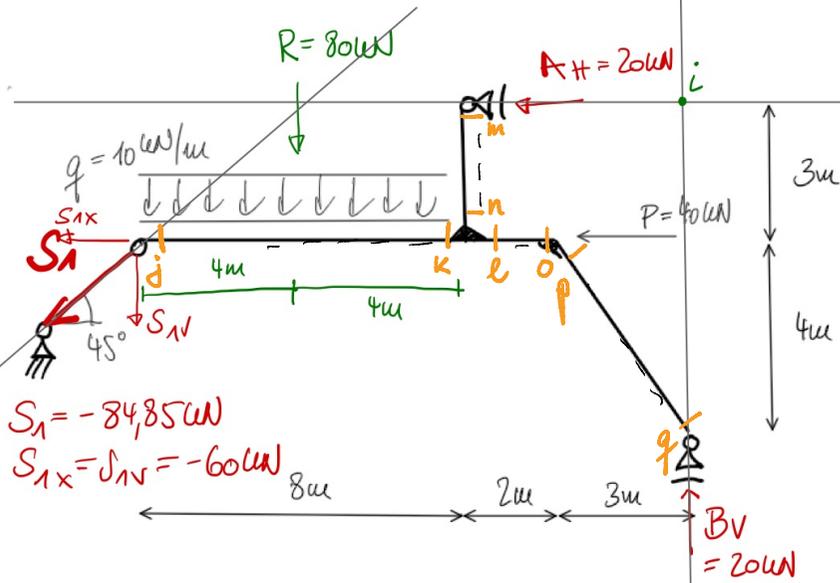
$$80\text{kN} + (-60\text{kN}) - B_V = 0$$

$$B_V = 20\text{kN}$$

# Beispiel Schnittgrößen/Auflagerkräfte



# Beispiel Schnittgrößen/Auflagerkräfte



$S_1 = -84,85 \text{ kN}$   
 $S_{1x} = S_{1y} = -60 \text{ kN}$

$M_j = 0$   
 $N_j = S_{1x} = -60 \text{ kN}$   
 $V_j = -S_{1y} = +60 \text{ kN}$

$N_k = S_{1x} = -60 \text{ kN}$   
 $V_k = -S_{1y} - 80 = -20 \text{ kN}$   
 $M_k = -80 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - (-60) \cdot 8 \text{ m} = 160 \text{ kNm}$

oder:  
 $M_k = M_j + V_j \cdot l - R \cdot 4 \text{ m}$

$N_n = 0$   
 $V_n = -20 \text{ kN}$   
 $M_n = 20 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 60 \text{ kNm}$

