

## Merkblatt zur Durchführung der Fehlerrechnung

Die folgenden Hinweise fassen nur Regeln zusammen, die Sie bereits in anderen Praktika bzw. Vorlesungen kennengelernt haben.

### 1. Fehler eines Messwertes

Das Messergebnis einer Größe  $x$  ist mit systematischen und zufälligen Fehlern behaftet. Der zufällige Fehler kann durch sorgfältige Wiederholung der Einzelmessungen verringert werden. Hierzu führt eine Messreihe ("Stichprobe") mit  $n$  Messwerten durch.

Als Messergebnis gibt man den arithmetischen Mittelwert  $\bar{x}$  an:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Für die Fehlergrenzen des Mittelwertes gibt man seine obere und untere Vertrauensgrenze

$$\pm s \cdot \frac{t}{\sqrt{n}} \quad \text{mit} \quad n > 1$$

$s$  - Standardabweichung

$t$  - Sicherheitsfaktor

an. Die Standardabweichung  $s$  errechnet sich aus:

$$s = + \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Der Sicherheitsfaktor  $t$  ist von der Anzahl der Messwerte  $n$  und der statistischen Wahrscheinlichkeit  $P$  abhängig. Meist wird eine statistische Wahrscheinlichkeit  $P = 95\%$  angestrebt. Der Sicherheitsfaktor  $t$  und der zugehörige  $t/\sqrt{n}$  - Wert kann aus der folgenden Tabelle entnommen werden.

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50
$t$	4,3	3,2	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,1	2,0
$\frac{t}{\sqrt{n}}$	2,5	1,6	1,24	1,05	0,93	0,84	0,77	0,72	0,47	0,28

Tabelle 1:  $t$  - Werte und  $t/\sqrt{n}$  - Werte für  $P = 95\%$ 

Das Messergebnis wird dann in der Form

$$\bar{x} = \pm s \cdot \frac{t}{\sqrt{n}}$$

angegeben. Dies bedeutet, dass mit einer statistischen Wahrscheinlichkeit von  $P = 95\%$  die Messgröße in diesem Vertrauensbereich liegt.

## 2. Fehler eines aus mehreren Größen zusammengesetzten Ergebnisses

Den Fehler eines aus mehreren Größen zusammengesetzten Ergebnisses ermitteln Sie anhand des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes:

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial c} \cdot \Delta c\right)^2}$$

- $x$  - Funktion  $x(a, b, c)$  von  $a, b, c$ .
- $\Delta x$  - mittlere absolute Fehler des Ergebnisses.
- $\partial x / \partial a$  usw. - partiellen Ableitungen von  $x$  nach  $a, b, c$ .
- $\Delta a, \Delta b, \Delta c$  - Fehler, mit dem die Größe  $a, b, c$  behaftet sind.

## 3. Stellenzahl von Messergebnis und Fehler

Man kann Mittelwerte und Fehler zunächst beliebig genau ausrechnen (Taschenrechner). Rundet man dann jedoch nicht, so täuscht man eine zu hohe Genauigkeit vor. Also Fehler auf eine Stelle runden und den Mittelwert mit der entsprechenden Dezimalstelle angeben. Zum Beispiel:

$$\Rightarrow \underline{\underline{l = 0,0984 \text{ mm} \pm 0,0008 \text{ mm}}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\tau = 7,5 \cdot 10^{-5} \pm 1,4 \cdot 10^{-5}}}$$