Klausurübersicht $120P$

[Aufgabe 1 – Zinsmodelle im Vergleich $14P$ 1](#_Toc139314302)

[Aufgabe 2 – Renditekennzahlen $14P$ 3](#_Toc139314303)

[Aufgabe 3 – LifeCycle $12P$ 5](#_Toc139314304)

[Aufgabe 4 – Annuität $20P$ 7](#_Toc139314305)

[Aufgabe 5 – Matrizenrechnung $ 18P$ 9](#_Toc139314306)

[Aufgabe 6 – Produktionsmatrix $ 16P$ 11](#_Toc139314307)

[Aufgabe 7 – Matrizen & LGS $14P$ 14](#_Toc139314308)

[Aufgabe 8 – Übergangsmatrix $12P$ 17](#_Toc139314309)

**Die Klausur gilt ab** $55$ **Punkten als bestanden.**

# Aufgabe 1 – Zinsmodelle im Vergleich $14P$

Du wirst morgen 30 Jahre alt und hast im Lotto gewonnen.
10.000 EUR stehen jetzt zum Abholen bereit.

Durch geschickte Investition willst Du das Geld so schnell wie möglich verdreifachen.

Vier verschiedenen Banken bieten dir einen TOP-Nominalzinssatz von 7% p.a. aber mit unterschiedlichen Zinsverrechnungsmodalitäten.

Berechnen Sie die ***Laufzeit*** bei den unterschiedlichen Banken:

1. … bei jährlicher Zinsverrechnung
2. … bei kontinuierlicher Zinsverrechnung
3. … bei monatlicher Zinsverrechnung
4. … ohne Zinsverrechnung
5. Für welche Bank würdest Du Dich entscheiden?
Bitte mit kurzer Begründung und unten ankreuzen.

Tragen Sie ihre Ergebnisse in die folgende Tabelle ein und markiere Deine Wahl:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B**  | **C**  | **D**  |
| **E** | 🞎 | **🞎** | **🞎** | **🞎** |

**Ergebnisse Aufgabe 1**

>>>>>>> Zum Rechnen können Sie auch noch die nächste Seite nutzen. >>>>>>>>

# Aufgabe 2 – Renditekennzahlen $14P$

Zu Beginn des Jahres 2023 haben Sie 160.000 EUR in die neue Firma ihres neuen Geschäftspartners investiert. Was etwa einem 10% Anteil entspricht.

Sie erwarten nach **10** Jahren aus dem Verkauf ihrer Anteile eine Rückzahlung zwischen 178.000 EUR und 196.000 EUR.

1. Wie hoch wäre die Rendite und die durchschnittliche Jahresrendite in beiden Fällen?
2. Berechnen Sie die log- Rendite und die durchschnittliche jährliche log-Rendite dieser Investition in beiden Fällen
3. Berechnen sie den jeweiligen effektiven Jahres Zins

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  178.000,00 €  |  196.000,00 €  |  178.000,00 €  |  196.000,00 €  |  178.000,00 €  |  196.000,00 €  |
| GESAMT | **A**  |  | **B**  |  | **C**  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| JÄHRLICH |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Ergebnisse Aufgabe 2**

>>>>>>> Zum Rechnen können Sie auch noch die nächste Seite nutzen. >>>>>>>>

# **Aufgabe 3 – LifeCycle**  $12P$

Ein Abiturient möchte Millionär werden.

In 30 Jahren will er diesen Betrag zur Verfügung zu haben. Dazu spart er nachschüssig eine feste Rate auf einem Konto mit einem Nominalzins von 1,2% p.a.

Mit diesem Betrag will er dann seine monatliche Rente finanzieren.