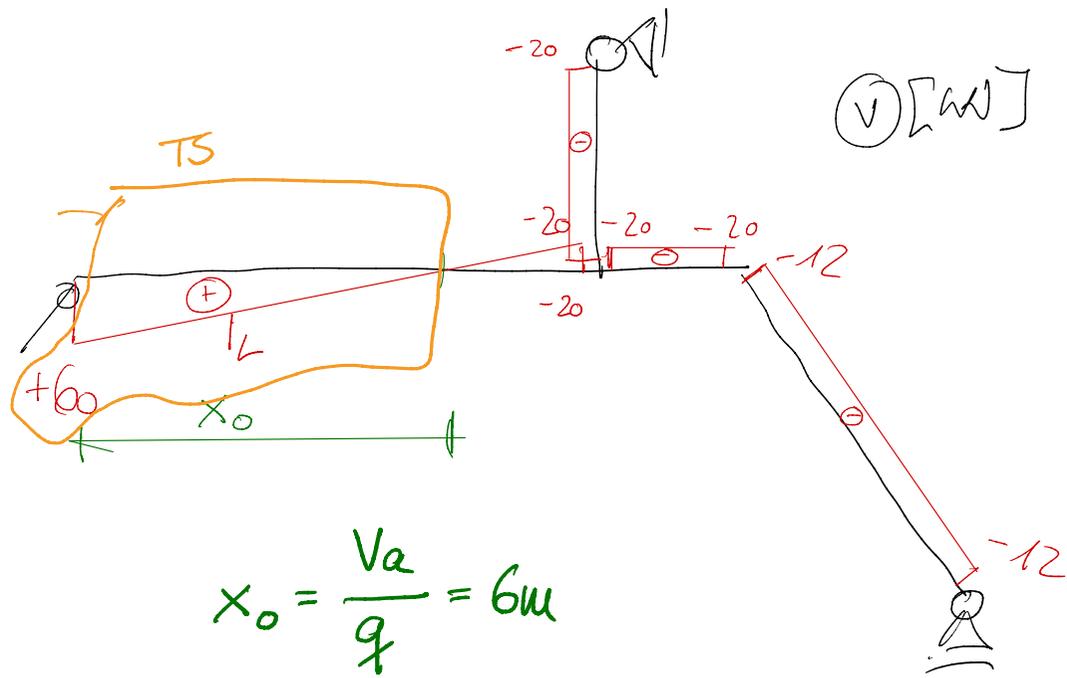
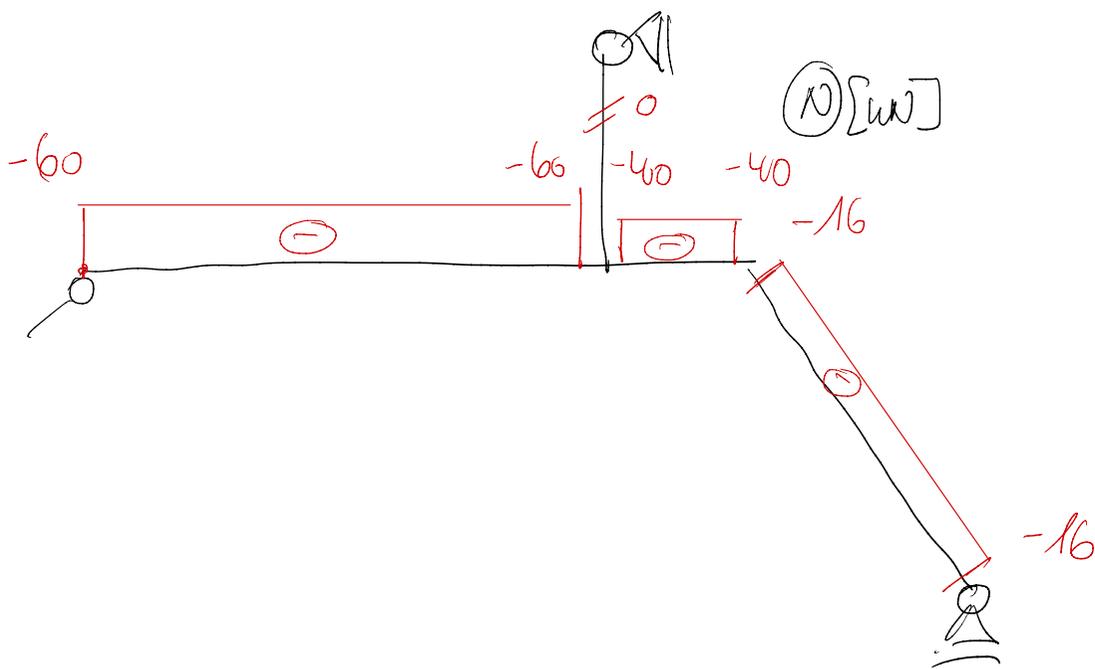
$90^\circ$  drehen  
 negatives Schnittufer

