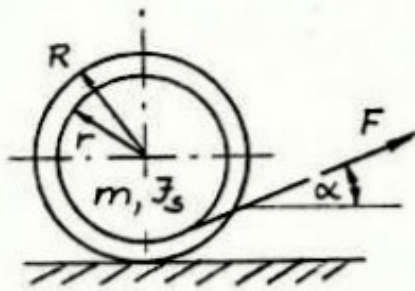


Musterlösung Aufgabe 4-5 - d'Alembert

Aufgabe 4-5



Eine Rolle mit der Masse m und dem auf ihren Mittelpunkt bezogenen Massenträgheitsmoment J_S wird mit der konstanten Kraft F an einem Faden, der über den Radius r aufgewickelt ist, gezogen.

Geg.: F, m, α
 $R = 1,25 r$
 $J_S = 0,6 m R^2$

Man ermittle unter der Voraussetzung einer reinen Rollbewegung die Beschleunigung a_R der Rolle und diskutierte das Ergebnis für die speziellen Winkel $\alpha_1 = 0^\circ$ und $\alpha_2 = 90^\circ$.

Lösung

Reines Rollen: Koordinaten x, φ

$$\downarrow S): J_S \cdot \ddot{\varphi} + F \cdot r + F_H \cdot R = 0 \quad (1)$$

$$\rightarrow: F_H - m \cdot \ddot{x} + F \cdot \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

$$(2) \text{ in } (1): J_S \cdot \ddot{\varphi} + F \cdot r = (F \cdot \cos \alpha - m \ddot{x}) \cdot R \quad (3)$$

$$\text{Rollbed.: } x = R \cdot \varphi; \quad \ddot{x} = R \cdot \ddot{\varphi} \Rightarrow \ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}}{R}$$

Massenträgheit: $J_S = 0,6 m R^2$; gegeben

$$(3): 0,6 m R^2 \cdot \frac{\ddot{x}}{R} + F \cdot r = F \cdot \cos \alpha \cdot R - m \ddot{x} \cdot R \quad | : R$$

$$0,6 m \ddot{x} + F \cdot \frac{r}{R} = F \cdot \cos \alpha - m \ddot{x}$$

$$\ddot{x} (0,6 m + m) = F \left(\cos \alpha - \frac{r}{1,25 \cdot r} \right)$$

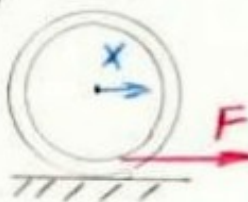
$$\ddot{x} \cdot 1,6 m = F (\cos \alpha - 0,8)$$

$$\ddot{x} = \frac{F}{1,6 m} (\cos \alpha - 0,8)$$

$$a) \alpha = 0^\circ: \ddot{x}_a = \frac{F}{m} \left(\frac{\cos 0^\circ - 0,8}{1,6} \right)$$

$$\ddot{x}_a = \frac{F}{m} \left(\frac{1 - 0,8}{1,6} \right)$$

$$\ddot{x}_a = \frac{F}{m} \cdot 0,125$$



$$b) \alpha = 90^\circ$$

$$\ddot{x}_b = \frac{F}{m} \left(\frac{\cos 90^\circ - 0,8}{1,6} \right)$$

$$\ddot{x}_b = \frac{F}{m} \left(\frac{0 - 0,8}{1,6} \right)$$

$$\ddot{x}_b = -\frac{F}{m} 0,5$$