1. Wie hoch muss die Rate mindestens sein, wenn die Zinsverrechnung und die Ratenzahlungen **monatlich** stattfinden.
2. Mit welcher **monatlich** nachschüssigen ewigen Rente kann er rechnen, wenn die Konditionen des Kontos sich nicht ändern.
3. Wie lange reicht seine Million, wenn er bei unveränderten Konditionen **monatlich** nachschüssig 3.300 € abhebt?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **A**  | **B**  | **C** |

**Ergebnisse Aufgabe 3**

>>>>>>> Zum Rechnen können Sie auch noch die nächste Seite nutzen. >>>>>>>>

# Aufgabe 4 – Annuität $20P$

Lisa und Max brauchen für den Kauf einer Eigentumswohnung ein Darlehen in Höhe von €200.000. Die Bank bietet ihnen einen Zinssatz 3% p.a. an. Zinsverrechnung und Zahlungen finden periodentreu jeweils am Ende des Monats statt.

 **A.** Wie hoch ist die Annuität mindestens zu wählen, damit überhaupt eine Tilgung
 stattfindet?
 TIP: bestimmen Sie zuerst den Periodenzinssatz $p\_{monatl.}\%$ und das dazugehörige $q$.

Lisa und Max wollen das Darlehen mit 120 gleichhohen monatlichen Annuitäten tilgen (Laufzeit = 10 Jahre). Sie haben sich ausgerechnet, dass Ihnen im Monat 2 000€ zur Verfügung stehen.

1. Wie hoch ist die monatliche Annuität im Angebot der Bank ?
Können Lisa & Max sich das Darlehen leisten ?
2. Berechnen Sie Zinsen, Tilgung und Restschuld am Ende des ersten Monats
3. Bestimmen Sie die Restschuld zu Beginn des zweiten Jahres (nach 12 Monaten).
4. Berechnen Sie Zinsen, Tilgung und Restschuld im ersten Monat des zweiten Jahres

Komplettieren Sie mit Ihren Ergebnissen aus B. bis E den Ausschnitt des Zins- und Tilgungsplans:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Restschuld BOM | Annuität | Zinsen | Tilgung | Restschuld EOM |
| 1 | 200.000 |  |  |  |  |
| … |  |  |  |  |  |
| 12 |  |  |  |  |  |
| 13 |  |  |  |  |  |

1. Oma & Opa von Max wollen monatlich 400 € zuschießen.
Damit könnten Lisa & Max die Annuität auf 2.330 € erhöhen und damit auch die Laufzeit des Kredites verkürzen.
Wie viele Monate beträgt die neue Gesamtlaufzeit ?

|  |
| --- |
| Neue Gesamtlaufzeit:  |

 >>>>>>> Zum Rechnen bitte die nächsten Seite nutzen. >>>>>>>

 $ $

# Aufgabe 5 – Matrizenrechnung $18P$

|  |  |
| --- | --- |
| Gegeben seien die fünf Matrizen |  |
| $$B= \left(  \begin{matrix}0&   5\\1&  50\\0&-1\end{matrix} \right)$$$$A= \left(\begin{matrix}   1&-2\\-2&   5\end{matrix} \right)$$

|  |
| --- |
|  |

 |  |
| $$C= \left( \begin{matrix}5&2\\2&1\end{matrix}  \right)$$ |  |
|   |  |
| $$E= \left( \begin{matrix}1&0\\0&1\end{matrix}  \right)$$ | $$W= \left( \begin{matrix}0&1\\1&0\end{matrix}  \right)$$ |
|  Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke, wenn möglich. |
| Falls es nicht möglich ist geben Sie eine kurze Begründung an.Hinweis: benutzen Sie die **Rechenregeln** für Matrizen und das **Falkschema**. |
|  |  |
| $C∙B,   B∙A,        A^{T}∙B^{T},         A^{T}∙A-A∙A^{T}, \frac{1}{25}\left(5A+5C\right)^{2}$  |  |
|  |  |
| $$B∙W,     E∙A ,    A∙C,       A^{-1}$$

|  |
| --- |
|  |

 |  |
|  |  |
|  |  |

>>>>>>> Bitte nutzen Sie zum Rechnen die folgende Seite >>>>>>>

# Aufgabe 6 – Produktionsmatrix $16P$

Ein Unternehmen verarbeitet in einer ersten Produktionsstufe die Rohstoffe 𝑅1, 𝑅2 und 𝑅3 zu den Zwischenprodukten 𝑍1, 𝑍2 und 𝑍3, aus denen schließlich die Endprodukte 𝐸1, 𝐸3 hergestellt werden.