$N_m = 0$   
 $V_m = -20 \text{ kN}$   
 $M_m = 0$

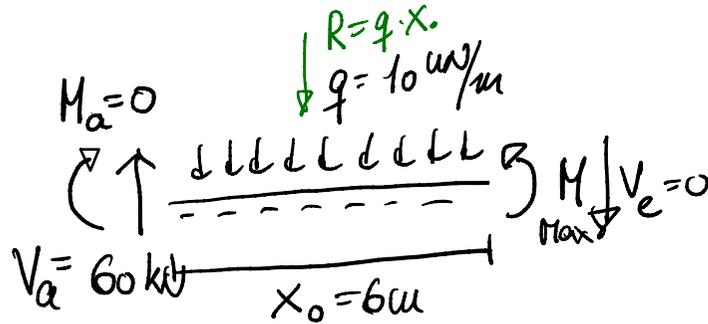
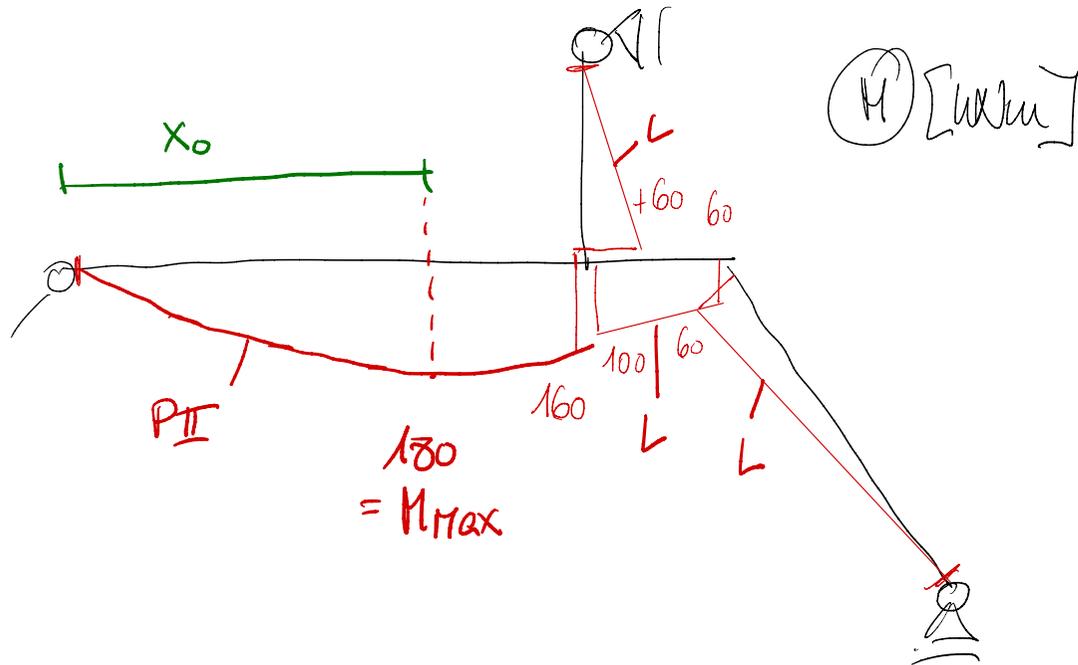
$\sum F_x: N_e - N_k + V_n = 0$   
 $N_e = N_k - V_n = -60 - (-20) = -40 \text{ kN}$   
 $V_e = V_k + N_n = -20 + 0 = -20 \text{ kN}$   
 $M_e = M_k - M_n = 160 - 60 = 100 \text{ kNm}$   
 $\sum M_B = 0: M_e + M_n - M_k = 0$

$N_o = N_e = -40 \text{ kN}$   
 $V_o = V_e = -20 \text{ kN}$   
 $M_o = M_e + V_e \cdot 2 \text{ m} = 100 + (-20) \cdot 2 = 60 \text{ kNm}$

$H_q = 0$   
 $N_q = -B_N = -\sin \alpha \cdot B = -16,01 \text{ kN} = N_p$   
 $V_q = -B_V = -\cos \alpha \cdot B = -12 \text{ kN} = V_p$   
 $H_p = B \cdot 3 \text{ m}$  oder  $B_V \cdot 5 \text{ m} = 60 \text{ kNm}$   
 $\alpha = \arctan \frac{4}{3} = 53,13^\circ$



