

Formelsammlung Lasertechnik V2023

Elektromagnetische Welle:

Ebene elektromagnetische Welle (E-Feld): $E_{xy}(z,t) = E_{0,xy} * \sin(kz - \omega t + \varphi)$

Zusammenhang Freq., Wellenlänge, Ausbreitungsgeschwdgkt: $c = \lambda * f$

Lichtgeschwindigkeit im Medium mit Brechungsindex n: $c_{med} = c_{vak} / n$

Coulomb'sches Gesetz: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q_1 q_2}{r^2} * \vec{u}$ mit $\epsilon_0 = 8,854 * 10^{-12} \frac{As^2}{Nm^2}$
 $\vec{u} = \text{Einheitsvektor}$

Elektrisches Feld (Punktladung): $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} * \frac{q}{r^2} * \vec{u}$

Welle / Teilchen Dualismus

Photonenenergie : $E = h * f = h * c / \lambda$

de Broglie: $p = m v = \frac{h}{\lambda} \quad ; \quad h = \frac{h}{2\pi}$

Atomphysik: Bohr'sches Atommodell

Elektronenbahnen: $r_n = - \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e Z e^2} n^2$

Potentielle Energie (H-Atom: Z=1) $E_{pot} = - \frac{Z^2 e^4 m_e}{4 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$

Kinetische Energie (H-Atom: Z=1) $E_{kin} = \frac{Z^2 e^4 m_e}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$

Gesamtenergie (H-Atom: Z=1) $E_n = - \frac{Z^2 e^4 m_e}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$
für n = 1: $E_n = -13.6 \text{ eV}$

Formelsammlung Lasertechnik V2023

Photoeffekt

Maximale kinetische Energie der Elektronen: $E_{\text{kin, max}} = e U_{\text{Brems}} = E_{\text{phot}} - W_{\text{Aus}}$

Energie der Photonen: $E_{\text{phot}} = h * f$

Austrittsarbeit: $W_{\text{Aus}} = h * f_{\text{Grenz}} = h * c / \lambda_{\text{Grenz}}$

Linienbreiten

Natürliche Linienbreite: $\Delta f_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right)$, mit $\tau_{1,2} = \text{Lebensdauern des oberen, unteren Niveaus}$

Dopplerverbreiterung: $\Delta f_D = 2 \frac{f_0}{c} \sqrt{\frac{2 k T}{m}} \ln 2$

Stoßverbreiterung: $\Delta f_S = p d^2 \sqrt{\frac{3}{4 m k T}}$

Formelsammlung Lasertechnik V2023

Longitudinale Moden:

Frequenzen : $f_q = q \frac{c}{2nL}$ mit q = natürliche Zahl, n = Brechungsindex

Frequenzabstand der Moden: $\Delta f = \frac{c}{2nL}$

Transversale Moden / Gauss'sche Strahlen

Grundmode TEM₀₀ / Gauss Profil $I(r) = I(0) \exp \left(-\frac{2r^2}{w^2} \right)$

Höhere Transversale Moden TEM_{plq} oder TEM_{nmq}

Strahlradius : $w_{pl} = w_{00} \sqrt{2p+l+1}$, $w_{mn} = w_{00} \sqrt{m+n+1}$

Divergenzwinkel : $\Theta_{pl} = \Theta_{00} \sqrt{2p+l+1}$, $\Theta_{mn} = \Theta_{00} \sqrt{m+n+1}$

Modenfrequenz : $f_{plq} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{2p+l+1}{\pi} \cdot \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right)$
(2p -> m , l -> n)

(m,n in x-y-Koordinaten (eckige Spiegel); p,l in Zylinderkoordinaten (runde Spiegel))

Formelsammlung Lasertechnik V2023

Strahlgeometrie (Grundmode) und Resonatorbedingungen:

Resonatorparameter: $g_i = 1 - \frac{L}{R_i} \quad , \quad i=1,2.$

Stabilitätskriterium: $0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1$

Strahltaile: $w_0 = \left(\frac{L \cdot \lambda}{\pi} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2)^2} \right)^{1/4}$

Rayleigh-Länge: $z_R = \frac{w_0^2 \pi}{\lambda}$

Lage der Strahltaile: $t_1 = \frac{g_2 (1 - g_1) L}{g_1 + g_2 - 2 g_1 g_2} \quad , \quad t_2 = L - t_1$

Strahlradius am Spiegel 1: $w_1 = \left(\left(\frac{\lambda L}{\pi} \right)^2 \frac{g_2}{g_1} \frac{1}{1 - g_1 g_2} \right)^{1/4}$

Strahlradius am Spiegel 2: $w_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} w_1$

Divergenzwinkel: $\Theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad \text{bzw.} \quad \Theta_i = \frac{\lambda}{\pi w_i}$

Strahlradius: $w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \quad z_R = \frac{w_0^2 \pi}{\lambda}$

Abbildung Laserstrahl mit Linse: $w' = \frac{\lambda f}{\pi w}$
mit w, w' = Strahlradien vor/nach Abbildung durch Linse

Laserpulse:

Maximale Pulsleistung: $P_{\max} = \frac{W}{\tau} \quad , \quad W : \text{Pulsenergie} \quad , \quad \tau : \text{Pulsdauer}$

Mittlere Pulsleistung: $P_m = \frac{W}{T} = W \cdot f \quad , \quad T : \text{Pulsabstand}$

Maximale Pulsenergie: $E_{\text{Puls}} = W = P_{\max} \cdot \tau$

Formelsammlung Lasertechnik V2023

Materialbearbeitung

Wärmeenergie:

$$\Delta Q = m c_Q \Delta T$$

m = Masse, c_Q = Wärmekapazität,

ΔT = Temperaturdifferenz

Konstanten

Vakuum Lichtgeschwindigkeit

$$c_{\text{vak}} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m / s}$$

Elementarladung

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$$

Elektronenmasse

$$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Protonenmasse

$$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Planck'sches Wirkungsquantum :

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

Dielektrizitätskonstante

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}} \text{ oder } \frac{\text{A s}^2}{\text{N m}^2}$$

Magn Feldkonstante

$$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$$

Boltzmannkonstante

$$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$$

Umrechnung eV $\leftrightarrow$ Joule

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$