Die benötigten Rohstoffe für die Zwischenprodukte können der folgenden Tabelle entnommen werden:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | R1 | R2 | R3 |
| Z1 | 1 | 2 | 1 |
| Z2 | 0 | 1 | 2 |
| Z3 | 2 | 4 | 3 |

In der zweiten Produktionsstufe werden dann daraus die Endprodukte E1 und E2 gefertigt:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | Z1 | Z2 | Z3 |
| E1 | 10 | 2 | 5 |
| E2 | 0 | 9 | 5 |

1. Berechnen sie die zusammensetzte Produktionsmatrix mit den benötigten Rohstoffen für die Endprodukte E1 und E2.
2. Bestimmen Sie daraus den Rohstoffbedarf für die Tagesproduktion zur Produktion von

500 Stück von E1 und 100 Stück von E2.

1. Die Einkaufsabteilung hat die Rohstoffe R1, R2 und R3 für die folgenden Preise pro ME besorgt:

|  |  |
| --- | --- |
|   |  Preise  |
| R1 | 7 € |
| R2 | 4 € |
| R3 | 5 € |

Wie hoch sind die Stückkosten je Endprodukt E1 und E2?

1. Bestimmen Sie die Materialkosten für die Tagesproduktion des Unternehmens.

>>>>>>> Bitte nutzen Sie zum Rechnen die folgenden Seiten >>>>>>>

>>>>>>> Bitte übertragen Sie ihre Rechenergebnisse in die Tabelle auf der folgenden Seite >>>>>>>



# Aufgabe 7 – Matrizen & LGS $14P$

Betrachten Sie das folgende Lineare Gleichungssystem (LGS):

 2 = -5y + 6x
-3z = 9y - 12x - 6
-8 - 3y = -4x

1. Bringen Sie das LGS in Normalform
(Variablen nach links, konstante Werte nach rechts)
2. Erstellen Sie die Koeffizienten Matrix $A$und die Erweiterte Matrix $B:= (A | c)$
3. Welchen Rang haben die beiden Matrizen $A$und$ B$?
4. Wie viele Lösungen hat das Gleichungssystem?

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | keine |  | eine |  | fünf |  | unendlich viele |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Hinweis: Bringen Sie dazu die erweiterte Matrix durch Pivotieren (oder durch Gaußverfahren) möglichst in die Gestalt einer „Diagonalmatrix“.
Es ist nicht erforderlich die Lösungsmenge anzugeben.

>>>>>>> Bitte nutzen Sie zum Rechnen die folgenden Seiten >>>>>>>

PIVOTVERFAHREN



>>>>>>> Bitte nutzen Sie zum Rechnen die folgende Seite >>>>>>>

PIVOTVERFAHREN



# Aufgabe 8 – Übergangsmatrix $12P$

Ein E-Scooter-Verleih in Pisa verteilt seine 40 Roller zu Beginn des Tages an zwei Hotspots

A am Hauptbahnhof (80%) und B am „Schiefen Turm“ (20%). Am Ende sollen die E-Scooter an einem der beiden Hotspots zurückgegeben werden.

Die Erfahrung zeigt allerdings folgendes Kundenverhalten:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Von A | Von B | Von Irgendwo |
| Nach A | 80% | 60% | 0% |
| Nach B | 10% | 30% | 0% |
| Nach Irgendwo | 10% | 10% | 100% |

1. Erstellen Sie das Übergangsdiagramm und die Übergangsmatrix

1. Wie viele E-Scooter sind am Ende des Tages nicht in einem der Hotspots zurückgegeben worden?
2. Was würde passieren, wenn am Ende eines Tages nicht wieder alle E-Scooter von Mitarbeitern des Verleihs zurück geholt würden?
Berechnen Sie die Grenzverteilung. Formulieren Sie einen Antwortsatz und interpretieren Sie das Ergebnis.

Hinweis: Dank des Internets konnten Sie das Gleichungssystem wie folgt umformen:

PIVOTENDE

>>>>>>> Bitte nutzen Sie zum Rechnen die nächste Seite >>>>>>>