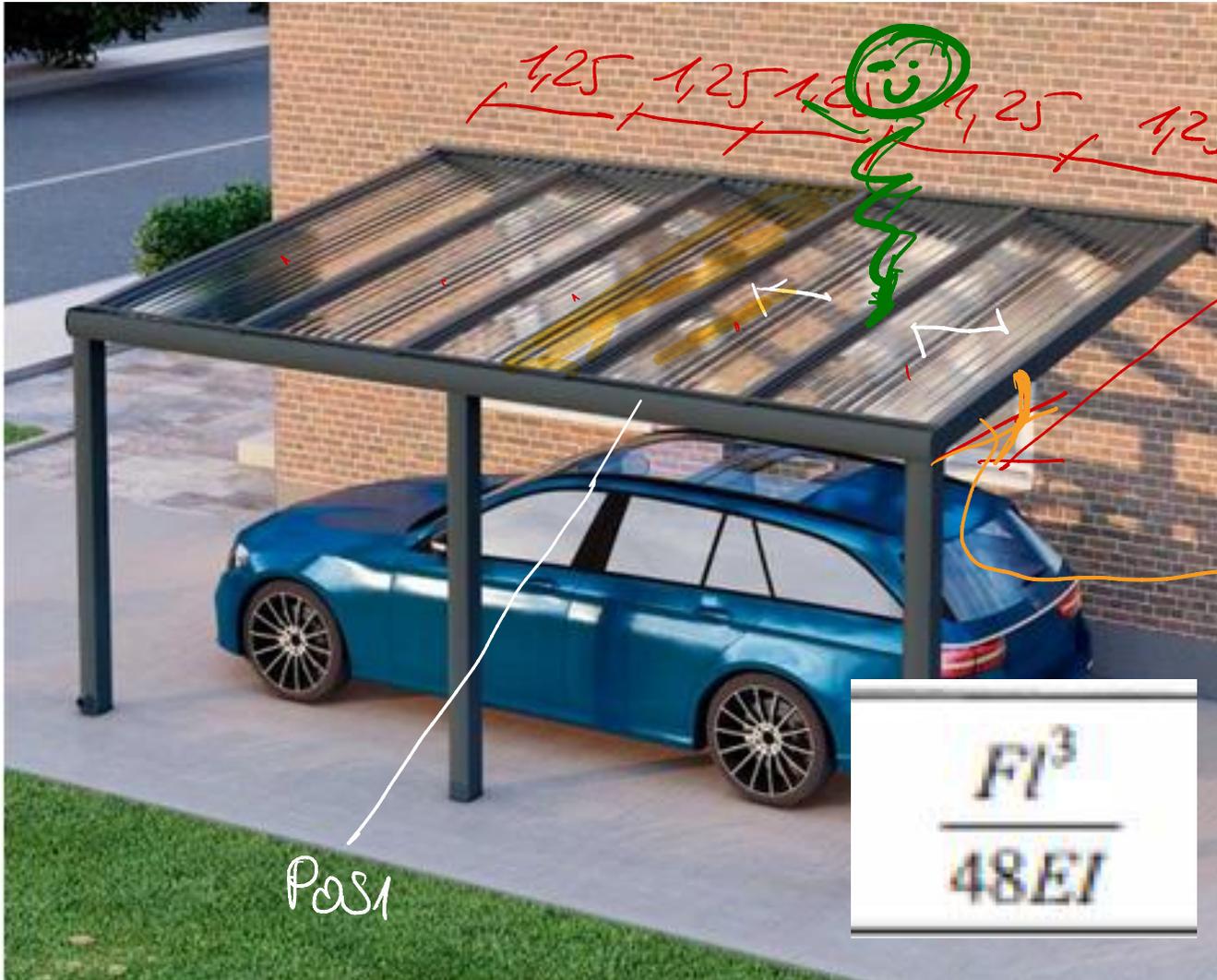
$$x_0 = \frac{V_a}{q} = 6 \text{ m}$$



$$\begin{aligned}
 M_{\text{max}} &= M_a + V_a \cdot x_0 - q \cdot x_0 \cdot \frac{x_0}{2} \\
 &= 0 + 60 \cdot 6 - 10 \cdot 6 \cdot 3 \\
 &= 180 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

# Beispiel Dimensionierung

- zusätzliche soll 1 Mannlast von 1,5kN an ungünstiger Stelle berücksichtigt werden.

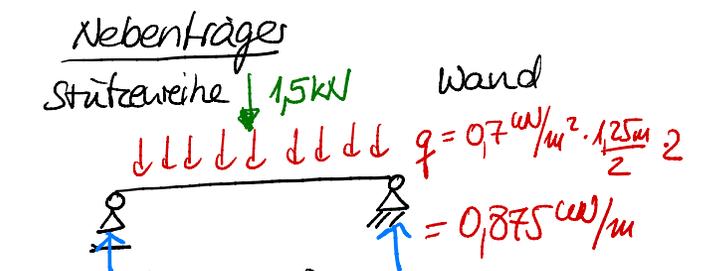


Belastung aus Schnee und Eigengewicht:

$q = 0,7 \text{ kN/m}^2$

$$G_{zul} = 21,8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{J_y} \cdot z$$

$$w < l/300 = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{W_y}$$



$\alpha = 0^\circ$  Schnittgrößen (aus Tabelle)

$$M = \frac{q l^2}{8} + \frac{P \cdot l}{4}$$

$$= \frac{0,875 \cdot 3,5^2}{8} + \frac{1,5 \cdot 3,5}{4} = 2,65 \text{ kNm}$$

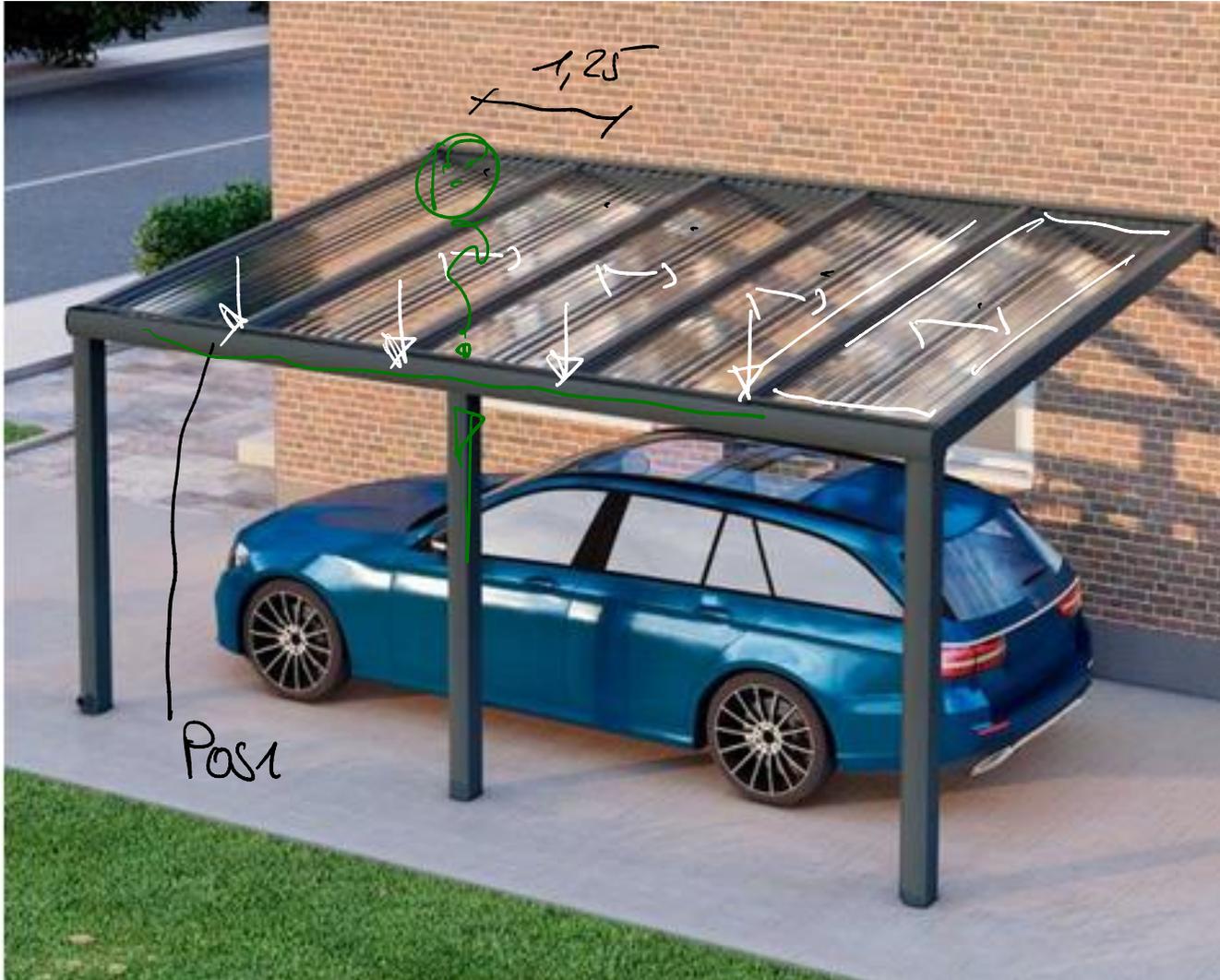
$w_{\text{Mitte}}$
$\frac{q l^4}{76,8 EI}$
$\frac{F \cdot l^3}{48 EI}$

Verformung

$$w = \frac{q l^4}{76,8 \cdot EI} + \frac{F \cdot l^3}{48 EI} = \frac{0,875 \cdot 3,5^4}{76,8 \cdot EI} + \frac{1,5 \cdot 3,5^3}{48 EI}$$

$EI w = 3,04 \text{ kNm}^3$

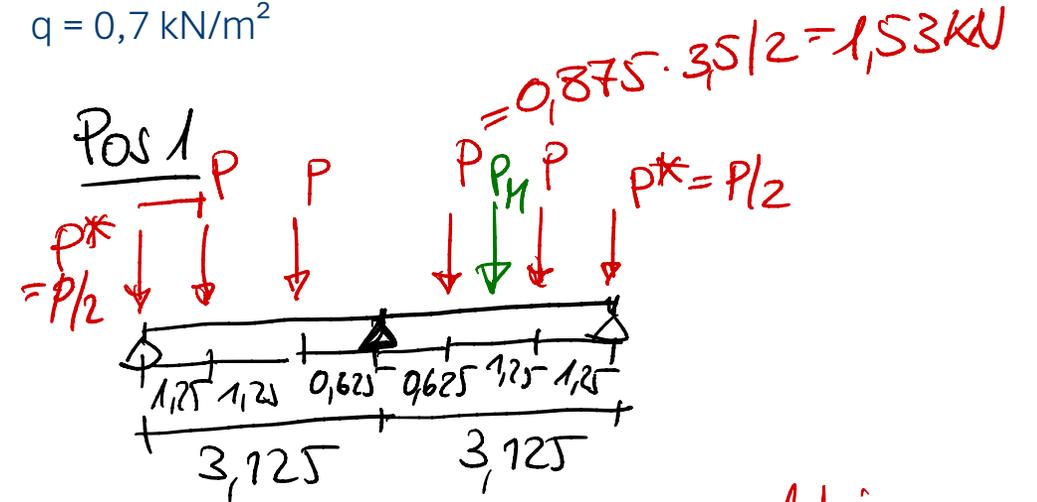
# Beispiel Dimensionierung



## Manuskript $P_H$

Belastung aus Schnee und Eigengewicht:

$$q = 0,7 \text{ kN/m}^2$$



Lastbild aus Eindeckelung nicht in Tabelle; Bei Gruppe von Einzellasten können diese „verschmiert“ werden

$$q^* = \sum P_i / l_{ges}$$

$$= (4 \cdot 1,53 \text{ kN} + 2 \cdot 1,53/2) / 6,25 \text{ m}$$

$$= 1,22 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_{zul} = 21,8 \text{ kN/cm}^2 \\ = 218 \text{ N/mm}^2$$

$$S235 \\ f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$M = 2,65 \text{ kNm} \\ \sigma = \frac{M}{W_y} \leadsto W_y > \frac{M}{\sigma_{zul}} = \frac{2,65 \text{ kNm} \cdot 100 \frac{\text{cm}}{\text{m}}}{21,8 \text{ kN/cm}^2} = 12,2 \text{ cm}^3$$

$$w < \frac{l}{300} = \frac{350 \text{ cm}}{300} = 1,16 \text{ cm}$$

$$EJw = 3,04 \text{ kNm}^3$$

$$E = 21.000 \text{ kN/cm}^2$$

$$w = \frac{3,04 \text{ kNm}^3}{E \cdot J}$$

$$J_y > \frac{3,04 \text{ kNm}^3}{E \cdot w_{zul}} = \frac{3,04 \cdot 100^3 \text{ kNcm}^3}{21.000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 1,16 \text{ cm}}$$

$$J_y > 124 \text{ cm}^4$$

aus Profiltabellen HEA-A 100  $\Rightarrow W_y = 52 \text{ cm}^3 > 12,2 \text{ cm}^3 \checkmark$   
 $J_y = 237 \text{ cm}^4 > 124 \text{ cm}^4 \checkmark$

Zur wirtschaftlichen Dimensionierung sollte ein anderer Profiltyp gewählt werden.

## Dimensionierungen

Anzahl der Felder ; Kragarm?

- ① Stat. System suchen  $\leq$  Lagerung
- ② Belastung ermitteln  $\rightarrow$  z.B. Flächenlast in Strecklasten mit Einzugsflächen umrechnen...etc.
- ③ Ermittlung Schnittgrößen und Verformung aus Tabellen.
- ④ Bestimmung der erforderlichen Querschnittswerte anhand der Grenzwerte ( $\sigma_{zul}$  bzw  $w_{zul}$ )
- ⑤ Querschnitte bestimmen aus Tabellen (oder über Querschnittsberechnung...